离散数学期末2：平面图&欧拉&哈密尔顿******

- 第12章 平面图
  - 平面图

    画在一个平面上没有任何交叉点
    - 结论
      - 平面图的子/母图是平面图
        - 判定平面图只需要判定基图是否为平面图
      - **Kn(n≥5) 和 K3,n(n≥3) 都非平面图**
      - **简单平面图(m>1)任何面的度至少为3。**
      - **在一个平面图中，所有面的度之和等于2m**
      - 平面图有且仅有一个无限面
      - 不是割边的边一定是2个面的公共边
      - 有公共边的两个面互称为相邻面。
    - 必要条件
      - n-m+f = 2
        - n - m + f = k+1
      - m ≤ 3n-6
        - 任何连通平面图中，至少存在1个度不超过5的结点
      - m ≤ (g/g-2)*(n-2)
    - ps：围长

      一个图包含的最短圈的长度
      - 任何简单图的围长大于等于3
      - 任何二部图的围长大于等于4
    - 细分图

      在图G的任意边uv上新增加有限个二度结点
    - 充要条件
      - 库拉托夫斯基定理：它的任何子图 不与 K5或K3,3及其细分图同构。
  - 对偶图
  - 着色问题
- 第13章 欧拉图与哈密顿图
  - 欧拉图

    经过所有边
    - 判定欧拉图
      - 无向图

- **是否是欧拉图?**
  - 写度序列，全是偶数
- **是否有欧拉道路?**
  - 奇度结点0个/2个（道路两端点
- **非欧拉怎么设计回路（无权图）？**
  - 添加重复边，变成欧拉图
- 有向图
  - **弱连通图是否欧拉图?**
    - 写入度序列和出度序列，完全一样
  - **弱连通图是否有欧拉道路?**
    - 除了两个结点（出度和入读差1，起点出度大终点入度大）外，其他度序列完全一样
- **在欧拉图中构造欧拉回路-Fleury算法**
  - 任意选起点，尽量不走桥
- **中国邮递员问题（构造无向有权图中走过每条边的最短闭道路）**

  1.至少包含每条边 2.权值最小
  - 1. 判断是否为欧拉图
  - 2. 不是欧拉图，有几个奇数点，设为2k，解出k
  - 3. 写出这些奇度结点相互之间的所有最短路径（共有C(2,2k)条）

    v1v2(3)

    v1v2v3(5)

    v1v7v5(4)

    ...
  - 4. 列成k列，同一行需要覆盖所有奇度结点，选出其中和最小的一组复制
  - 5. 构造欧拉回路

    任意选起点，尽量不走桥

- **哈密尔顿图*************

  经过所有点
  - 必要条件证否
    - **删点子图的分支数<=删的点的个数，就不是哈密尔顿图** ——先试试删度数高的点
    - **∑(i=3,n) (i-2)(fi(1) - fi(2)) = 0** ——奇偶数

      fi(1)表示含在哈密顿圈内部的i度面的个数
  - 充分条件证是
    - **简单图任意结点有deg(u)+deg(v) ≥ n-1，则有哈密尔顿道路**
    - **n≥3的简单图任意结点有deg(u)+deg(v) ≥ n-1，则是哈密尔顿图**
  - 充要条件（图的闭包）

    - 存在deg(u)+deg(v) ≥ n的话就把uv连起来，直到找不到。**一个简单图是哈密顿图当且仅当其闭包是哈密尔顿图。**
- 旅行商问题TSP（构造无向有权**完全**图中**走过每个点**的最短闭道路）