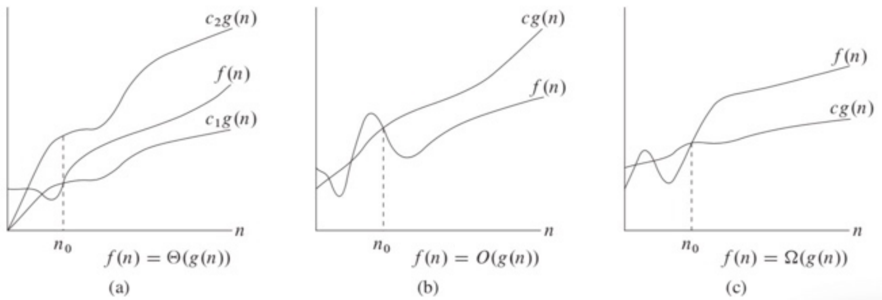
Notación Asintótica

$$\Theta(g(n)) = \{ f(n) : \exists\, c_1 > 0,\ c_2 > 0,\ n_0 > 0 \ni$$
$$0 \le c_1 g(n) \le f(n) \le c_2 g(n) \quad \forall n \ge n_0 \}$$

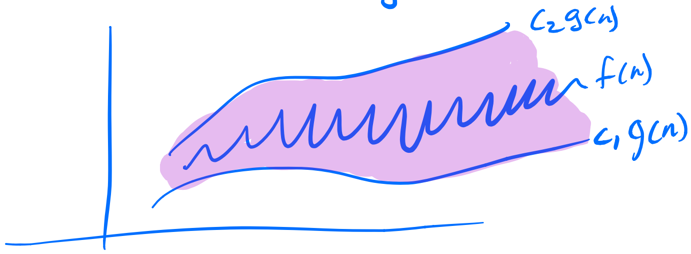
NOTACIÓN

$$f(n) \in \Theta(g(n)) \iff f(n) = \Theta(g(n))$$



$f(n) = \Theta(g(n))$ (a) $\quad f(n) = O(g(n))$ (b) $\quad f(n) = \Omega(g(n))$ (c)

$f(n) = \Theta(g(n))$ significa "f se comporta igual que g"



$n=1 \quad \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$

$n=2 \quad \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$

$n=3 \quad \frac{1}{2} - \frac{3}{3} = -\frac{1}{2}$

$n=4 \quad \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{4}$

$n=5 \quad \frac{1}{2} - \frac{3}{5} = -\frac{1}{5}$

$n=6 \quad \frac{1}{2} - \frac{3}{6} = 0$

$n=7 \quad \frac{1}{2} - \frac{3}{7} = \frac{1}{14} \leftarrow$

$n=8 \quad \frac{1}{2} - \frac{3}{8} = \frac{4}{8} - \frac{3}{8} = \frac{1}{8}$

$n \ge 1 \rightarrow c_2 \ge 1/2$ ✓

$n \ge 7 \rightarrow c_1 \le \frac{1}{14}$

para todas estas son

válidas c_2 y c_1 encontradas

$\therefore$ tomemos $n_0 = 7$

$c_1 = \frac{1}{14} \quad c_2 = \frac{1}{2}$

P.d. $\frac{1}{2} - \frac{3}{n} < \frac{1}{2}$ cuando $n > 0$ $\Rightarrow$ $f(n) = \cancel{\frac{1}{2}} n^2 - \cancel{3n}$ $g(n) = n^2$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} < \frac{3}{n}$$

$$0 < \frac{3}{n} \quad n > 0$$

$f(n) = \Theta(g(n))$ //

Sup. $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{2} - \frac{3}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{2} - \lim_{n\to\infty} \frac{3}{n} = \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$

"O grande"

$f(n) = O(g(n)) \iff \{\exists\ c > 0$ y $n_0 > 0 \ni$
$0 \leq f(n) \leq c\,g(n) \quad \forall n \geq n_0\}$

"g es cota superior de f"

$f(n) = \Omega(g(n)) \iff \{\exists\ c > 0$ y $n_0 > 0 \ni$
$0 \leq c\,g(n) \leq f(n) \quad \forall n \geq n_0\}$

"g es cota inferior de f"

"o-chiquita"

$f(n) = o(g(n)) \iff \{\forall\ c > 0\ \exists\ n_0 > 0 \ni$
$0 \leq f(n) < c\,g(n) \quad \forall n > n_0\}$

"g es cota <u>muy</u> superior de f"

$f(n) = \omega(g(n)) \iff \{\forall\ c > 0\ \exists\ n_0 > 0 \ni$
$0 \leq c\,g(n) < f(n) \quad \forall n \geq n_0\}$

"g es cota <u>muy</u> inferior de f"

$E(n) = 6n - 2$

$E(n) \to O(n)$, $E(n) \to o(n)$

Veremos que $E(n)$ no es $o(n)$

$6n-2 = o(n) \iff \forall c>0 \; \exists n_0 > 0 \ni$ P.d.

$0 \le 6n-2 < cn \quad \forall n \ge n_0$

si $c=5$

$6n - 2 < 5n$

$n - 2 < 0$

$n < 2$ lo cual no es cierto $\forall n \ge n_0 > 0$

$\therefore E(n) \neq o(n)$

Veamos ahora si $6n-2 = O(n)$

$\exists c > 0,\; n_0 > 0 \ni \forall n \ge n_0$

$6n - 2 \le cn$

$c = 7$

$6n - 2 \le 7n$

$-2 \le n$ si $n_0 = 1 \Rightarrow$ se cumple!

$\therefore E(n) = O(n)$

Veamos ahora si $6n-2 = \Omega(n)$

$\exists c>0,\; n_0 > 0 \ni \forall n \ge n_0$

$0 \le cn \le 6n-2$

$c=5$

$0 \le 5n$ ✓

$5n \le 6n - 2$

$0 \le n-2$ si $n \ge 2$ esto es cierto.

sea entonces $n_0 = 2$

$\therefore 6n-2 = \Omega(n)$

Tarea: P.d. que $E(n) \neq \omega(n)$

Tarea: P.d. $T(n) = O(n \log n)$

$T(n) = \Omega(n \log n)$

Ej:

$\boxed{n^2 = O(n^3) \\ n^2 = o(n^3)}$

Es justa ssi es "O" pero no es "o"

n^3 es cota superior de n^2 pero no es justa

$f(n) = \Theta(g(n)) \iff f(n) = O(g(n))$ y
$f(n) = \Omega(g(n))$

o sea, arriba demostramos que $6n - 2 = \Theta(n)$

¿Cuánto es lo menos que se puede tardar un algoritmo que ordene números? (orden de menor a mayor)

Caso 1: ver si ya están ordenados

"verifica_si_esta_ordenada(lista)" n elementos en la lista

```
a = lista[0]                  → Θ(1)
for b in lista[1:]:           → Θ(1)
    if b<a:           Θ(1)
        return False  Θ(1)    } n-1 = Θ(n)
    a = b     Θ(1)
return True     Θ(1)
```

$\Theta(1) = \text{cte.}$

$\Theta(n+2) = \Theta(n)$

"Si tuvieramos la Buena Suerte™ de que los dos primeros valores estuvieran desordenados, podemos decir en $\Theta(1)$ tiempo que la lista esta desordenada"

- El mejor caso sucede cuando los dos primeros valores están desordenados
  es tiempo $= \Omega(1)$
- El peor caso sucede cuando la última pareja esta desordenada
  es tiempo $= O(n)$ ($n-1$ pasos en el ciclo)
- El caso promedio sucede cuando la pareja $\frac{n}{2}$ esta desordenada
  es tiempo $= O(n)$ $\quad (O(n/2) = O(n) \neq o(n))$

0.000019 casi 2 cien milésimas de segundo.