

Sistemas Complejos 2

Redes Complejas:

2. Caracterizaciones estadísticas

Dr. Felipe Contreras / UACM

Distribución de grados

- ❖ NOTA: A partir de este uso, cambiaremos al nombre “redes” en vez de “gráficas”, aunque nos estamos refiriendo al mismo objeto matemático.
- ❖ La *distribución de grados* en una gráfica no dirigida, es la probabilidad $P(k)$ de que un nodo al azar tenga grado k .
- ❖ En una digráfica se puede hablar de $P(k_{in})$ y $P(k_{out})$, las probabilidades de que un nodo al azar tenga grado interior k_{in} o exterior k_{out} , respectivamente.
- ❖ El *grado promedio* de una gráfica es $\langle k \rangle = \sum_v \{d_v\} n^{-1} = \sum_k \{kP(k)\} = 2m/n$
- ❖ El *grado promedio interno* es igual al *grado promedio externo* y es:
$$\langle k_{in} \rangle = \sum_{k_{in}} \{k_{in}P(k_{in})\} = \langle k_{out} \rangle = \sum_{k_{out}} \{k_{out}P(k_{out})\} = \langle k \rangle / 2$$
- ❖ El *r-ésimo momento* de la distribución de grados es $\langle k^r \rangle = \sum_k \{k^r P(k)\}$

❖ Prueba **estas** ecuaciones

Distribución de intermediación

- ❖ $P_b(c)$ es la probabilidad de que un nodo al azar tenga coeficiente de intermediación c .
- ❖ La *intermediación promedio* se define como:
$$\langle b \rangle = \sum_c \{c P_b(c)\} = \sum_{b_i} \{b_i\} n^{-1}$$

Relación entre intermediación y longitud promedio:

- ❖
$$\sum_i \{b_i\} = \sum_i \{ \sum_{h,j \neq i} \{s_{hj}(i)/s_{hj}\} \} = \sum_{h \neq j} \{s_{hj}^{-1} \sum_{i \neq h,j} \{s_{hj}(i)\} \}$$
- ❖ Ahora, es fácil ver que $\sum_{i \neq h,j} \{s_{hj}(i)\} = s_{h,j}(l_{h,j}-1)$, donde $l_{h,j}$ es la longitud de la ruta más corta entre h y j (o sea $d(h,j)$)
- ❖ De donde $\sum_i \{b_i\} = n(n-1)(\langle l \rangle - 1)$ y por ello $\langle b \rangle = (n-1)(\langle l \rangle - 1)$
- ❖ Es fácil ver que $\langle b \rangle$ puede crecer mucho con forme el tamaño (n) de la gráfica también crezca, por ello, en ocasiones se usa $\tilde{b} = n^{-1} b$ (ej. estrella)

Relación entre intermediación y grado

- ❖ Mientras más grande es el grado de un nodo, más grande es su coeficiente de intermediación
- ❖ Se observa que $b_i \sim k_i^t$, donde $t > 0$ depende de la red.
- ❖ Por ello, muchas rutas más cortas pasan por nodos con alto grado (llamados *concentradores* o *hubs*).
- ❖ También por ellos se produce mucho tráfico y congestiones, como veremos más adelante.