# LABORATORIO #6 TRANSFORMADA DE FOURIER DISCRETA

Profesor: M.C. Fernando Hermosillo Reynoso

# **Nombre del Alumno:**

**ID:**

Instrucciones; *Lee cuidadosamente y contesta lo que se te pregunta*.

1. **OBJETIVOS**

Al finalizar este laboratorio el alumno:

1. Será capaz de comprenderá la importancia de la transformada de Fourier Discreta (DFT).
2. Aterrizara los conceptos vistos durante el análisis del dominio de la frecuencia.
3. Así mismo será capaz de aplicar la DFT para calcular la respuesta de un sistema LTI.
4. **MATERIAL**

* Computadora con Matlab/Octave instalado

1. **MARCO TEÓRICO**
2. **Transformada Discreta de Fourier**

Como se ha hecho hincapié a lo largo del curso, las señales sinusoidales son una parte importante en el análisis de señales, dado que una amplia gama de señales del mundo real puede ser expresadas como una combinación lineal de señales senoidales (véase la Ecuación 1).

La representación de una señal discreta en el dominio del tiempo provee información importante que permite describirla, como bien pudiera ser el periodo, en caso de ser una señal periódica, su amplitud y duración. Sin embargo, en el mundo real, las señales discretizadas comúnmente no tienen una representación determinística, es decir una expresión matemática que permita obtener esta serie de parámetros con facilidad, o simplemente no nos provee la suficiente información que describe a la señal. Una solución a dicho problema, es el aplicar una transformación matemática a dicha señal, que nos permitan expresar las señales discretas por medio de expresiones más sencillas de analizar, como lo son las señales sinusoidales. Este modelo de descomposición en señales sinusoidales se conoce como la Transformada de Fourier, siendo nuestro objeto de análisis.

La Transformada de Fourier Discreta (DFT) es una herramienta matemática que se permite descomponer una señal discreta de N muestras como una combinación lineal de exponenciales complejas de frecuencia continua .

Para una señal discreta de longitud N (muestras), la DFT se define como una secuencia de valores discretos complejos , que permite descomponer a la señal como una serie de señales senoidales ponderadas en amplitud y cuya frecuencia se encuentra distribuida uniformemente desde to , a intervalos de . Es decir, se puede considerar a la DFT como una versión discreta de la Transformada de Fourier, y es expresada de manera forma como a continuación:

Así mismo, a fin de recuperar la señal en el dominio del tiempo, existe una expresión que permite sintetizar (formar) la señal original, conocida como la Transformada Discreta Inversa de Fourier (IDFT):

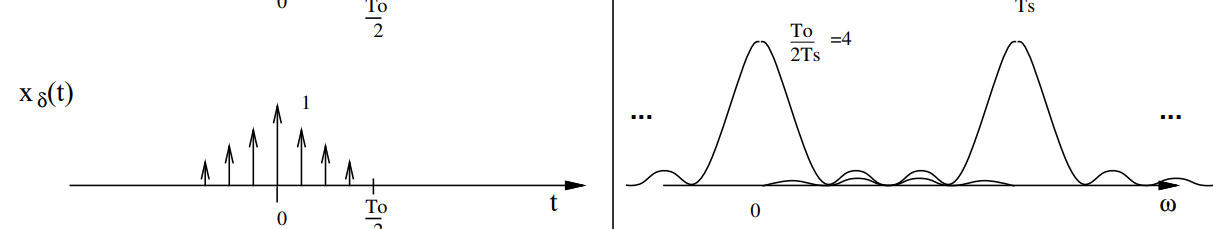
En donde , y comúnmente se le conoce como el espectro de frecuencia de la señal .

A fin de conocer las frecuencias que están asociadas al k-eximo coeficiente , se especifica un parámetro en la DFT conocido como la resolución espectral , que básicamente se calcula como:

Esto es, para k=0, la frecuencia asociada es 0, para k = 1, la frecuencia es , etc.

Finalmente, si quiere calcular los valores de amplitud asociados a cada coeficiente , básta con calcular la magnitud del k-esimo coeficiente:

En resumen, la DFT permite obtener un espectro discreto de frecuencia, o básicamente de la DTFT , véase Figura 1, de donde se sabe que este espectro es periódico en con un periodo de , con la diferencia de que es periódico, pero de periodo N. Nótese además que es complejo.





El cálculo de la DFT mediante la expresión anterior puede ser computacional-mente costoso, ya que requiere multiplicaciones. Sin embargo, existe un algoritmo llamado Transformada de Fourier Rápida (FFT) que reduce el tiempo de cálculo de la DFT a multiplicaciones.

Finalmente, una de las aplicaciones mas importantes de la DFT es el cálculo eficiente (rápido) de la convolución para sistemas. Recordando que la convolución en frecuencia es prácticamente una multiplicación:

Entonces el cálculo de la convolución

Operación que cuando es relativamente grande, es calculada con menos cantidad de operaciones que la convolución tradicional.

1. **DESARROLLO**

**DFT de una señal senoidal**

1. Discretice una señal a una tasa de 1000 muestras por segundo.
2. Determine su periodo fundamental por medio de la ecuación
3. En Matlab, deberá de capturar un solo periodo de la señal discreta (los primeros valores de la señal) en un vector llamado “x”.
4. Aplique la DFT usando el comando Xk = fft(x,N)
5. Grafique su diagrama de magnitud y fase e interprételos
   1. La magnitud se calcula como Xmag = abs(Xk)/N
   2. La fase se calcula como Xphase = atan(imag(Xk) ./ real(Xk))
6. Repita el experimento para los siguientes casos

**DFT de una suma de dos señales senoidales**

1. Discretice la señal a una tasa de 1000 muestras por segundo.
2. Determine el periodo fundamental de por medio de la siguiente ecuación, donde son los periodos fundamentales de cada señal senoidal
3. En Matlab, deberá de capturar un solo periodo de la señal discreta (los primeros valores de la señal) en un vector llamado “x”.
4. Aplique la DFT usando el comando fft, y grafique su diagrama de magnitud y fase.
5. A partir de ambos diagramas, ¿es posible identificar los parámetros de amplitud, frecuencia y fase de cada señal en tiempo discreto? Justifique su respuesta

**Respuesta en frecuencia de un sistema LTI**

1. Se sabe que la respuesta en frecuencia de un sistema está dada por , si se tienen los coeficientes del sistema y que forman la ecuación en diferencias del sistema (ver ecuación siguiente), ¿Sería posible aproximar la respuesta en frecuencia ? ¿Cómo se podría aproximar?
2. Para el sistema LTI discreto, descrito por la ecuación en diferencias , determine su respuesta en frecuencia empleando la DFT y grafique los diagramas de magnitud y fase con Fs = 1000Hz.
   1. Interprete ambos diagramas. ¿Qué puede decir al respecto del sistema?
3. Repita el experimento anterior para el sistema LTI discreto, descrito por los coeficientes a = [1.0, -0.94280904158206346732, 0.33333333333333337034]; y b = [0.5690355937288492649, -1.1380711874576985298, 0.5690355937288492649], con Fs = 8000Hz
   1. ¿Qué puede decir al respecto del sistema?
   2. ¿Cuál es la frecuencia de corte del sistema?
4. **CUESTIONARIO**

Responda a las siguientes preguntas:

1. Explique con sus palabras que es la transformada de Fourier discreta (DFT)
2. ¿Qué información nos proporciona la DTF de una señal discreta?
3. Si se tiene aplica la DFT a una señal seno de 120Hz, con 100 muestras de duración, obtenidas a una tasa de 1200 muestras por segundo, ¿cuál es el índice k asociado a dicha frecuencia?
4. ¿Y si la señal seno es de 130Hz?