

B-Praktikum

Fabian Haneder

09.11.2016

Inhaltsverzeichnis

1	Optische Spektroskopie	5
1.1	Vorbereitung	5
1.2	Durchführung	8
1.2.1	Allgemeine Hinweise	8
1.2.2	Einführende Versuche	9
1.2.3	Erzeugung verschiedener Farbtemperaturen mit einem Glühlämpchen	11
1.2.4	Auswertung des Sonnenspektrums	11
1.2.5	Bestimmung chemischer Elemente	11
1.2.6	Additive Farbmischung	12
2	Lichtbeugung an Spalt und Gitter	15
2.1	Vorbereitung	15
2.2	Durchführung	18
2.2.1	Beugungsbild des Einfachspaltes	18

1 Optische Spektroskopie

Im Jahr 1835 behauptete einst der französische Philosoph Auguste Comte, man würde nie etwas über die chemische Zusammensetzung der Sonne und der Sterne erfahren. Bereits 33 Jahre später entdeckten Sir Norman Lockyer und Pierre Janssen ein bislang unbekanntes Element in der Sonne, das sie Helium nannten. Möglich war ihnen dies durch den Fortschritt der Spektroskopie, in die in diesem Versuch eingeführt werden soll.

Unter Spektroskopie versteht man physikalische Methoden, die dazu benutzt werden, elektromagnetische Strahlung und, gerade zu Anfang, vor allem sichtbares Licht nach einer bestimmten Eigenschaft wie der Wellenlänge zu zerlegen. Außer zur Untersuchung von Himmelskörpern können diese Methoden auch verwendet werden, um mittels Spektralanalyse oder Massenspektrometrie die chemische Zusammensetzung von unbekannten Proben sehr genau zu bestimmen.

Aber nicht nur die Chemie, sondern auch die Physik hat durch Spektroskopie signifikante Fortschritte gemacht. So findet die Entwicklung der Atomphysik und Quantenmechanik ihren Ausgangspunkt in der Beobachtung von Linienspektren verschiedener Atome und Moleküle, und auch Naturgesetze und -konstanten konnten durch spektroskopische Methoden untersucht werden.

In diesem Versuch soll, nachdem sich zunächst mit den zur Durchführung notwendigen Programmen und Analysemethoden vertraut gemacht wurde, das Sonnenspektrum ausgewertet werden. Zudem soll das für die Strahlung einer Glühlampe verantwortliche Element identifiziert und schließlich die sogenannte additive Farbmischung untersucht werden.

1.1 Vorbereitung

1. Wozu wird das Prinzip der Beugung in einem Spektrometer benötigt?

Unterschiedliche Wellenlängen werden unterschiedlich stark gebeugt bzw. gebrochen, wodurch die Intensitätsmaxima unterschiedlicher Farben an unterschiedlichen Orten auftreten.

2. Welche Vorteile hat ein Beugungsgitter im Vergleich zu einem Doppelspalt? Ändert sich die Lage der Maxima mit zunehmender Spaltanzahl?

Bei einem Beugungsgitter lässt sich eine erheblich höhere Genauigkeit erzielen, da die Intensitätsmaxima deutlich schmaler und höher sind. So berechnet sich beispielsweise die Fußpunktbreite wie folgt: $\Delta\beta = \lambda/N \cdot d$

Hierbei ist N die Spaltanzahl und d der Spaltabstand. Mehr Spalten bedeutet also höhere Genauigkeit. Die Lage der Maxima ändert sich allerdings nicht.

1 Optische Spektroskopie

3. Beschreiben Sie das Spektrum eines Temperaturstrahlers und einer Gasentladungslampe.

Temperaturstrahler strahlen stets ein kontinuierliches Spektrum ab, dessen Intensitätsmaximum bei Raumtemperatur im Normalfall außerhalb des sichtbaren Bereichs liegt. Wird die Temperatur erhöht, so verschiebt sich das Maximum in den sichtbaren Bereich und dort nach und nach von Rot über Gelb bis hin zu Blau. Gasentladungslampen hingegen erzeugen ein Spektrum, bei dem die Maxima deutlich ausgeprägter auftreten, als beim kontinuierlichen Spektrum des Temperaturstrahlers. So kann zum Beispiel mit Natriumdampf-Lampen nahezu monochromatisches Licht erzeugt werden, lediglich die Bewegung der Natriumatome im heißen Dampf führt über den Dopplereffekt zur geringfügigen Verbreiterung der Bandbreite des emittierten Lichts.

4. Wie können mit Hilfe eines Spektrometers die chemischen Elemente der Erd- und Sonnenatmosphäre bestimmt werden? Wie können diese der jeweiligen Atmosphäre zugeordnet werden?

Die Elemente der Erd- und Sonnenatmosphäre können durch einen Vergleich des Spektrums des Sonnenlichts mit bereits bekannten Emissionslinien der einzelnen Elemente bestimmt werden. Eine Zuordnung könnte etwa dadurch erfolgen, dass versucht wird, einen der Faktoren zu eliminieren, indem z.B. von einem Satelliten aufgefangenes Licht analysiert wird.

5. Welche Temperatur (in Kelvin) besitzt die Sonnenoberfläche? Skizzieren Sie den Intensitätsverlauf eines schwarzen Körpers mit dieser Temperatur und kennzeichnen Sie die Strahldichte des sichtbaren Bereichs.

Hierzu benötigt man die Formeln für die spektrale Strahldichte und das Wien'sche Verschiebungsgesetz:

$$L_{S,\lambda}(\lambda, T) = \frac{c_1}{\pi \lambda^5} \left[\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1 \right]^{-1} \quad (1.1)$$

$$\lambda_{\max} T = 2.8978 \cdot 10^{-3} \text{ m K} \quad (1.2)$$

mit den Konstanten

$$c_1 = 2\pi h c_0^2 = 3.7418 \cdot 10^{-16} \text{ W m}^2$$

$$c_2 = h c_0 k^{-1} = 1.4388 \cdot 10^{-2} \text{ m K}$$

Die Sonnenoberfläche besitzt eine Temperatur von $T = 5777 \text{ K}$. Damit erreicht die Intensitätsverteilung ihr Maximum bei $\lambda_{\max} = 5.016 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. Dies entspricht der Farbe Hellgrün. (Für Abbildung s. [hier](#))

6. Wie hoch müsste die Temperatur eines schwarzen Körpers sein, damit das Intensitätsmaximum in der Mitte des sichtbaren Bereichs liegt? Warum können solche Temperaturen nicht mit einem herkömmlichen Glühdraht erreicht werden?

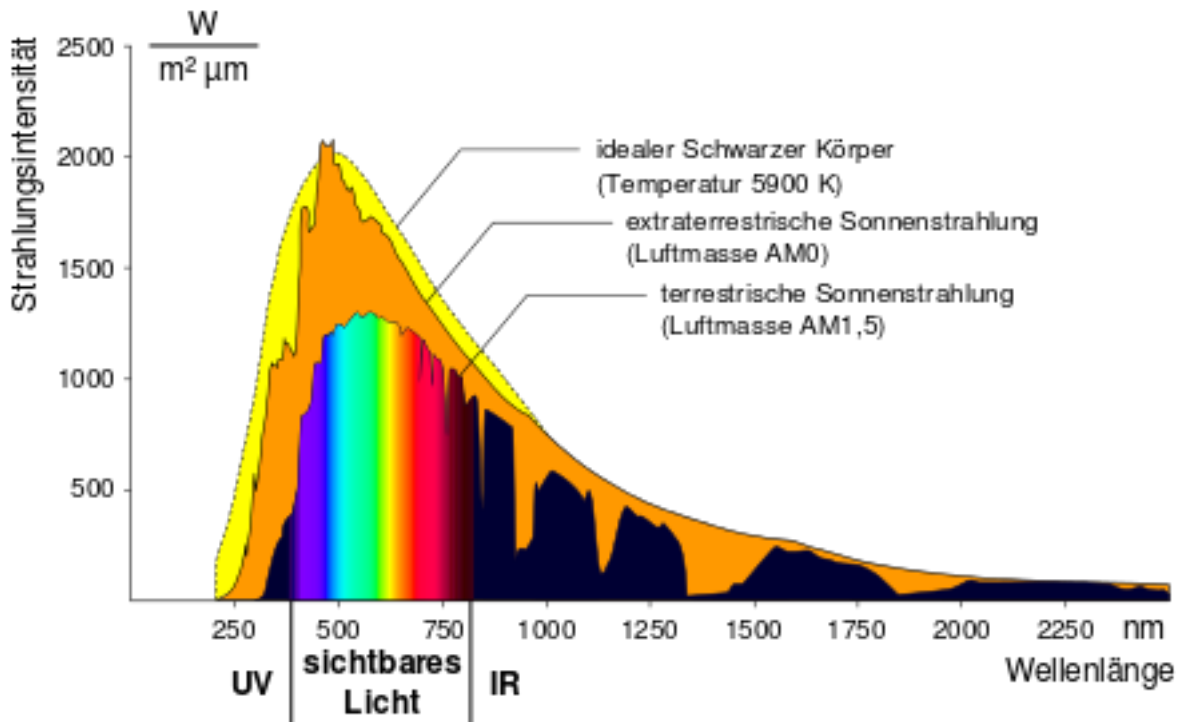


Abbildung 1.1: Intensitätsspektrum eines sonnenähnlichen Schwarzkörpers

Nach dem Wien'schen Verschiebungsgesetz ergibt sich mit $\lambda_{\text{avg}} = 550 \text{ nm}$:

$$T_{\text{avg}} = 5268 \text{ K}$$

Solche Temperaturen können mit herkömmlichen Glühlampen aus Wolfram nicht erreicht werden, da Wolfram einen Schmelzpunkt von $T_{\text{schmelz}} = 3695 \text{ K}$ aufweist.

7. Wie kann die Temperatur eines Glühdrahtes relativ einfach (in guter Näherung) bestimmt werden, wenn der Verlauf des Spektrums der Strahlung bekannt ist? Wie kann diese bestimmt werden, wenn nur ein kleiner Ausschnitt des Verlaufs (z.B. nur der sichtbare Bereich) bekannt ist?

Ist das gesamte Spektrum bekannt, so kann durch Ermittlung der Wellenlänge, bei der das Intensitätsmaximum auftritt, die Temperatur des Strahlers über das Wien'sche Verschiebungsgesetz recht einfach berechnen. Ist nur ein Teil des Spektrums bekannt, so kann aus dem Auftreten bestimmter Spektrallinien zumindest eine Mindesttemperatur extrapoliert werden, die nötig ist, um das Material des Glühdrahtes mit der entsprechenden Wellenlänge zum Leuchten zu bringen.

8. Erklären Sie den Begriff der Farbtemperatur. Was sagt dieser Begriff über das Spektrum einer Glühlampe (Temperaturstrahler) und einer Energiesparlampe (Gasentladungslampe) aus?

1 Optische Spektroskopie

Unter Farbtemperatur versteht man die zu einer bestimmten Farbe gehörende Temperatur, die nötig ist, um einen schwarzen Körper unter festgelegter Helligkeit und Beobachtungsbedingungen möglichst genau mit dieser Farbe zum Strahlen zu bringen.

Die Farbtemperatur von Energiesparlampen und anderen Gasentladungslampen ist im Normalfall bei ca. 4000 K – 5000 K und damit höher, als bei Glühlampen (ca. 2600 K – 3000 K). Eine Ausnahme bilden hier lediglich Natriumdampflampen, deren Farbtemperatur etwa 2000 K beträgt. Damit ist im Allgemeinen eine höhere Temperatur nötig, um mit einem schwarzen Körper das Leuchten einer Energiesparlampe nachzuahmen, als das einer Glühbirne.

9. Welcher proportionale Zusammenhang besteht zwischen spezifischer Ausstrahlung und Temperatur eines schwarzen Körpers? Welches Gesetz beschreibt diesen Zusammenhang?

Wie oben bereits beschrieben, hängen die spezifische Ausstrahlung und Temperatur eines schwarzen Körpers über das Wien'sche Gesetz (1.2) zusammen.

10. Wie kann mit Hilfe eines Spektrometers auf die chemischen Inhaltsstoffe von Gasentladungslampen geschlossen werden?

Die Spektren von Gasentladungslampen haben meist sehr ausgeprägte Maxima, man spricht auch von Linienspektren. Vergleicht man die Wellenlängen dieser Peaks mit den Emissionsspektren von bekannten Stoffen, so lässt sich auf die chemische Zusammensetzung des jeweiligen Leuchtstoffs schließen.

1.2 Durchführung

1.2.1 Allgemeine Hinweise

Zum Wechseln der Lampen (230 Volt!)

- Lampe vor Wechseln ausschalten und abkühlen lassen
- Nicht die Kontakte in der Fassung berühren

Zum Umgang mit dem Lichtwellenleiter

- Zu starke Krümmung vermeiden ($r \geq 15$ cm)
- Unnötige Verspannungen des Knickschutzes vermeiden
- Berührungen mit dem Lichtwellenleitereingang vermeiden, diesen nach Versuchsende verschließen
- Abstand zwischen Lampe und Leiter min. 15 cm

Zur Versuchsdurchführung

- Auf möglichst wenig Umgebungslicht achten
- Dunkel- und Referenzspektrum aktuell halten
- Richtige Parameter beim Speichern angeben
- Diagramme mit allen relevanten Angaben beschriften

1.2.2 Einführende Versuche

Einführung in SpectraWiz

Öffnen Sie SpectraWiz und wechseln Sie ggf. in den Scope-Modus. Setze die Parameter folgendermaßen:

SCOPE -> ... TIME: 100 MS, AVG:1, SM:0, SG:0, TC:OFF, XT:3, CH:1

Richten Sie den Lichtwellenleiter auf die Glühlampe aus und fixieren Sie ihn mithilfe des Stativmaterials. Speichern Sie bei abgeschalteter Lampe das Dunkelspektrum.

- Wozu wird das Dunkelspektrum benötigt?

Justieren Sie den Lichtwellenleiter so, dass das Maximum des Graphen im obersten Viertel der Skala liegt.

- Wie wirkt sich eine Änderung der Parameter "DETECTOR INTEGRATION TIME" und "NUMBER OF SCANS TO AVERAGE" auf die Anzeige aus?

Nehmen Sie das Spektrum der Glühlampe auf und speichern Sie es ab.

- Begründen Sie, warum die angezeigte Intensitätsverteilung nicht der tatsächlichen Verteilung des Glühlampenspektrums entsprechen kann.

Aufnahme von Transmissionsspektren

Nehmen Sie das Glühlampenspektrum als Referenzspektrum auf und wechseln Sie in den Transmissionsmodus

- Wozu wird das Referenzspektrum benötigt?
- Woran lässt sich im Transmissionsmodus erkennen, ob das Referenzspektrum und das Dunkelspektrum richtig eingestellt, bzw. ob die beiden noch aktuell sind?
- Warum ist im Wellenlängenbereich unterhalb von ca. 350 nm keine sinnvolle Transmissionsmessung möglich?

Halten Sie farbige Brillengläser in den Strahlengang.

- Beschreiben Sie qualitativ Ihre Beobachtungen bzgl. der Farbe und des dazugehörigen Transmissionsspektrums.

1 Optische Spektroskopie

Nehmen Sie die Transmissionsspektren zweier einzelner Gläser und das Spektrum der Kombination auf und speichern Sie sie ab. Stellen Sie die Spektren in QtiPlot in einem Diagramm dar und drucken Sie dieses aus.

- Welcher mathematische Zusammenhang gilt für die einzelnen eben erwähnten Transmissionsgrade?

(#) Ermitteln Sie in QtiPlot rechnerisch das Transmissionsspektrum der Filterkombination. Stellen Sie dieses zusammen mit den anderen Spektren in einem Diagramm dar.

Aufnahme von Emissionsspektren

Nehmen Sie im Scope-Modus das Spektrum einer Energiesparlampe auf und speichern Sie dieses ab.

- Beschreiben Sie qualitativ die Unterschiede zum Spektrum einer Glühlampe.

Nehmen Sie die Spektren der LEDs (rot, grün, blau) auf.

- Notieren Sie sich zu den einzelnen Farben der LEDs die Wellenlängenwerte der Maxima, welche Sie in SpectraWiz bestimmen können.
- Lässt sich durch diese Werte auf den jeweiligen Farbeindruck schließen? Begründen Sie Ihre Aussage.

Bestimmung der Farbtemperatur einer Glühlampe

Öffnen Sie in QtiPlot die Umrechnungstabelle und importieren Sie das Glühlampenspektrum. Führen Sie die für die Umrechnung erforderlichen Schritte aus und stellen Sie das angepasste Spektrum dar.

- Warum müssen zur Bestimmung der Farbtemperatur die Messdaten umgerechnet werden?
- Begründen Sie qualitativ, wie und wie stark sich die angelegte Wechselspannung ($f = 50 \text{ Hz}$) im Vergleich zu einer entsprechenden Gleichspannung auf die Farbtemperatur auswirkt.

Erstellen Sie mittels des Fit-Assistenten eine geeignete Kurve für den Wellenlängenbereich von ca. 1-2000nm. Drucken Sie das Diagramm, in dem die ermittelte Temperatur ersichtlich ist, aus.

- Beschreiben Sie mit Hilfe des Graphen, warum eine Glühlampe als Beleuchtungsmedium nicht effizient ist.
- Bestimmen Sie mit Hilfe des Wien'schen Verschiebungsgesetzes die Lage des Maximums des angezeigten Schwarzkörperspektrums.

1.2.3 Erzeugung verschiedener Farbtemperaturen mit einem Glühlämpchen

Nehmen Sie drei verschiedene Spektren durch Änderung der Spannung (max. 10 Volt!) zu den subjektiv empfundenen Intensitäten "Schwach", "mittel" und "Stark" ab.

Ermitteln Sie in QtiPlot die Farbtemperaturen und speichern Sie die Diagramme ab.

- Begründen Sie qualitativ, wie und warum sich die angelegte elektrische Spannung auf das aufgenommene Spektrum auswirkt.

1.2.4 Auswertung des Sonnenspektrums

Aufnahme des Sonnenspektrums

Richten Sie den Lichtwellenleiter so aus, dass Sie das Sonnenspektrum aufnehmen können (Aufnahme des Streulichts genügt). Speichern Sie bei aktuell gehaltenem Dunkelspektrum die Intensitätsverteilung ab.

Bestimmung der Oberflächentemperatur der Sonne

Rechnen Sie die Messdaten in QtiPlot um und stellen Sie sie graphisch dar. Erstellen Sie eine Fit-Kurve* und drucken Sie das Diagramm mit Angabe der ermittelten Oberflächentemperatur aus.

*Für den Fall, dass keine geeignete Kurve ermittelt werden kann, stellen Sie den Verlauf eines Schwarzkörperspektrums für $T = 6000 \text{ K}$ dar.

- Begründen Sie kurz einige bei dieser Auswertung vorliegende Fehlerquellen.

Bestimmung der wichtigsten Fraunhofer'schen Linien

Stellen Sie das Sonnenspektrum in einem neuen Diagramm dar. Drucken Sie den Graphen aus. Bestimmen Sie mit Hilfe des "Datenlesers" die Wellenlängen der Einbrüche im Spektrum, welche den jeweiligen Fraunhofer'schen Linien entsprechen (vgl. Tabelle).

- Kennzeichnen Sie die Lage dieser Linien im Diagramm.
- Notieren Sie die gemessenen Wellenlängenwerte und bestimmen Sie die Differenz zu den Tabellenwerten.
- Wie lässt sich diese Differenz erklären?

1.2.5 Bestimmung chemischer Elemente

Stellen Sie das Spektrum einer Glühlampe im Scope-Modus dar. Dieses erhalten Sie durch Aufnahme der Schalterbeleuchtung einer Steckdosenleiste. Justieren Sie hierzu den Lichtwellenleiter senkrecht über dem Schalter in wenigen Zentimetern Abstand.

- Erläutern Sie qualitativ, ob und wie der transparente gefärbte Kunststoff des Schalters die Aufnahme des Spektrums beeinflusst.

Tabelle 1.1: Wichtige Fraunhofer'sche Linien

Symbol	λ [nm]	Element
A	760.8	O
B	686.7	O
C	656.3	H
D₁	589.6	Na
D₂	589.0	Na
E	527.0	Fe
F	486.1	H
G	430.8	Fe
H	396.8	Ca
K	393.4	Ca

- Warum ist für diesen Versuchsteil keine Umrechnung der Daten in QtiPlot notwendig?

Werten Sie das abzuspeichernde Spektrum in QtiPlot aus. Bestimmen Sie mittels ausliegender Messdaten bekannter Stoffe das für die Strahlung verantwortliche Element in der Lampe.

Importieren Sie zusätzlich die Messdaten des passenden Vergleichsspektrums und stellen Sie dieses im gleichen Diagramm dar.

- Welchen Vorteil hat dieses Verfahren gegenüber der Auswertung mit Hilfe von Tabellenwerten?

Beschriften Sie markante Peaks mit zugehörigen Wellenlängen und drucken Sie das Diagramm aus.

(#)Belegen Sie graphisch, dass in einer Energiesparlampe Anteile von Quecksilber vorhanden sind. Drucken Sie anschließend Ihre Ergebnisse mit geeigneter Beschriftung aus.

1.2.6 Additive Farbmischung

Betrachten Sie im Scope-Modus das Spektrum der farbwechselnden LED-Lampe und beantworten Sie folgende Fragen:

- Wie viele verschiedenfarbige LEDs werden in dieser Lampe eingesetzt?
- Welche (Peak-)Wellenlängen und Farben haben diese LEDs?

- Nennen Sie zusätzlich ein Beispiel, an dem ersichtlich wird, warum aufgrund eines Farbeindrucks nicht auf die zugrundeliegenden Wellenlängen geschlossen werden kann.

Veranschaulichen Sie sich die additive Farbmischung mittels LEDs, deren Helligkeit einzeln verändert werden kann. Versuchen Sie, Mischfarben zu erzeugen. Verwenden Sie die Lampe als Streumedium. Richten Sie die LEDs auf eine weiße Fläche und erzeugen Sie Schatten in verschiedenen Farben.

- Erklären Sie das Zustandekommen dieser bunten Schatten.

2 Lichtbeugung an Spalt und Gitter

In diesem Versuch soll das auch in der Spektroskopie Anwendung findende Prinzip der Beugung elektromagnetischer Wellen an einem oder mehreren Spalten genauer untersucht werden. Hierzu wird mit monochromatischem Licht gearbeitet, sodass aus der Theorie bekannte Beugungsgesetze, die in der Regel von der Wellenlänge des benutzten Lichts abhängen, möglichst gut überprüft werden können. Hier sollen zunächst die Zusammenhänge für den Einzelspalt angegeben werden:

$$\begin{aligned}\sin(\phi_{k,min}) &= \frac{\lambda}{b} \cdot k \\ \sin(\phi_{k,max}) &= \frac{\lambda}{b} \cdot \left(k + \frac{1}{2}\right) \\ \phi_{0,max} &= 0\end{aligned}$$

Hierbei ist λ die Wellenlänge, b die Spaltbreite und $k \in \mathbb{N}$ die Beugungsordnung.

Fügt man einen zweiten Spalt (mit gleicher Spaltbreite) im Abstand d hinzu, so erhält man zusätzlich zu den Beugungsextrema Interferenzeffekte, die ebenfalls zu Extrema führen, die sich folgendermaßen berechnen:

$$\begin{aligned}\sin(\Psi_{m,min}) &= \frac{\lambda}{d} \left(m + \frac{1}{2}\right) \\ \sin(\Psi_{m,max}) &= \frac{\lambda}{d} \cdot m\end{aligned}$$

Hierbei ist $m \in \mathbb{N}_0$

Erweitert man diesen Aufbau erneut zu einem Gitter mit N gleich breiten Spalten im gleichen Abstand, so ergibt sich eine etwas unhandlichere Beziehung für die Intensität des Lichtes in Richtung ϕ :

$$I(\phi) = \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \phi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \phi} \right)^2 \left(\frac{\sin\left(\frac{N\pi b}{\lambda} \sin \phi\right)}{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \phi\right)} \right)^2$$

2.1 Vorbereitung

1. Nehmen Sie an, die Beugung findet nicht in Luft ($n \approx 1$), sondern in Wasser statt ($n > 1$). Wie ändert sich das Beugungsbild?

Da Wasser ein optisch dichteres Medium ist, als Luft, wird die Wellenlänge verringert:

$$\lambda' = \frac{c'}{\nu} = \frac{c}{\nu} \cdot \frac{1}{n} = \frac{\lambda_0}{n}$$

2 Lichtbeugung an Spalt und Gitter

Dies bedeutet, da $\phi \in [0, \frac{\pi}{2}]$, dass die Winkel, unter denen die Extrema auftreten, kleiner werden.

2. Es werde zuerst das Beugungsbild eines Doppelspaltes fotografisch aufgenommen; auf einem gleichartigen Film werden dann nacheinander die Beugungsfiguren beider Einzelspalte auf demselben Film aufgenommen. Insgesamt werden beide Filme gleich lange belichtet. Vergleichen Sie die Beugungsbilder miteinander. Erklären Sie Gleichheit oder Ungleichheit.

Die Beugungsbilder unterscheiden sich, da die physikalischen Vorgänge nicht vollkommen gleich sind. Werden die Bilder der Einzelspalte aufgenommen, so addieren sich schlichtweg die Intensitäten:

$$I = I_1 + I_2$$

Beim Doppelspalt werden hingegen die Felder addiert, nicht die Intensität. Diese ist proportional zum Feldquadrat:

$$I \propto \vec{E}^2 = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 = \underbrace{\vec{E}_1^2}_{\propto I_1} + \underbrace{\vec{E}_2^2}_{\propto I_2} + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$$

Die Gesamtintensität ist beim Doppelspalt daher nicht identisch mit der zweier Einzelspalten.

3. Nehmen Sie an, bei einem Doppelspalt werden die beiden Spalte jeweils von verschiedenen Lasern beleuchtet. Wie würde sich das Beugungsbild gegenüber dem üblichen Experiment ändern?

Wenn die Laser die gleiche Wellenlänge abstrahlen, ergibt sich das (bis auf durch eventuelle Phasenunterschiede hervorgerufene Schwebungen) gleiche Beugungsbild, wie bei der normalen Beugung des Lichtes einer Lichtquelle an einem Doppelspalt. Weisen die Laser unterschiedlicher Wellenlängen auf, so wirkt jeder Spalt als Einzelspalt für die jeweilige Lichtquelle.

4. Nehmen Sie an, ein Laserstrahl wird durch Spiegel aufgespalten und die beiden Strahlen beleuchten je einen Spalt. Besteht ein Unterschied zu dem vorher geschilderten Fall? Wenn ja, erklären Sie, weshalb.

Wird der Laser aufgespalten, so können Phasenunterschiede zwischen den Teilstrahlen entstehen, was wie im obigen Fall zu Schwebungen führen kann. Ansonsten ergibt sich das gleiche Bild.

5. Wie ändert sich das Beugungsbild eines Spaltes, wenn dieser statt mit einem Laser mit Licht einer Hg-Dampflampe beleuchtet wird?

Das Licht einer Quecksilberlampe ist nicht monochromatisch, sondern weißt im sichtbaren Bereich gleich 6 unterschiedliche Emissionslinien auf, die daher auch unterschiedlich gebeugt werden. Daher kann man im Beugungsbild Extrema unterschiedlicher Wellenlängen an unterschiedlichen Orten beobachten.

6. Was unterscheidet Fraunhofer- und Fresnel-Beugung?

Die Fraunhofer-Näherung der Lichtbeugung ist eine Fernfeldnäherung, die Fresnel-Näherung hingegen eine Nahfeldnäherung. Dies hat zur Folge, dass beispielsweise das Beugungsintegral unter der Fraunhofer'schen Betrachtung recht einfach zu lösen ist, da es lediglich die Form einer Fourier-Transformierten hat. In Fresnel-Näherung hingegen ist dies nicht der Fall, und das Beugungsintegral ist im Allgemeinen nur numerisch zu lösen.

7. Leiten Sie für den Einfachspalt die Formel $I(\phi) = I_0 \left(\frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\frac{\theta}{2}} \right)^2$ mit $\theta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot b \cdot \sin \phi$ und $I_0 = I(\phi = 0)$ für die Intensitätsverteilung in Abhängigkeit vom Beugungswinkel ϕ ab.

Berechnen Sie das Intensitätsverhältnis $I(\phi_{k,max})/I(\phi = 0)$ für die erste ($k = 1$) und zweite ($k = 2$) Beugungsordnung.

Das elektrische Feld am Schirm erhält man zunächst durch Fouriertransformation:

$$\begin{aligned} E(k_x, k_y) &= E_0 \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy \Sigma_{Spalt} e^{-ik_x x} e^{-ik_y y} = E_0 \delta(k_y) \cdot \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{-ik_x x} dx \\ &= E_0 \delta(k_y) \frac{e^{-ik_x \frac{b}{2}} - e^{ik_x \frac{b}{2}}}{k_x} = E_0 \cdot b \cdot \delta(k_y) \frac{\sin(k_x \frac{b}{2})}{k_x \frac{b}{2}} \\ &\Rightarrow I(k_x) = E(k_x)^2 = I_0 \frac{\sin^2(k_x \frac{b}{2})}{(k_x \frac{b}{2})^2} \end{aligned}$$

Mit $k_x = \sin \phi \cdot \frac{2\pi}{\lambda}$ und $\theta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot b \cdot \sin \phi$ folgt:

$$I(\phi) = I_0 \frac{\sin^2(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \phi)}{(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \phi)^2} = I_0 \frac{\sin^2(\frac{\theta}{2})}{(\frac{\theta}{2})^2}$$

Für die k -te Beugungsordnung gilt:

$$\sin(\phi_{k,max}) = \frac{\lambda}{b} \left(k + \frac{1}{2} \right)$$

Für die zu berechnenden Intensitätsverhältnisse erhält man somit:

$$\begin{aligned} \frac{I(\phi_{k,max})}{I_0} &= \frac{I_0 \frac{\sin^2(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \phi)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \phi}}{I_0} = \frac{\sin^2(\frac{\pi b}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{b} (k + \frac{1}{2}))}{(\frac{\pi b}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{b} (k + \frac{1}{2}))^2} = \frac{\sin^2(\pi (k + \frac{1}{2}))}{(\pi (k + \frac{1}{2}))^2} \\ \frac{I(\phi_{1,max})}{I_0} &= \frac{\sin^2(\pi (1 + \frac{1}{2}))}{(\pi (1 + \frac{1}{2}))^2} = \frac{4}{9\pi^2} \approx 0.045 \\ \frac{I(\phi_{2,max})}{I_0} &= \frac{\sin^2(\pi (2 + \frac{1}{2}))}{(\pi (2 + \frac{1}{2}))^2} = \frac{4}{25\pi^2} \approx 0.016 \end{aligned}$$

2 Lichtbeugung an Spalt und Gitter

8. Verifizieren Sie für den Doppelspalt den Ausdruck $I(\phi) = 4 \cdot I_0 \cdot \left(\frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\frac{\theta}{2}}\right)^2 \cdot \cos^2 \frac{\delta}{2}$ mit $\theta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot b \cdot \sin \phi$ und $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \sin \phi$ und I_0 aus Frage 7. Begründen Sie anschaulich das Auftreten des Faktors 4 und berechnen Sie die Intensität des ersten Nebenmaximums $m = 1$ relativ zum nullten in Abhängigkeit von Spaltbreite b und Spaltabstand d . Für welches Verhältnis d/b fällt das fünfte Nebenmaximum mit dem ersten Haupt-Minimum zusammen?

Wie bereits oben beschrieben, werden beim Doppelspalt die Felder der hier um $\pm \frac{d}{2}$ verschobenen Einzelspalte überlagert. Bei der Fouriertransformation taucht nun ein zusätzlicher Phasenterm auf:

$$E_{Spalt,\nu} = E_{Spalt} \cdot e^{-ik_x x \frac{d}{2}}$$

Für den Doppelspalt ergibt sich somit:

$$E_{DS} = E_{Spalt} \left(e^{-ik_x x \frac{d}{2}} + e^{ik_x x \frac{d}{2}} \right) = 2 \cdot E_0 \frac{\sin(\frac{\theta}{2})}{\frac{\theta}{2}} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot d}{\lambda} \sin \phi\right)$$

Mit dem angegebenen δ berechnet sich die Intensität durch Quadrieren der Feldstärke zu

$$I_{DS} = 4 \cdot I_0 \cdot \left(\frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\frac{\theta}{2}}\right)^2 \cdot \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

Der Faktor 4 taucht also auf, weil zunächst zwei Felder gleiche Amplitude addiert werden, und das resultierende Feld $2E_0$ anschließend quadriert wird.

Für das Nebenmaximum m -ter Ordnung gilt:

$$\sin \Psi = \frac{\lambda}{d} \cdot m$$

Damit erhält man für das Verhältnis der Intensitäten des ersten zum nullten Nebenmaximum analog zu Aufgabe 7:

$$\frac{I(\Psi_{1,max})}{I_0} = \left(\frac{\sin(\frac{\pi b}{d})}{\frac{\pi b}{d}}\right)^2$$

Damit das 5. Nebenmaximum mit dem ersten Hauptminimum zusammenfällt, muss gelten:

$$\frac{\lambda}{d} \cdot 5 = \frac{\lambda}{b} \Rightarrow \frac{d}{b} = 5$$

2.2 Durchführung

2.2.1 Beugungsbild des Einfachspaltes

- a) Nehmen Sie die Intensitätskurve der Beugungsfigur eines Einfachspaltes auf.

- b) Berechnen Sie aus Ihren Messdaten die Spaltbreite. Finden Sie eine andere optische Messmethode zur Bestimmung der Spaltbreite und vergleichen Sie beide Ergebnisse miteinander.
- c) Werten Sie auch die Intensitätsverhältnisse aus und vergleichen Sie die Ergebnisse mit der Beugungstheorie.

2.2.2 Beugungsbild des Doppelspaltes

- a) Wiederholen Sie die obige Messung für einen Doppelspalt. Was fällt am Beugungsbild, was an der Intensitätskurve des Beugungsbildes auf?
- b) Erklären Sie die Intensitätskurven mit der Beugungstheorie.
- c) Kontrollieren Sie das Verhältnis der Intensitäten von 0. und 1. Maximum 2. Klasse. Vergleichen Sie mit der Theorie. Überlegen Sie alle Fehlermöglichkeiten, um Abweichungen von Experiment und Theorie zu erklären.

2.2.3 Beugungsbild eines optischen Gitters

- a) Nehmen Sie die Intensitätskurve der Beugungsfigur eines optischen Gitters auf.
- b) Vergleichen Sie die Kurve für den N-fachen Spalt mit der Kurve des Doppelspalts.
- c) Berechnen Sie aus den Messdaten den mittleren Spaltabstand (Gitterkonstante)
- d) Versuchen Sie, den Einfluss des Einzelspaltes auf das Beugungsbild zu sehen.