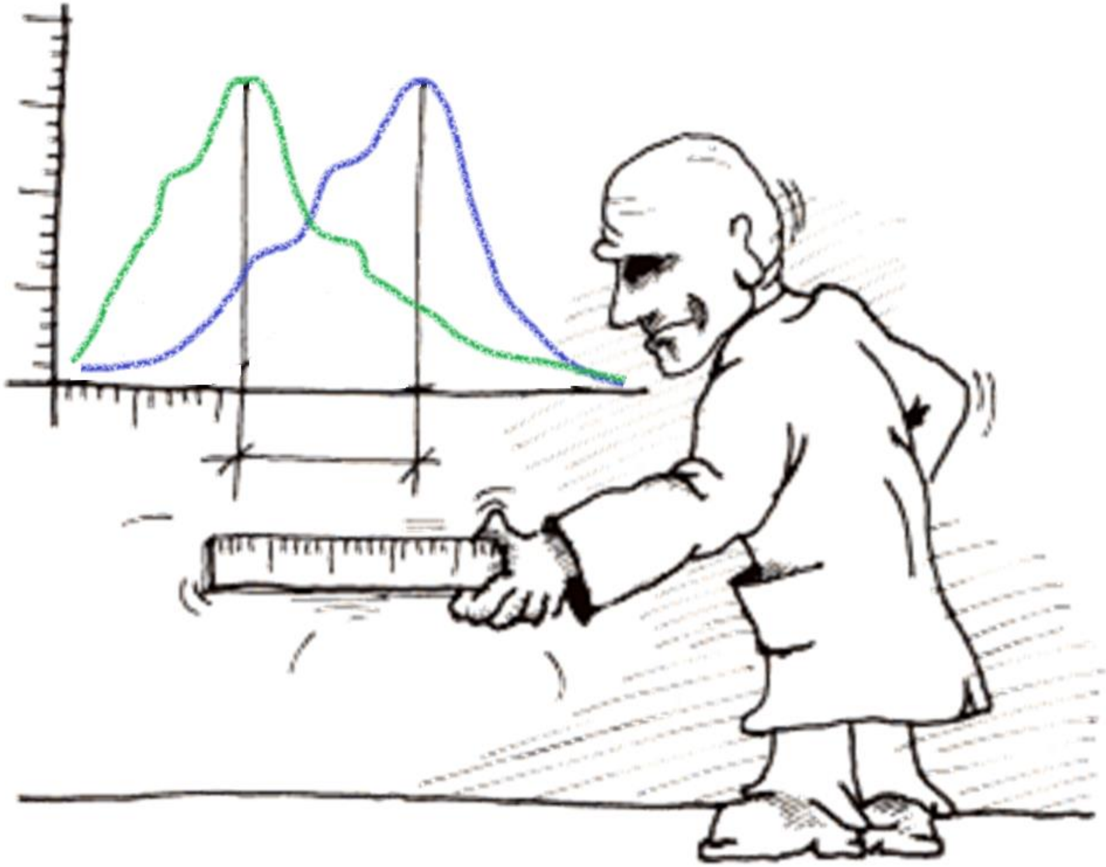
Clase 19: Pruebas de hipótesis para diferencia de medias de poblaciones NO normales.

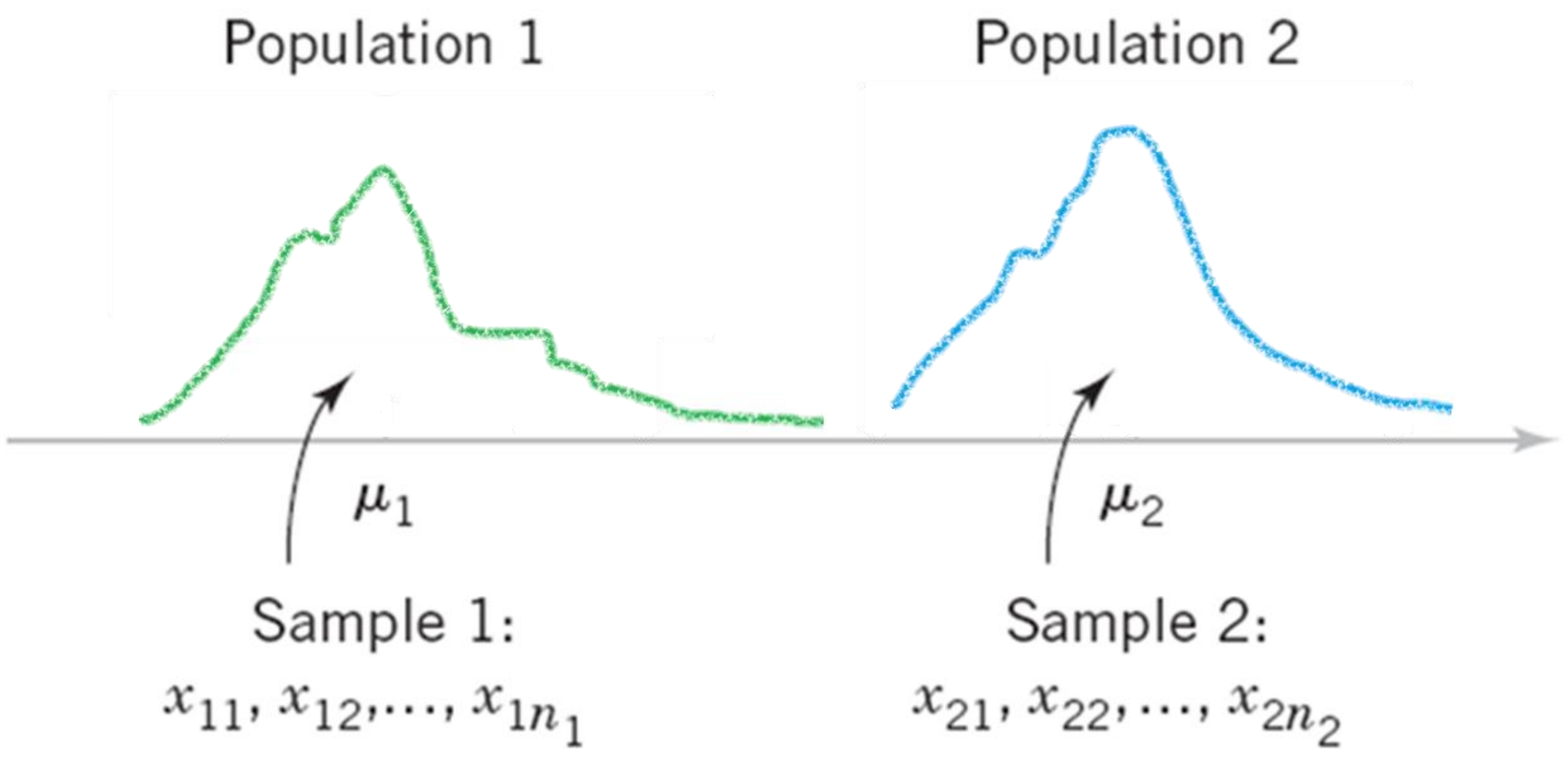
Universidad Nacional de Colombia – sede Medellín

Comparación de medias de poblacionales NO normales

Población 1 Población 2



Comparación de medias de poblacionales NO normales



Caso 1: PH para $\mu_1 - \mu_2$ con poblaciónes NO normales, varianzas desconocidas y n_1 y n_2 grandes

Se quiere estudiar:

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta_0 \qquad H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta_0 \qquad H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta_0$$
$$H_a: \mu_1 - \mu_2 < \delta_0 \qquad H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq \delta_0 \qquad H_a: \mu_1 - \mu_2 > \delta_0$$

El estadístico está dado por:

$$Z_0 = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \delta_0}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

donde $Z_0 \sim N(0, 1)$.

Se considera muestras grandes si $n_1 \geq 30$ y $n_2 \geq 30$

Caso 2: PH para $\mu_1 - \mu_2$ con poblaciónes NO normales, varianzas conocidas y n_1 y n_2 grandes

Se quiere estudiar:

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta_0 \qquad H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta_0 \qquad H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta_0$$
$$H_a: \mu_1 - \mu_2 < \delta_0 \qquad H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq \delta_0 \qquad H_a: \mu_1 - \mu_2 > \delta_0$$

El estadístico está dado por:

$$Z_0 = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \delta_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

donde $Z_0 \sim N(0, 1)$.

Se considera muestras grandes si $n_1 \geq 30$ y $n_2 \geq 30$

Ejemplo

Dos proveedores fabrican engranajes de plástico utilizado en una impresora láser. El interés está en la resistencia al impacto del engranaje, el cual se mide en *pie-lb*. Una muestra aleatoria de 50 engranajes suministrados por el proveedor A, arrojan una resistencia promedio de 295 *pie-lb* con una desviación de 15 *pie-lb*. Del proveedor B se toma una m.a. de 45 engranajes. Esta muestra arroja una resistencia promedio de 306*pie-lb* y una desviación estándar de 16 *pie-lb*. ¿Puede afirmarse que los engranajes del proveedor A tienen una resistencia media inferior a los engranajes del proveedor B?. Use $\alpha = 0.01$ y calcule el valor-p.

Engranajes A

Engranajes B

Ejemplo

Paso 1. Definir las hipótesis de interés

$$H_0 \colon \mu_1 - \mu_2 = 0$$
$$H_a \colon \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

Engranajes A

Engranajes B

Ejemplo

Paso 2. Definir el nivel de confianza, $\alpha = 1\%$

Paso 3. Calcular los estadísticos muestrales

Para engranajes A	Para engranajes B
$\bar{x}_1 = 295$ *pie-lb*	$\bar{x}_2 = 306$ *pie-lb*
$s_1^2 = 15^2$	$s_2^2 = 16^2$
$n_1 = 50$	$n_2 = 45$

Ejemplo

Paso 4. Calcular el valor del estadístico

$$z_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - \delta_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{295 - 306 - 0}{\sqrt{\frac{15^2}{50} + \frac{16^2}{45}}} = -3.4461$$

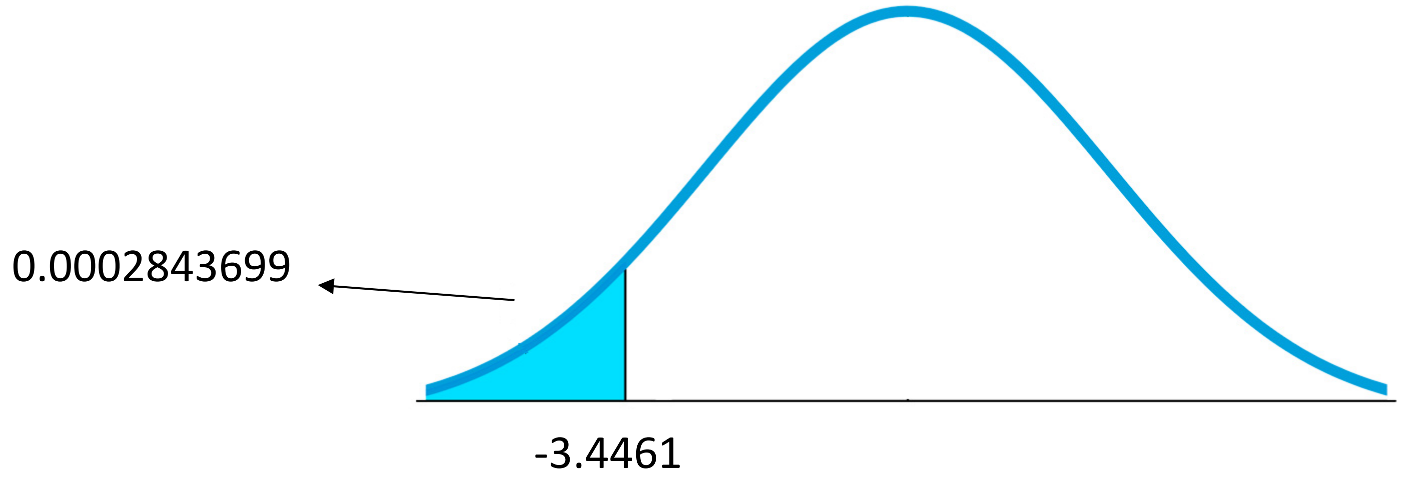
Ejemplo

Paso 5. Calcular el Valor-P

Como $z_0 = -3.4461$ se busca el área a la izquierda de una normal estándar. En R `pnorm(q=-3.4461, lower.tail=TRUE)`

Como la hipótesis alterna es $\neq$, el valor-P se calcula así:

$$valor - P = 2 \times 0.0002843699 = 0.0005687399.$$



Ejemplo

Paso 5. Conclusión:

Como el $valor\text{–}P$ es pequeño entonces se rechaza la hipótesis nula. En otras palabras, hay evidencias de que las resistencias medias son diferentes para los dos proveedores.

Como $\bar{x}_1 = 295$ y $\bar{x}_2 = 306$, se puede concluir que los engranajes del proveedor B tienen mayor resistencia media.