# Optimización de Portafolios, hedging y gestión de riesgo

Documento de trabajo en Finanzas Cuantitativas

Nicolas Loza , Nahuel Caligiuri , Francisco Guerrero

Universidad Del CEMA

December 6, 2022

**Abstract**

En este trabajo se pretende optimizar una cartera de inversión seleccionada de manera aleatoria por un algoritmo programado. Se busca mostrar la importancia de diversificar una cartera y optimizarla para obtener una mejor performance en comparación con un benchmark establecido. Para ello, se simularán dos posibles carteras: una que maximice el retorno dado el mínimo riesgo admisible (utilizando el ratio de Sharpe), y otra que minimice la volatilidad. Además, se compararán los resultados obtenidos con el rendimiento del índice SP 500. Para finalizar, se modelarán estrategias de cobertura para escenarios bajistas utilizando un enfoque de beta neutral y simulando el uso de opciones.

El trabajo en una primera parte se ilustrara con el ejemplo de una simulacion a modo de exposicion y en una segunda parte se realizara varias simulaciones para observar como se comporto la estrategia en el agregado , finalizando con una comparativa entre el uso de opciones para cobertura y solo con shortselling.

# 1 Introduccion

La elección de cómo invertir el dinero es una pregunta que las personas suelen hacerse a medida que envejecen o planifican actividades. Dependiendo de la situación actual y de las experiencias vividas, las personas pueden elegir entre tres opciones: guardar el dinero debajo del colchón, depositarlo en un banco o invertirlo en un negocio.

Las primeras dos opciones implican dejar el dinero y disponerlo cuando sea necesario, mientras que la tercera opción representa un estilo de vida y un esfuerzo que, en el contexto adecuado, puede proporcionar los frutos deseados.

Fuera del ámbito popular, en ámbitos más especializados, las personas utilizan una serie de instrumentos financieros para conservar y, en muchos casos, aumentar su capital. Estos instrumentos incluyen microcréditos, inversiones en bonos, compra de terrenos y autos, y la gestión de una cartera de activos. Con estos enfoques, las personas pueden generar una rentabilidad sobre su capital.

Para generar esta rentabilidad, las personas deben estudiar el fundamento sobre el cual se sostiene su negocio. Por ejemplo, en el caso de los microcréditos, se debe saber a quién se presta el dinero; en el caso de los bonos, se deben estudiar las perspectivas del país a mediano plazo; en el caso de la compra de terrenos y autos , se deben considerar las proyecciones de crecimiento; y en el caso de la cartera de activos, se deben analizar los rendimientos de las empresas.[2]

Considerando el panorama incierto en Argentina en la actualidad, nuestro grupo ha decidido contribuir a la literatura sobre instrumentos de inversión, enfocándonos específicamente en la construcción de un portafolio. Este trabajo puede ser estudiado y analizado por personas que deseen utilizar este instrumento.

Para la construcción del portafolio, hemos utilizado la lista de las corporaciones más grandes de Estados Unidos (SP 500), las cuales son empresas en su mayoría sólidas y con fundamentos sólidos, lo que les permite crecer de manera sostenida en comparación con empresas que no están incluidas en este índice y que podrían enfrentar dificultades en cualquier momento. La volatilidad es el principal elemento que consideramos en la formación del portafolio.

La volatilidad en los precios de los activos financieros permite observarlos como movimientos aleatorios, en muchos casos, correspondiéndose con un Movimiento Browniano Geométrico el cual captura las desviaciones aleatorias del precio, considerándose, además, como un proceso estocástico dada la evolución de la variable en el tiempo. Este proceso es:

$$d\,S = \mu\,S\,dt + \sigma\,S\,dW_t \tag{1}$$

Donde:

- S : es el precio del activo
- $\mu$ : es el rendimiento esperado del activo en un periodo dado
- $\sigma$ : Volatilidad
- $W_t$ : el movimiento Browniano

Consideramos que es importante destacar estos aspectos al principio del trabajo, ya que la variabilidad de los precios de los activos financieros es un factor fundamental en la optimización de una cartera de inversión y en la medición del riesgo de una estrategia de inversión. Si los precios de los activos financieros fuesen constantes en el tiempo, no habría necesidad de optimizar una cartera ni medir el riesgo de una estrategia de inversión.

Además, otro aspecto importante a tener en cuenta al conformar una cartera de inversión es la correlación lineal de cada activo que se incluye en la misma. Exponerse a una cartera con todos sus componentes correlacionados conlleva un mayor riesgo asociado. Por lo tanto, es importante buscar la diversificación en los activos a incorporar en la cartera. Esto puede ayudar a reducir el riesgo global de la cartera y aumentar su rentabilidad potencial.

# 2 Método de desarrollo

La elección de los activos que se incluyen en un portafolio no debe realizarse de manera arbitraria. Aunque la tecnología actual permite tener acceso a una gran cantidad de activos de distintos mercados, esto no necesariamente implica que deban incluirse en el portafolio. Una cartera con una gran cantidad de activos puede ser ineficiente desde el punto de vista operativo y no necesariamente proporcionar un margen significativo en comparación con una cartera optimizada. Además, pueden surgir problemas adicionales relacionados con activos que cierran, no operan en ciertos días o son absorbidos por otras empresas.

En este trabajo se ha decidido utilizar únicamente acciones que cotizan en el índice SP 500 durante un periodo determinado. Estas acciones, en su mayoría, corresponden a empresas que operan bajo bases sólidas y ofrecen una buena oportunidad de inversión. Con la fuente de datos seleccionada, se procede a determinar una serie de ponderaciones para las distintas simulaciones de carteras que se basan en el riesgo observado y la tasa interna de retorno esperada.

Sin embargo, es importante tener en cuenta que no se puede asumir una confianza plena en la ocurrencia de las simulaciones. Por lo tanto, se asume un nivel de error dado esta incertidumbre, que se define dentro de la matriz de covarianza del movimiento browniano. Las simulaciones determinarán un grupo de posibles carteras de inversión en función de una curva de indiferencia establecida por los perfiles de riesgo que se están dispuestos a asumir. En otras palabras, se buscará la cartera con el mayor retorno posible dado el menor riesgo asumido. Sin embargo, es probable que sobre la curva de rendimientos/riesgo se observen más de un portafolio, en cuyo caso será indiferente la selección de cualquiera de ellos.

La estrategia de hedging que utilizará nuestro modelo es el el uso de opciones para cobertura utilizando el beta de la cartera como metrica. Este enfoque implica comprar puts con el objetivo de proteger el portafolio de pérdidas en caso de que los retornos del indice sean negativos. Esta estrategia puede ser efectiva para reducir el riesgo del portafolio y mejorar su rentabilidad en condiciones de mercado volátiles.

En resumen, la elección de los activos que se incluyen en un portafolio de inversión es un factor crítico para el éxito de la estrategia. El uso de la tecnología actual para realizar simulaciones y optimizar la cartera puede ayudar a identificar las mejores opciones de inversión y a reducir el riesgo del portafolio.

## 2.1 Modelo de Markowitz

Para determinar la frontera de carteras eficientes, se optó por utilizar el modelo de Markowitz que permite ponderar tanto el riesgo como la rentabilidad esperada en la elección de inversiones. En otras palabras, bajo un nivel de riesgo o rentabilidad esperado, no existe una opción de inversión más eficiente que cualquiera de las carteras que se encuentren por encima de la frontera obtenida mediante el modelo.

La implementación del modelo de Markowitz se basa en ciertas hipótesis sobre los inversores y los mercados financieros. En cuanto a los inversores, se supone que todos actúan racionalmente, maximizando la utilidad esperada de la inversión. Esta utilidad se considera una función creciente, por lo que siempre optarán por la cartera con el mayor retorno esperado. En caso de existir varias opciones con el mismo retorno esperado, se elegirá la de menor riesgo, dado que se asume una aversión al riesgo.

Por otro lado, se supone que los mercados financieros son perfectos, lo que implica la disponibilidad de información para todos los actores, la ausencia de costos en las transacciones de compra/venta y la presencia de riesgo en todos los activos financieros del mercado. Estas hipótesis permiten la construcción de una frontera de carteras eficientes bajo el modelo de Markowitz.

Una vez construida la frontera, se pueden seleccionar las carteras que cumplan con los criterios de eficiencia previamente definidos. Estas carteras ofrecerán una combinación óptima de rentabilidad y riesgo, siendo las mejores opciones de inversión disponibles en el mercado. Además, se puede utilizar la frontera para comparar diferentes opciones de inversión y elegir aquella que se ajuste mejor a las necesidades y preferencias del inversor.[4]

El modelo de Markowitz ha demostrado ser una herramienta eficiente en la toma de decisiones de inversión, ya que permite considerar tanto el rendimiento esperado como el riesgo asociado a cada opción de inversión. Sin embargo, es importante tener en cuenta que se basa en ciertas hipótesis que pueden no ser válidas en todos los casos, por lo que la aplicación del modelo debe hacerse de manera cuidadosa y en conjunto con otras herramientas y análisis..

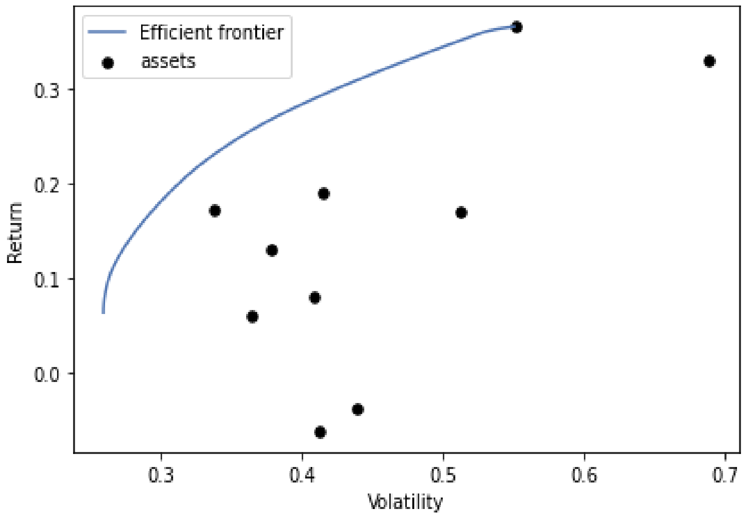



Figure 1: Frontera Eficiente de activos

La frontera eficiente de carteras surge de la maximización de la sumatoria de rentabilidad esperada individual de cada activo que compone la simulación. Cualquier punto sobre esta frontera representa una cartera óptima desde el punto de vista de un nivel de riesgo para una rentabilidad esperada. Esta expresion , a su vez , queda sujeta a la siguiente restriccion :

$$\mathrm{Max}\bar{R}_p = \sum_{i}^{n} X_i \tag{2}$$

La cual es una Restricción paramétrica, expresando el riesgo de la cartera por medio de una función de covarianzas y correlaciones de los activos que la componen. Para cada valor $V*$, obtendremos una composición de cartera diferente.[3]

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} x_j \cdot x_j = V* \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \cdot X_i = X_i + X_2 + X_3 + ... + X_n = 1 \tag{4}$$

$$X_1, X_2, X_3 ... X_n \geq 0 \tag{5}$$

# 3 Proceso

En el presente ejercicio, corremos una simulación con muestras extraídas de acciones (diez acciones) presentes en el índice SP 500 y mediante la utilización de la librería "PyporfolioOpt" calculamos la frontera eficiente de las muestras.

Determinada y trazada la frontera, se realiza otra simulación tomando diez mil carteras posibles y aleatorias, de cada una de las cuales se extrae su ratio de sharpe y volatilidad correspondiente para así poder seleccionar dos, una que maximice su retorno dado el riesgo y la otra en la que se muestra la menor volatilidad posible. Se muestra, además, una cartera que cumpla con el Benchmark establecido como rendimiento del índice en cuestión.

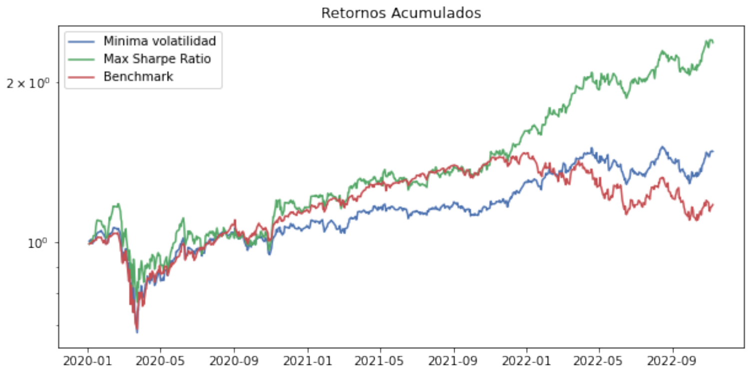



Figure 2

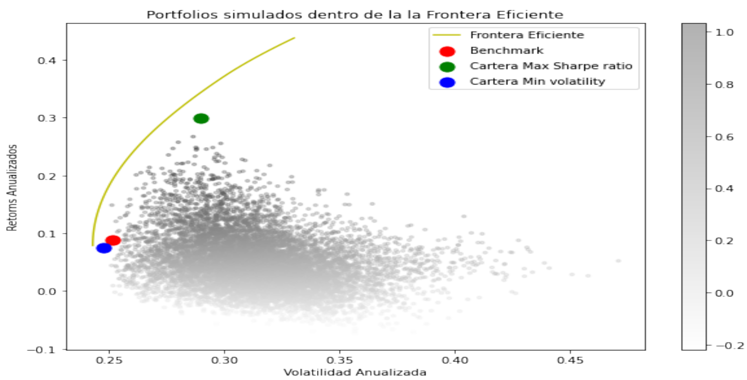
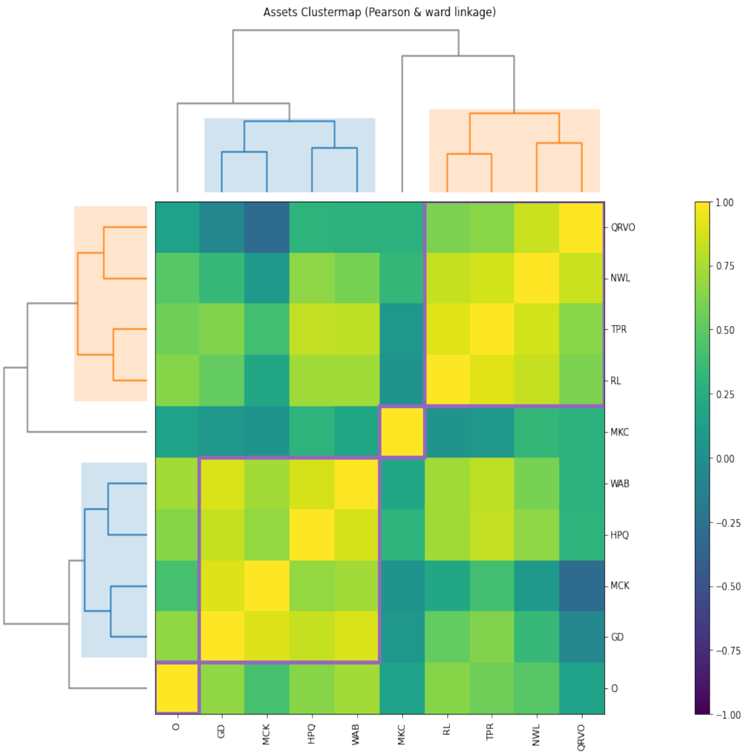



Figure 3

Finalmente, realizamos un ordenamiento de la información de la matriz de correlación mediante un clustermap el cual permite la agrupación de los datos en función de la relación entre ellos y de esta manera nos posibilitad realizar una observación más sencilla para el proceso de la información obtenida. Los algoritmos de agrupamientos de la función nos permite preparar datos estructurados para el uso de técnicas de aprendizaje automático en trabajos posteriores (Machine learning). Realizar un cluster nos permite un mejor ordenamiento de los activos, haciendo más ágil la lectura de las posibles carteras de inversión.




[h]

Figure 4: Clustermap

### 3.1 Value At Risk (VaR)

Una vez obtenidos los portfolios con los cuales vamos a continuar con el trabajo y ya definido el Benchmark, procedemos al cálculo del VaR para las tres opciones.

El VaR es una medida estadística que nos permite determinar el riesgo de inversión en un periodo de tiempo (un día, un mes, un año, etc.), entendiendo riesgo como la perdida que puede ocasionar la colocación de fondos a un plazo temporal establecido y dado un nivel de confianza ($\alpha$, que más adelante definiremos numéricamente) en la ocurrencia de dicha situación. El VaR paramétrico supone que los retornos de un activo se distribuyen normalmente, es por esto por lo que el calculo se reduce a determinar el desvío estándar y la media del portfolio compuesto por K activos que se encuentran expuestos a un único factor de riesgo. El VaR para un nivel de confianza $1-\alpha$ , será:

$$VaR_p(1-\alpha) = V_p \cdot (\mu_p + z_0 \cdot \sigma_p) \tag{6}$$

Dónde:

- $\sigma_p = \sqrt{w' \cdot \sum \cdot w}$
- $\mu_p = w' \cdot \mu$
- $V_p$ : el valor del la cartera

Siendo:

- w : el vector de las ponderaciones de cada activo en el portfolio
- $\sum$ : a matriz de variancia y covariancia de los retornos de los activos que conforman el portfolio
- $\mu$ : el vector de las medias de los retornos de los activos.

Dada las condiciones anteriores, procedemos con el calculo del VaR para las dos carteras seleccionadas y el Benchmark establecido y extrapolamos la pérdida estimada a treinta días estableciendo un nivel de confianza del 99 por ciento, es decir que excluimos el 1 por ciento de los retornos negativos (es decir, aquellos sobre la cola izquierda de la distribución normal).

A su vez, para cuantificar (o medir si se quiere) de manera más adecuada el riesgo, optamos por tener en cuenta el VaR Condicional (CVaR) de cada una de las muestras y el Benchmark.

El CVaR, también conocido como Expected Shortfall, es el resultado de tomar el promedio ponderado de las observaciones cuyas perdidas exceden al VaR, haciendo nuestro modelo más conservador en términos de exposición al riesgo.

Como es de esperarse la cartera de Max Sharpe expone al inversionista a una mayor pérdida esperada por encima del benchmark mientras que la de mínima volatilidad implica una menor pérdida esperada.

$$\text{CVaR}_\alpha(X) = E\left[X|X > VaR_\alpha\ (X)\right] \tag{7}$$

Estas medidas se muestran en el grafico a continuación:

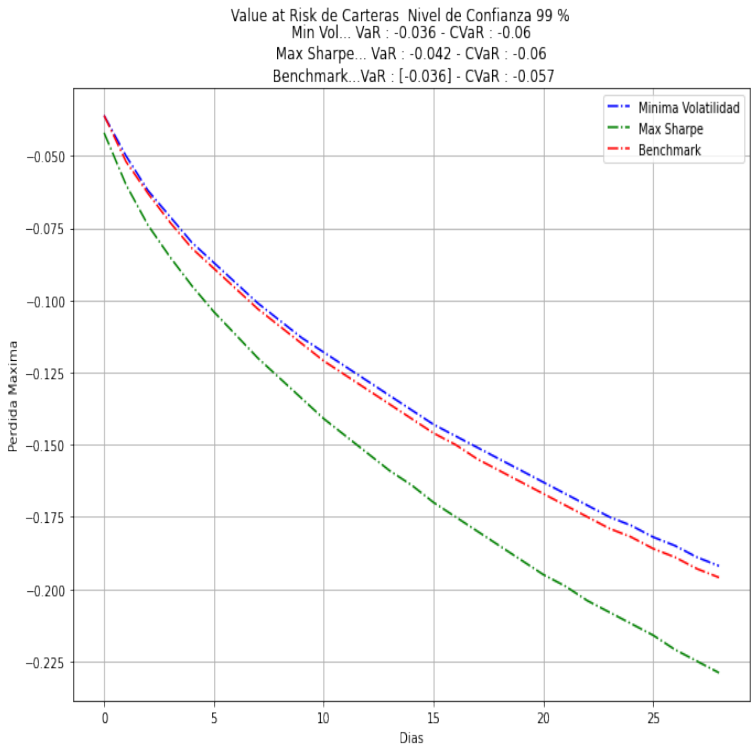



Figure 5: Extrapolacion del VaR

### 3.2 VaR Marginal

El VaR marginal es el cambio en el valor en riesgo de la cartera que causa un incremento de una unidad en la participacion de un cierto activo. Si el VaR marginal se calcula para todos los activos que componen la cartera, se obtiene un vector con número de filas igual a la cantidad de activos que forman la cartera. Cada componente del vector se obtiene derivando el VaR del portfolio con respecto a la participación del activo $i$ :

$$\Delta VaR = |z_0| \cdot \frac{\sum \cdot w}{\sigma_p} \tag{8}$$

Asi por ejemplo si un adniminstrador de cartera desea reducir el riesgo de ella , puede calcular el VaR marginal para todos los activos que forman su cartera ordenarlos de forma descendente y seleccionar los activos para reducir el VaR de la cartera de modo mas eficiente.

## 3.3 VaR Componente

Si bien los algoritmos permitieron encontrar una serie de activos sobre el cual se construyó nuestra cartera dónde se alteraron las ponderaciones para que sea la de Max. Sharpe o mínima volatilidad, y si bien se hallo el valor en riesgo de cada uno de estos portafolios, es necesario tambien conocer el posible riesgo que trae cada componente del portafolio, esto con el fin de hacer un seguimiento activo a la cartera para mantenerse bajo unos niveles de riesgos óptimos o deseados por el inversor.

Para esto se desagregó el VaR del portfolio por componente mostrando el riesgo individual de cada activo dentro de la cartera y a su vez se identificó la ponderación del mismo dentro del riesgo total. Es decir, se individualizó el riesgo de cada activo y cuanto aporta (en cuanto a peso relativo) este al riesgo total de la cartera, de esta forma se puede definir bajo un mismo nivel retorno cuanto riesgo más asumimos si intercambiamos proporciones de activos dentro del portafolio.

El VaR componente para un activo se calcula a partir de su VaR marginal, es la multiplicación de este por la posición de dicho activo $(Vi)$, calculando también, la contribución porcentual del mismo.

$$CVaR_i = \Delta VaR_i \cdot V_i = \Delta VaR_i \cdot w_i \cdot V \tag{9}$$

También Calculamos la participación porcentual de cada activo en el valor en riesgo del portafolio:

$$\frac{CVaR_i}{VaR_p}\% \tag{10}$$

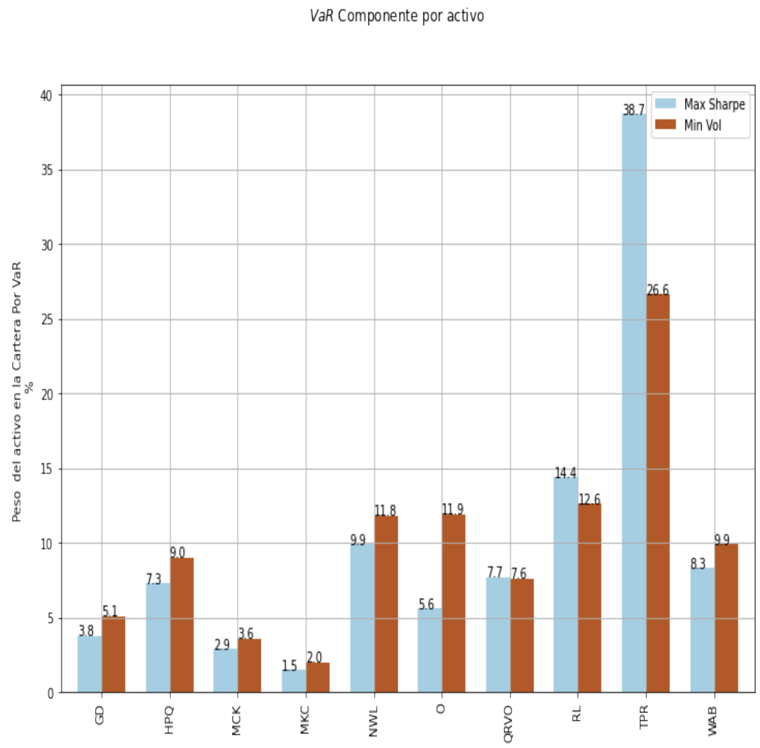



Figure 6: VaR componente

## 3.4 Cobertura con Beta Neutral

Si bien utilizar la lista de activos SP 500 permite obtener un portafolio optimizado, con retornos lo suficientemente atractivos para un inversionista conservador, aún se pueden emplear estrategias para tratar de obtener un nivel mayor de retornos así como tener una cobertura ante escenarios desfavorables del mercado. Uno de los métodos por los cuales se puede lograr esto es mediante el uso de opciones, las cuales al ser ejecutadas permiten comprar o vender acciones al monto de la opción, permitiendo una cobertura ante escenarios desfavorables. En este trabajo se implementará la estrategia de Beta neutral. Lo cual es básicamente poner a venta el Beta, el cuál es un indicador que relaciona la volatilidad de un activo (o cartera) en el mercado y la correlación de dicho activo (o cartera) con el mercado. Para nuestro caso, la volatilidad de las carteras seleccionadas y sus correlaciones con el benchmark establecido. Esto se logra mediante un modelo de factor Beta en donde mediante la regresión lineal se encuentra la pendiente de cada cartera respecto al benchmark.

$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + ... + \beta_n X_n \tag{11}$$

El Beta de nuestras carteras respecto a nuestro índice de referencia, es el Beta de la regresión lineal que se muestra arriba. Sí el resultado de la ecuación es mayor a uno (activo cíclico), la cartera en cuestión sobredimensionará el movimiento del mercado del mercado (al alza o a la baja). Por el contrario, en caso de ser mayor a cero y menor a uno (activo defensivo), el movimiento de la cartera será más atenuado que el del benchmark. Finalmente, en caso de que el valor de Beta es negativo (corrección lineal negativa), los valores de las carteras operaran justamente en sentido contrario al índice.

### 3.4.1 Hedge

Para los casos en que la correlación lineal entre nuestras carteras y el índice sean positivas, y los rendimientos de este último se esperen a la baja, es decir que:

$$Y_{portfolio} = \alpha + \beta X_{SPY} \tag{12}$$

Entonces, nos encontramos con la posibilidad de tomar posición contra la tendencia del mercado y tratar de esta forma de cancelar el riesgo $-\beta V$ donde $V$ es el valor total de nuestra cartera. De esta forma, la expresión de la formula anterior quedaría :

$$Y_{portfolio} = \alpha + \beta\, X_{SPY} - \beta\, X_{SPY} = Y_{portfolio} = \alpha \tag{13}$$

Con este procedimiento, logramos hacer nuestro Beta neutral (igual a cero), lo que nos permite obtener resultados positivos incluso en un escenario de bearmarket, siempre y cuando se cumplan las condiciones mencionadas anteriormente.
Sin embargo, uno de los mayores problemas de implementar el beta hedging es que el beta estimado puede cambiar en el futuro, lo que puede afectar la efectividad de la cobertura que se ha implementado. Además, en caso de que un activo tenga una alta ponderación en el índice, este último puede verse influenciado por el movimiento del activo y no al revés.
En nuestro test inicial, utilizamos solo short selling, pero luego implementamos la simulación del uso de opciones con un costo arbitrario. Aunque esta estrategia tuvo efectividad al cubrir los retornos negativos y reducir en promedio los Drawdawns en la cartera de Maximo Sharpe, no fue así en la cartera de Minima Volatilidad, ya que al ser una cartera de Minima Volatilidad, su media no superó el costo de la opción.
Es importante mencionar que nuestra estrategia de vender el índice SPY solo es efectiva en ciertos contextos. Por ejemplo, se observó que los mejores rendimientos de la estrategia se dieron durante los primeros meses de la pandemia, ya que las políticas de enclaustramiento afectaron a todas las industrias. Por lo tanto, es necesario tener en cuenta este factor al implementar la estrategia de beta hedging. Además, es importante evaluar cuidadosamente los costos y beneficios de utilizar esta estrategia en relación a otros métodos de cobertura de riesgo.

$$Put = P_{atm} \cdot \beta \cdot X_{SPY} \Leftrightarrow X_{SPY} < 0 \tag{14}$$

Donde :

- $P_{atm}$ : es el precio de la opcion at the money
- $\beta$ : es el beta de la cartera
- $X_{SPY}$ : son los retornos del SPY

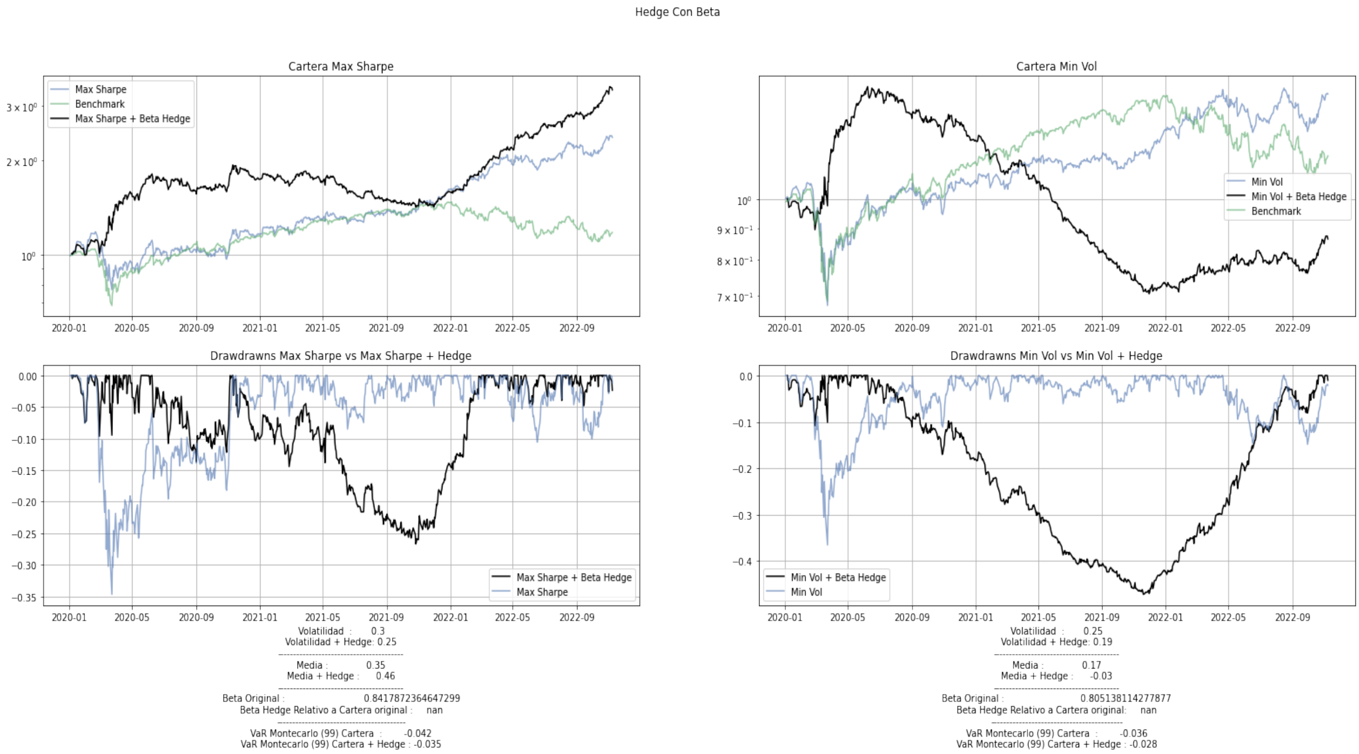



Figure 7

Como se puede ver tanto para la cartera de Máximo Sharpe se tiene que la estrategia de cobertura hay momentos donde evita caídas en retornos y tambien el tiempo máximo de DrawnDown.

Table 1: Estadisticas descriptivas de para las carteras con y sin cobertura (realizado con la libreria ffn)

| Stat | Max Sharpe | Max Sharpe Hedge | Min Vol | Min Vol Hedge |
|---|---|---|---|---|
| Start | 2020-01-06 | 2020-01-06 | 2020-01-06 | 2020-01-06 |
| End | 2022-11-08 | 2022-11-08 | 2022-11-08 | 2022-11-08 |
| Risk-free rate | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% |
| Total Return | 136.59% | 234.23% | 46.33% | -13.83% |
| Daily Sharpe | 1.16 | 1.83 | 0.66 | -0.18 |
| Daily Sortino | 2.00 | 3.86 | 1.04 | -0.35 |
| CAGR | 35.43% | 52.96% | 14.35% | -5.11% |
| Max Drawdown | -34.69% | -26.70% | -36.56% | -53.58% |
| Calmar Ratio | 1.02 | 1.98 | 0.39 | -0.10 |
| MTD | 0.53% | 1.52% | 1.34% | 0.92% |
| 3m | 10.95% | 26.27% | 3.32% | 8.24% |
| 6m | 14.28% | 41.73% | 2.07% | 7.91% |
| YTD | 46.53% | 112.10% | 14.05% | 17.91% |
| 1Y | 62.26% | 129.33% | 25.52% | 17.33% |
| 3Y (ann.) | 35.43% | 52.96% | 14.35% | -5.11% |
| 5Y (ann.) | - | - | - | - |
| 10Y (ann.) | - | - | - | - |
| Since Incep. (ann.) | 35.43% | 52.96% | 14.35% | -5.11% |
| Daily Sharpe | 1.16 | 1.83 | 0.66 | -0.18 |
| Daily Sortino | 2.00 | 3.86 | 1.04 | -0.35 |
| Daily Mean (ann.) | 34.74% | 45.49% | 16.47% | -3.42% |
| Daily Vol (ann.) | 29.96% | 24.89% | 24.81% | 19.20% |
| Daily Skew | 0.38 | 1.51 | -0.20 | 2.07 |
| Daily Kurt | 6.68 | 8.84 | 13.41 | 17.12 |
| Best Day | 12.84% | 12.44% | 11.06% | 10.66% |
| Worst Day | -9.60% | -5.91% | -11.59% | -6.11% |
| Monthly Sharpe | 1.47 | 1.47 | 0.79 | 0.02 |
| Monthly Sortino | 4.68 | 5.86 | 1.55 | 0.06 |
| Monthly Mean (ann.) | 32.47% | 48.35% | 16.21% | 0.55% |
| Monthly Vol (ann.) | 22.09% | 32.88% | 20.44% | 27.73% |
| Monthly Skew | 0.88 | 1.92 | 0.07 | 2.40 |
| Monthly Kurt | 0.72 | 6.22 | 0.14 | 8.06 |
| Best Month | 20.40% | 41.60% | 13.43% | 33.19% |
| Worst Month | -7.96% | -7.25% | -11.61% | -7.27% |
| Yearly Sharpe | 8.02 | 0.60 | 3.64 | -0.28 |
| Yearly Sortino | inf | 8.34 | inf | -0.40 |
| Yearly Mean | 42.76% | 51.67% | 17.44% | -11.63% |
| Yearly Vol | 5.33% | 85.46% | 4.79% | 41.78% |
| Yearly Skew | - | - | - | - |
| Yearly Kurt | - | - | - | - |
| Best Year | 46.53% | 112.10% | 20.82% | 17.91% |
| Worst Year | 38.99% | -8.76% | 14.05% | -41.18% |
| Avg. Drawdown | -3.35% | -2.84% | -3.85% | -5.27% |
| Avg. Drawdown Days | 18.74 | 19.39 | 27.56 | 58.65 |
| Avg. Up Month | 6.46% | 8.80% | 4.71% | 6.35% |
| Avg. Down Month | -2.65% | -3.68% | -4.08% | -4.93% |
| Win Year % | 100.00% | 50.00% | 100.00% | 50.00% |
| Win 12m % | 100.00% | 62.50% | 100.00% | 25.00% |

## 3.5 Métricas con cobertura

Para evaluar la efectividad de la cobertura planteada, se realizó una serie de métricas financieras que permiten cuantificar la diferencia entre la situación actual y la situación con la cobertura. Al observar los gráficos resultantes, se puede ver que la implementación de la cobertura reduce significativamente el riesgo (volatilidad) al achicar las colas de la distribución normal y concentrar un mayor número de ocurrencias dentro de los valores esperados y positivos.

Este achicamiento de las colas de la distribución normal tiene como resultado una reducción en el VaR, lo que significa que se reduce el riesgo de pérdida en la inversión. Esta reducción del VaR se calculó mediante el método de MonteCarlo, que implica generar una serie de escenarios posibles y utilizar estadísticas para obtener una estimación del VaR.

En resumen, los resultados de las métricas utilizadas sugieren que la implementación de la cobertura planteada puede ser una estrategia efectiva para reducir el riesgo en una inversión. Sin embargo, es importante recordar que estos resultados solo son indicativos y no deben ser considerados como predicciones precisas de lo que sucederá en el futuro.

### 3.5.1 BackTesting

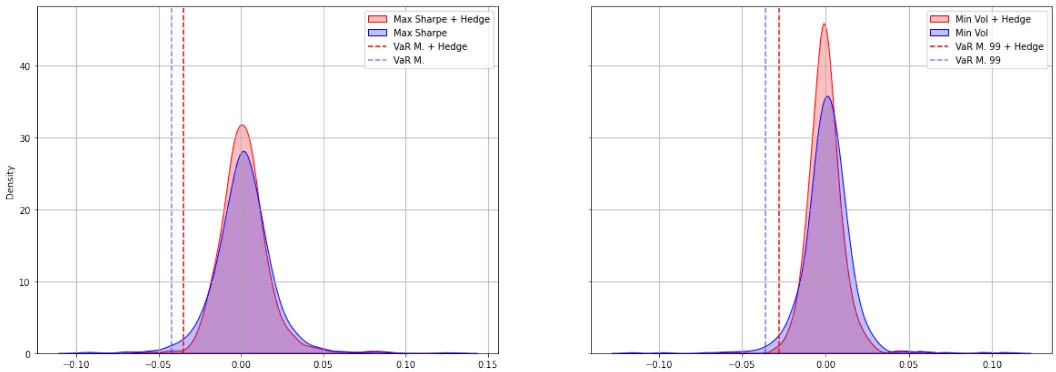



Figure 8: Value at risk para las distintas carteras

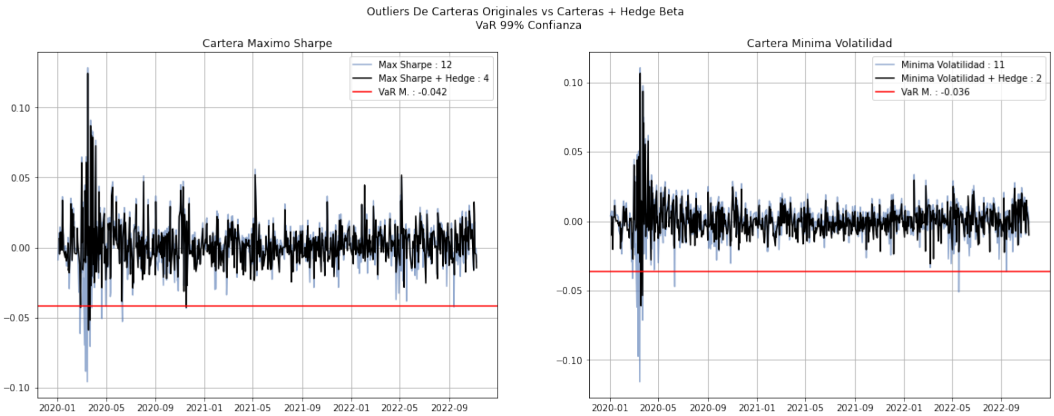



Figure 9: Backtest estatico del VaR

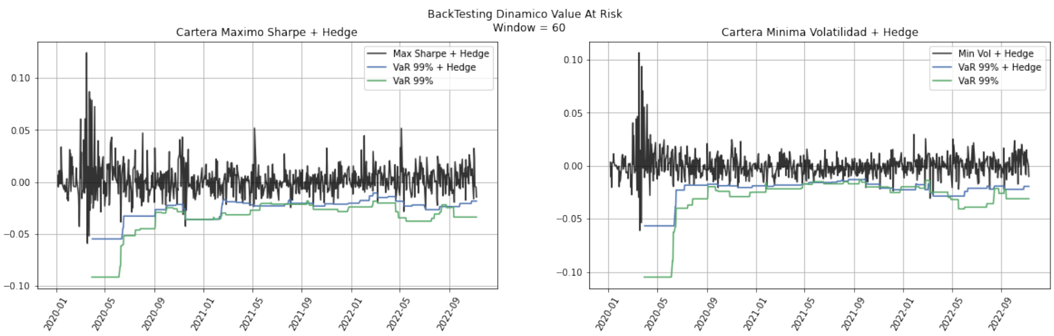



Figure 10: Backtest Dinamico del VaR

### 3.5.2 Rolling Value at Risk

Realizamos un Rolling con una ventana de treinta días y dada una "distribución t", de forma arbitraria y para realizar una comparación con una distribución distinta a la que se venía aplicando hasta el momento, a los fines de mostrar los efectos en la exposición al riesgo (en su mayoría positivos) de realizar la cobertura seleccionada. Podemos observar una reducción de riesgo en ambas carteras para el periodo de tiempo seleccionado.

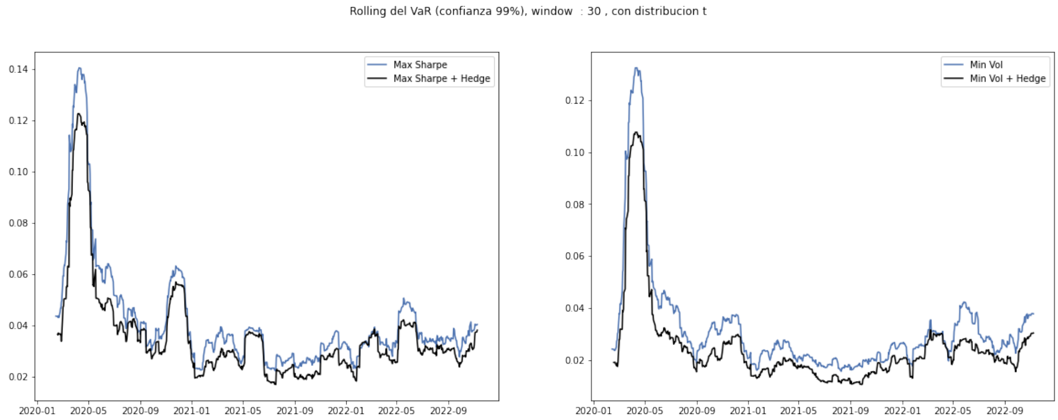



Figure 11: Rolling Value at risk

**Value at risk exposicion** Como otra metrica de riesgo para que el inversor pueda rebalancear su cartera en relacion a su riesgo elegido y conocer en que momentos esta mas expuesto a su riesgo entre 0% y 100% , por lo tanto optamos por realizar un rolling con una ventana de 60 periodos y la tolerancia al riesgo del inversor elegida de -5% de forma arbitraria.

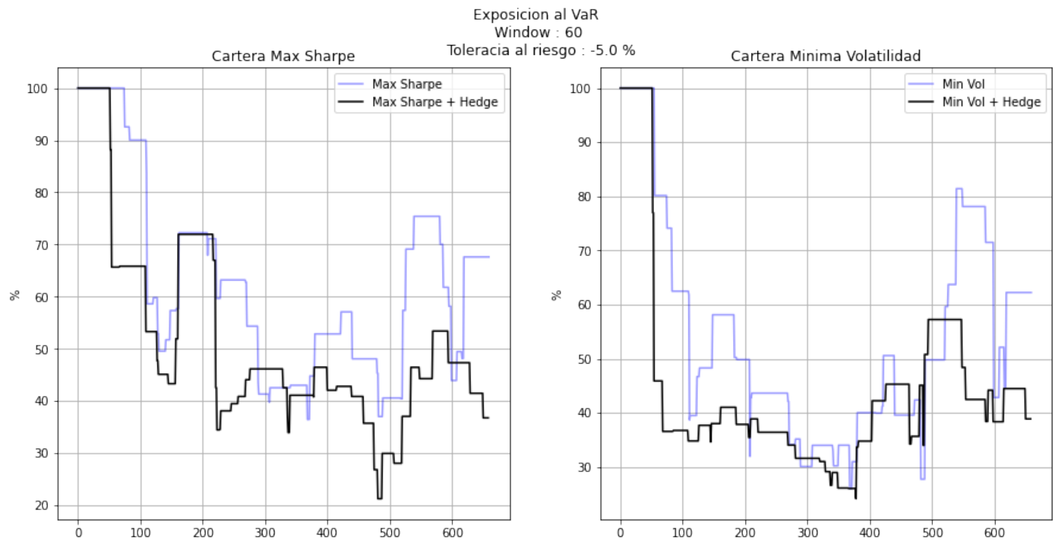



Figure 12: Exposicion al Riesgo

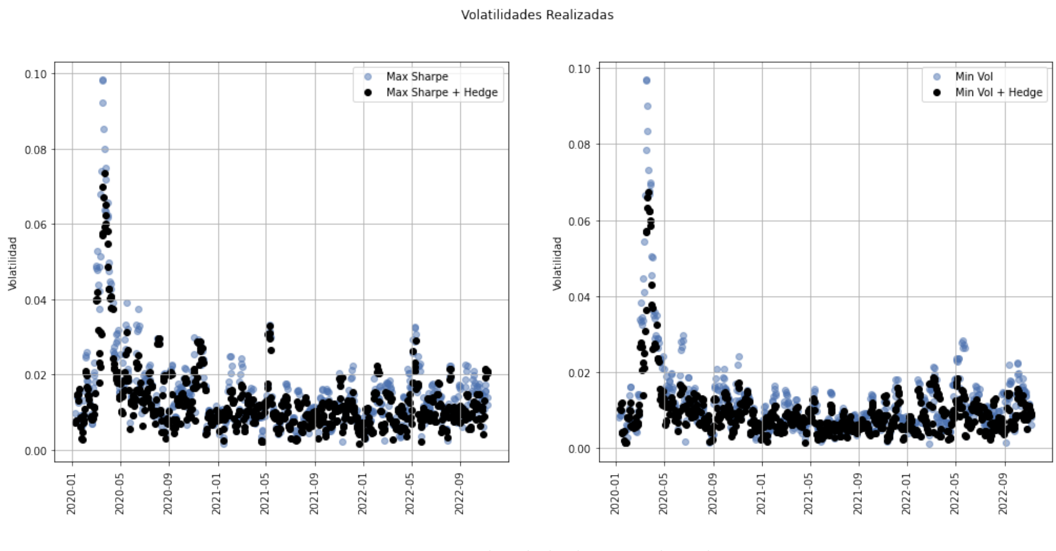



Figure 13: Volatilidades Realizadas

# 4 Extension

## 4.1 Consideraciones

En esta sección, extenderemos el proceso de cobertura a diferentes carteras compuestas por distintos activos. El algoritmo desarrollado es capaz de manejar el caso dónde el Beta del SPY es negativo, lo que implica que en lugar de utilizar puts, se utilizarán calls.

Para estas simulaciones, se asume que se compran opciones automáticamente al precio at the money antes de que cierre el mercado. Dichas opciones vencerán al día siguiente y se comprarán todos los días. La opción solo se ejecutará si el signo del retorno del índice SPY desfavorece a los retornos de la cartera.

Para la opción, se ha realizado una generalización de costos y se ha considerado su precio como un porcentaje de la acción. Esto se ha hecho debido a que muchas opciones en el mercado no vencen al día siguiente, lo que implica que se podría tener una data sin estándar. La lógica detrás del uso de un porcentaje permite que el precio de la opción at the money acompañe al precio del índice durante toda la evolución del mismo para los distintos periodos.

Aunque en el presente trabajo no se han registrado casos en los que el Beta del SPY haya sido contra-cíclico, es importante tener en cuenta este enfoque como una posibilidad a considerar en situaciones futuras. De esta manera, se podrían implementar estrategias de hedging más flexibles y adaptativas a diferentes escenarios del mercado.[1]

## 4.2 Proceso

Para evaluar la efectividad de la estrategia de cobertura, se realizaron 300 simulaciones en dos intervalos de tiempo: desde el inicio de 2019 hasta fines de 2021, y desde el inicio de 2020 hasta fines de 2022. En cada simulación se llevó a cabo el proceso descripto en páginas anteriores, desde la recolección de datos hasta el cálculo del Beta y las volatilidades y retornos de cada cobertura. Además, se incluyó en el proceso el costo de la opción, ajustándolo para evitar que la cobertura resultara negativa o que los retornos fueran extraordinarios.

Para las simulaciones se tiene que probar si en realidad con la cobertura hubo un cambio significativo y no es puramente error estadisitco para eso probamos la siguiente hipótesis.

- $H_0$ : no hay diferencia estadistica entre medias : $\mu_x = \mu_y$
- $H_1$ : si hay diferencia estadistica entre medias : $\mu_x \neq \mu_y$

Para probarlo utilizaremos el test de Welch, el cual nos permite hacer un test de medias entre 2 variables sin asumir que tienen la misma varianza y se realizara sobre las carteras de Maximo Sharpe.

Test de Welch :

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \tag{15}$$

Donde :

- $\bar{x}_1$ y $\bar{x}_2$ son las medias de las dos muestras, respectivamente.
- $s_1^2$ y $s_2^2$ son las varianzas estimadas de cada una de las dos muestras, respectivamente.
- $n_1$ y $n_2$ son los tamaños de las dos muestras, respectivamente.

Luego, se calcula el p-valor asociado a este estadístico de prueba utilizando una distribución t de Student con grados de libertad aproximados por la fórmula de Welch:

$$df = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{1}{n_1-1}\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2 + \frac{1}{n_2-1}\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2} \tag{16}$$

Una vez que se tiene el estadístico de prueba y los grados de libertad, se puede calcular el p-valor utilizando la distribución t de Student. Si el p-valor es menor que el nivel de significación elegido (por ejemplo, 0.05), se rechaza la hipótesis nula y se concluye que las dos muestras provienen de poblaciones con medias diferentes.
Resultados para retornos de Sharpe :

- $p - valor$ : 1.274080048779314e-23
- $t$ : 10.672126849306991

## 4.3 Comparacion de Betas

A continuacion se muestra como es la distribución de betas para ambos tipos de carteras para ambos escenarios

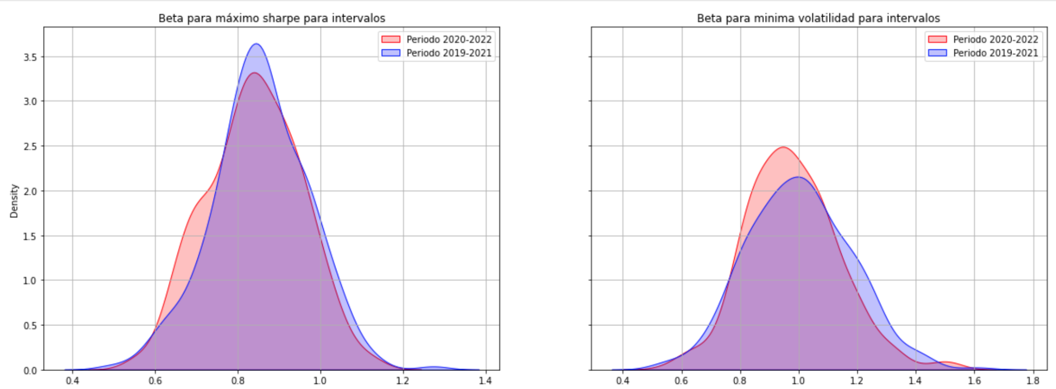



Figure 14: Distribución de Betas

En general, se observa que el beta tiende a tener una distribución similar en ambos periodos muestrales, tanto para las carteras de máximo sharpe como para la de mínima volatilidad. En el caso del máximo ratio de sharpe, el beta promedio es menor que uno, lo que indica que los activos en esa cartera tienden a ser defensivos y tienen una menor sensibilidad al mercado en comparación con el índice de referencia. Por otro lado, en el caso de mínima volatilidad, la media del beta es más cercana a uno, lo que indica que los activos en esa cartera reaccionan de manera más directa al mercado y tienen una mayor sensibilidad.
Además, se puede observar que para el periodo 2020-2022, el activo (SPY) se vuelve aún más defensivo en ambas carteras. Esto puede deberse a un cambio en la composición de la cartera o a un cambio en el comportamiento del mercado en ese periodo.
Cabe destacar que existe la posibilidad de que existan betas negativos en las carteras, es decir, que los activos en ellas actúen de manera anticíclica al mercado. Esto puede ocurrir en situaciones específicas como cuando la industria a la que pertenecen los activos está en una fase de contracción o cuando se produce un shock económico o financiero en el mercado. Por ejemplo, durante la pandemia COVID-2022, algunos sectores de la economía pueden haber experimentado un desempeño negativo, lo que puede haber causado un comportamiento anticíclico en las carteras que contenían activos de esos sectores. En cualquier caso, es importante analizar el contexto en el que se

producen betas negativos para poder interpretarlos adecuadamente.

## 4.4 Comparacion de Retornos

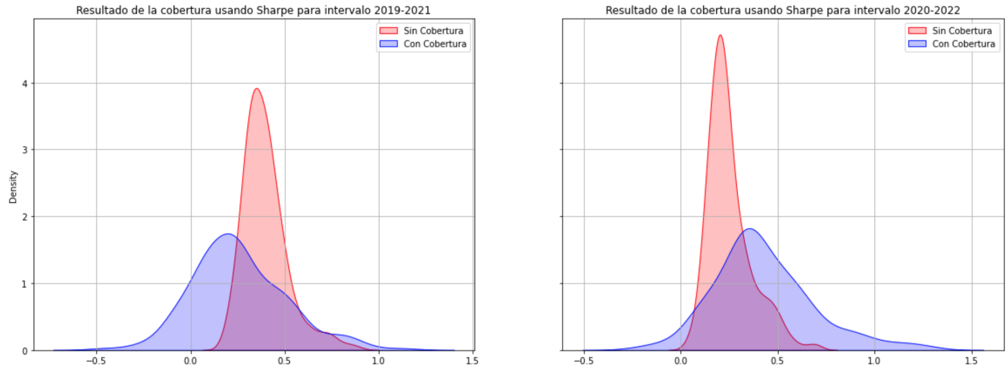



Figure 15: Retornos para carteras de máximo ratio de sharpe

Se observa que ante distintos intervalos temporales, la cobertura puede ser una estrategia o más rentable o no que las que no están con cobertura (En el test de medias se observo que son estadísticamente diferentes para ambos casos), para el primer caso se ve observa que al tomar el año 2019 y dejando de lado 2022, no resultó rentable una estrategia de cobertura, una posible explicación para esta dinámica es que el año 2019 fue un año de crecimiento estable y menor para las empresas del SP 500, a diferencia del periodo pandemico dónde hubieron altos episodios especulativos dado que se redujo la aversión al riesgo de la gente, así como la entrada de nuevos agentes al mercado de acciones.

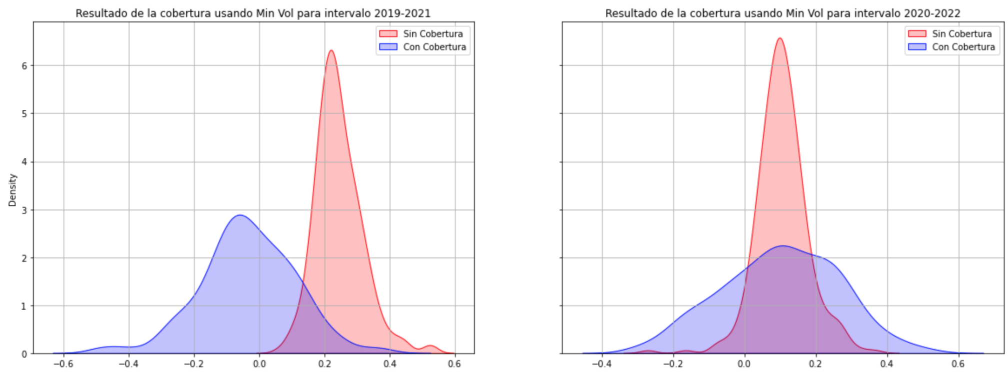



Figure 16: Retornos para carteras de mínima volatilidad

Para la cartera de Mínima Volatilidad se tiene que en el primer periodo se repite el escenario anterior (La Cobertura te hace perder) , mientas que para el segundo periodo se tiene que no se obtiene una diferencia signicativa ente el retorno de ambas carteras, esto se debe a que la construcción de la cartera de Mínima Volatilidad implica que las ponderaciones de los activos son tal que no siempre se están ante escenarios de cambios bruscos, esto se evidenciará en la siguiente sección que analiza la Volatilidad

## 4.5 Comparacion de Volatilidades

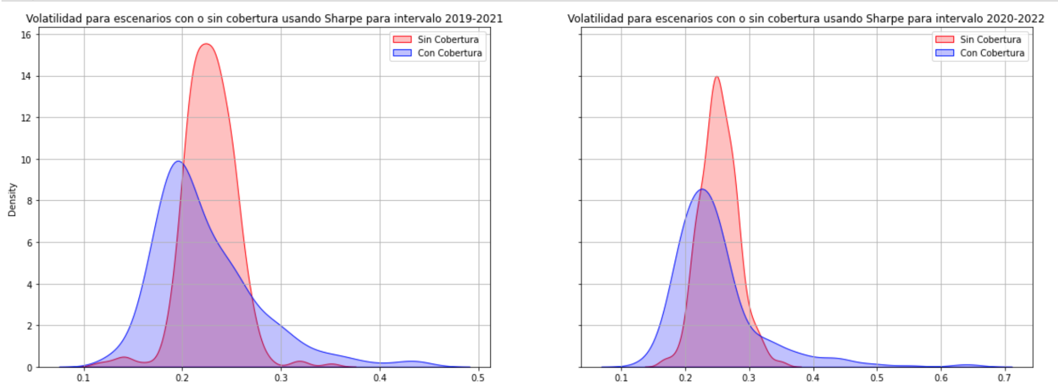



Figure 17: Volatilidades para carteras de máximo ratio de Sharpe

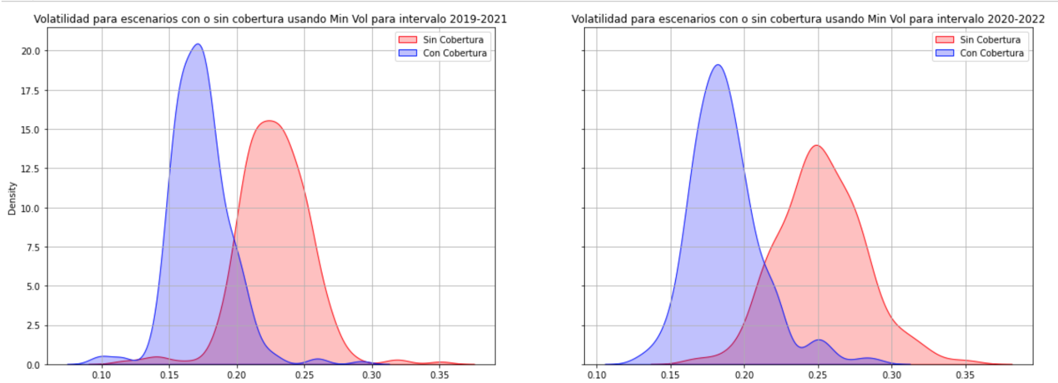



Figure 18: Volatilidades para carteras de mínima volatilidad

En ambos casos se tiene que el uso de la cobertura ayudó a disminuir la volatilidad de la cartera, incluso para las carteras de menor volatilidad, esto se debe a que la estrategia de los puts continuos que se tiene evita cambios grandes en el margen dado que se neutraliza el beta de la cartera cuando los retornos del índice son negativos. La reducción de la volatilidad está ligado a que tan sensible se es al Beta, por ejemplo en las carteras de maximo ratio de Sharpe el beta en promedio era de 0.8, por lo cual neutralizar el efecto de este no mueve tanto la distribución como en el caso de mínima volatilidad dónde el beta suele estar en 1.0 en promedio

## 4.6 Estadísitica Comparativa General

Como conclusion de las 300 simulaciones de carteras, extrajimos que en la cartera de Maximo Sharpe el 80% de las veces la media de la cartera de maximo sharpe con hedge fue mayor o igual cartera seleccionada y el El 65 % de las veces la volatilidad del la cartera de maximo sharpe con hedge fue menor o cartera seleccionada.
Con respecto a la cartera de Minima Volatilidad : El 48 % de las veces la media cartera de minima volatilidad con hedge fue mayor o igual la cartera seleccionada y El 100 % de las veces la volatilidad de la cartera de minima volatilidad con hedge fue menor o igual a la cartera seleccionada.
Como se explico anteriormente tambien ser realizo una comparativa sin el uso de opciones y solo con shortselling en cada periodo en este caso con 300 simulaciones de carteras tambien obtuvimos que para los dos carteras realizando la cobertura el 2% de las veces la media con hedge fue superior a la cartera elegida, y el 100% de las veces la volatilidad con hedge fue menor a la cartera elegida.

# 5 Conclusiones

Se ha llevado a cabo un análisis detallado de la eficacia de la cobertura como estrategia de inversión utilizando diversas herramientas y generalizaciones. En este enfoque inicial, se realizó un backtesting para probar el rendimiento del modelo en datos del pasado, y se realizaron simulaciones para evaluar su comportamiento en diferentes períodos. Los resultados obtenidos en este análisis parecen ser positivos y sugieren que la cobertura puede ser una estrategia rentable para el inversor que está dispuesto a asumir un mayor riesgo en su cartera.

Sin embargo, es importante tener en cuenta que el backtesting solo proporciona una visión limitada de cómo se comportará el modelo en el futuro, ya que se están probando datos del pasado. Además, los resultados pueden variar significativamente dependiendo de la muestra seleccionada, como se pudo verificar al realizar las simulaciones. En el período comprendido entre 2019 y 2021, la estrategia de cobertura no resultó rentable en comparación con el otro período.

Antes de hacer inferencias más precisas sobre la efectividad del modelo planteado, es importante considerar si los supuestos utilizados se sostienen tanto en la realidad como en un contexto operativo y comercial. Además, es necesario tener en cuenta que la muestra temporal seleccionada fue generada en un contexto específico y puede haber sido influenciada por cambios estructurales o shocks transitorios, lo que podría afectar los resultados del modelo en su implementación en producción.

Estos problemas plantean un desafío que podría solucionarse de diversas maneras. Una posible solución sería hacer que el beta sea dinámico y se rebalancee periódicamente. Esto podría mejorar la efectividad del modelo en su implementación en producción y ajustarse a cambios en las condiciones del mercado. Además, el avance de los algoritmos podría permitir una gestión más eficiente del flujo ligeramente complejo que representa una estrategia de rebalanceo dinámico del beta. Esto podría ser abordado en una continuación del presente trabajo.

# References


[1] Y. Hilpisch. *Python for Finance , Mastering Data-Driven Finance*. O'Reilly Media, 2018.

[2] John C. Hull. *Options, futures, and other derivatives*. Pearson Prentice Hall, 2006.

[3] H. M. Markowitz. *Portfolio Selection: E!cient Diversification of Investments*. (Blackwell) 2nd edn., 1991.

[4] Attillio Meucci. *Risk and Asset Allocation*. Springer, 2009.