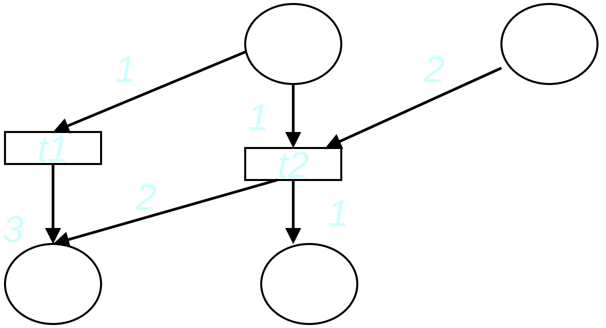
Redes de Petri

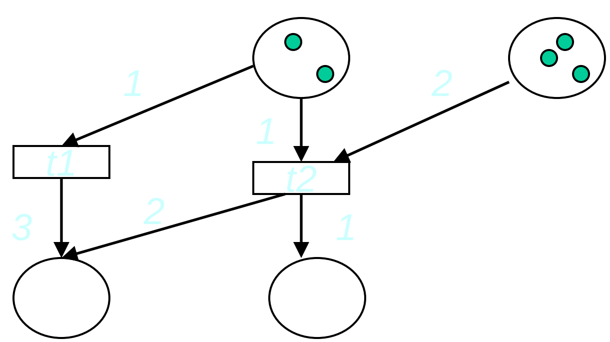
Redes de Petri: Sintaxis

- Un modelo de comportamiento con características de modelado de interacción y de estados
- Estructuralmente: un grafo dirigido bipartito de “places” y “transiciones”. Los ejes tienen asociados pesos (natural positivo).
- Los places que alimentan a una transición se denominan un “preset”y los que son alimentados por ellas de denomina “poset”.
- Las transiciones tiene etiquetas



Redes de Petri: Ejecuciones

- Los places pueden contener 0 o más “tokens”.
- Una **asignación de tokens** a places se denomina “**marking**”. Hay un marking inicial.
- Una transición **puede dispararse** cuando la **cantidad de tokens** en sus preset **superan** los correspondientes **valores anotados** en los ejes de alimentación.
- Al dispararse, se **elimina** esta cantidad de tokens de los **presets**; se **agrega** en los **posets** la **cantidad** de tokens **anotada** en los correspondientes ejes.



Redes de Petri

- Familia de técnicas de descripción formal

- Inicialmente propuesta por Carl A. Petri, en la Universidade de Darmstadt, Alemania, 1962
  - *Kommunikation mit Automaten*

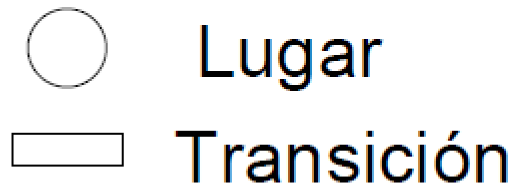
Redes de Petri

- Áreas de Aplicación:
  - Concurrencia
  - Arquitetura de Computadores
  - Protocolo de Redes
  - Sistemas Operativos
  - Sistemas de Producción
  - Sistemas Digitales
  - *Hardware/Software Co-design*
  - Ingeniería de Software
  - Sistemas de Tiempo Real
  - Modelado y Análisis de Prestaciones
  - Diagnóstico de Fallos
  - Control de Tráfico
  - *Workflow*
  - Administración
  - Química

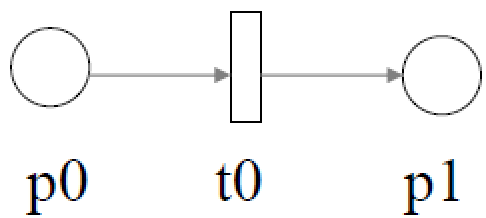
  etc

Redes de Petri

Componentes

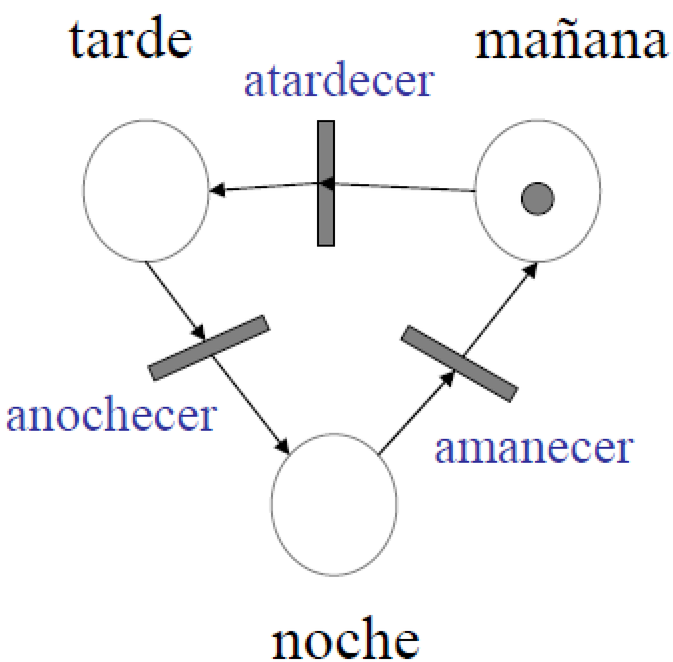


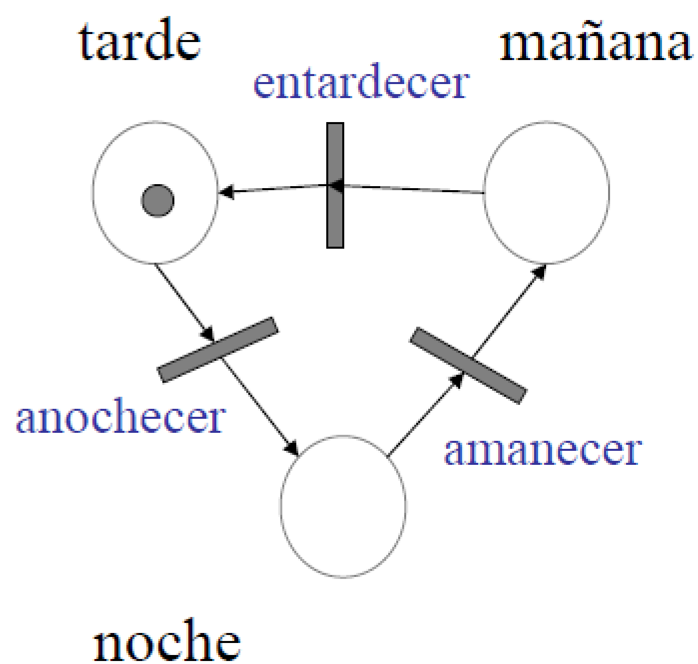
Red



Redes de Petri

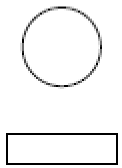
- Períodos del Dia





Redes de Petri

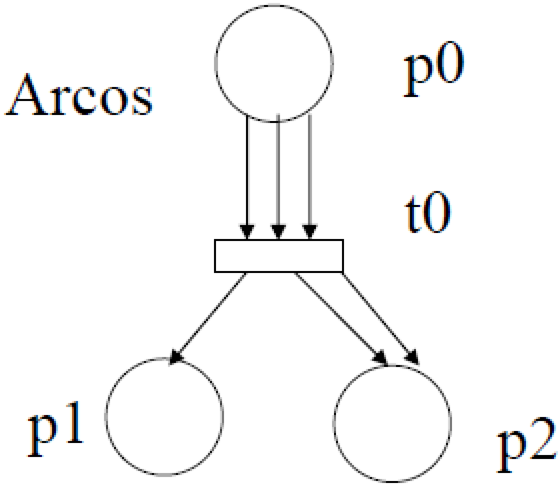
Componentes



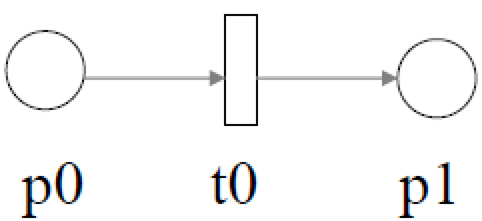
Lugar

Transición

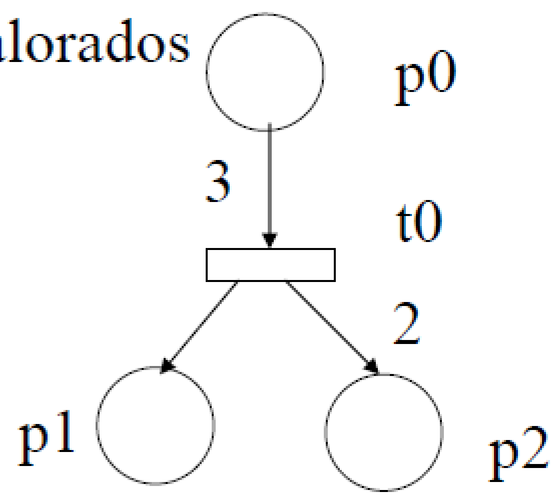
Múltiples Arcos



Red

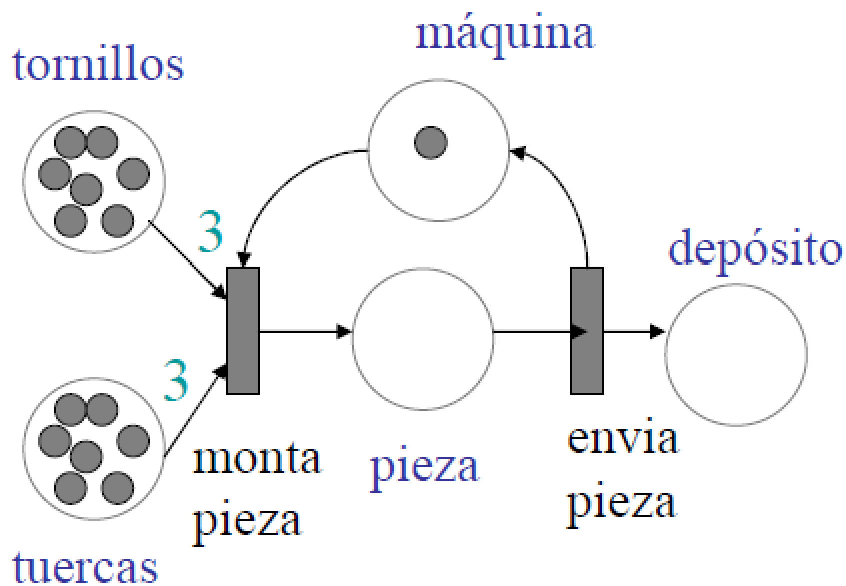


Arcos Valorados



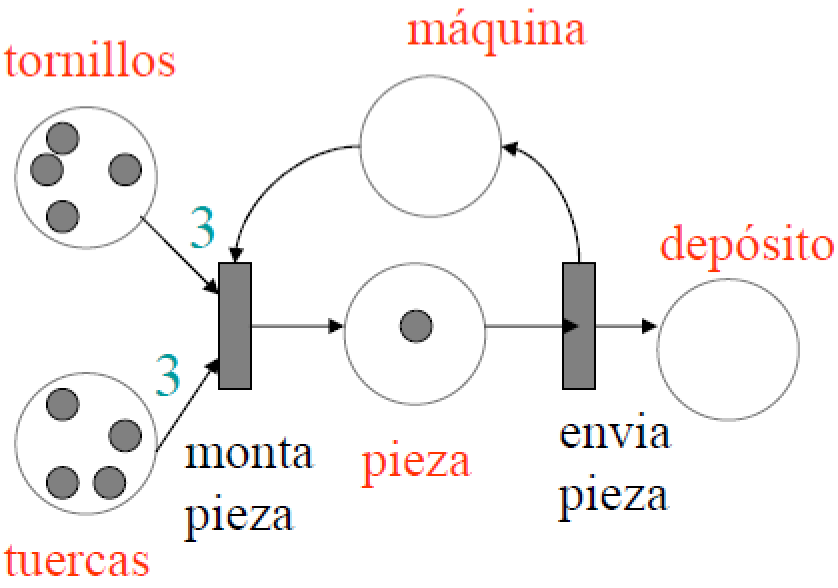
Redes de Petri

- Línea de Producción



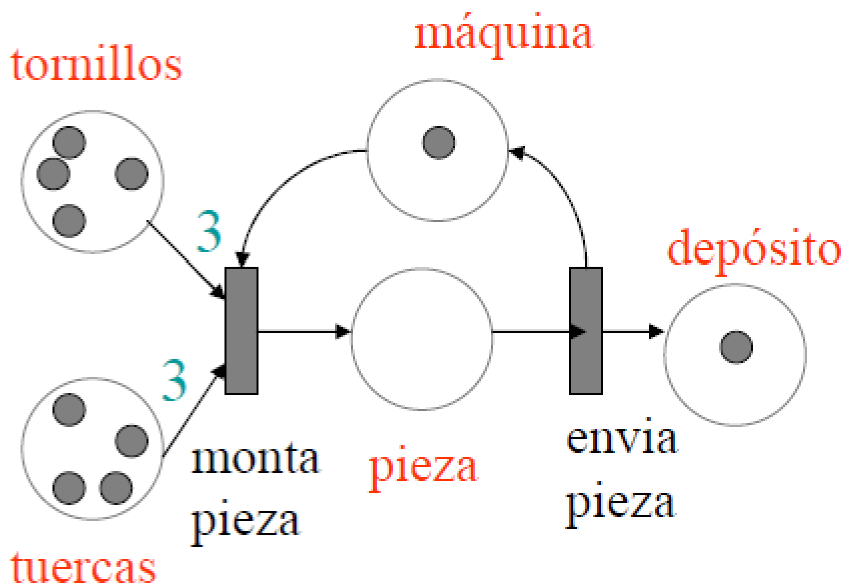
Redes de Petri

- Línea de Producción



Redes de Petri

- Línea de Producción



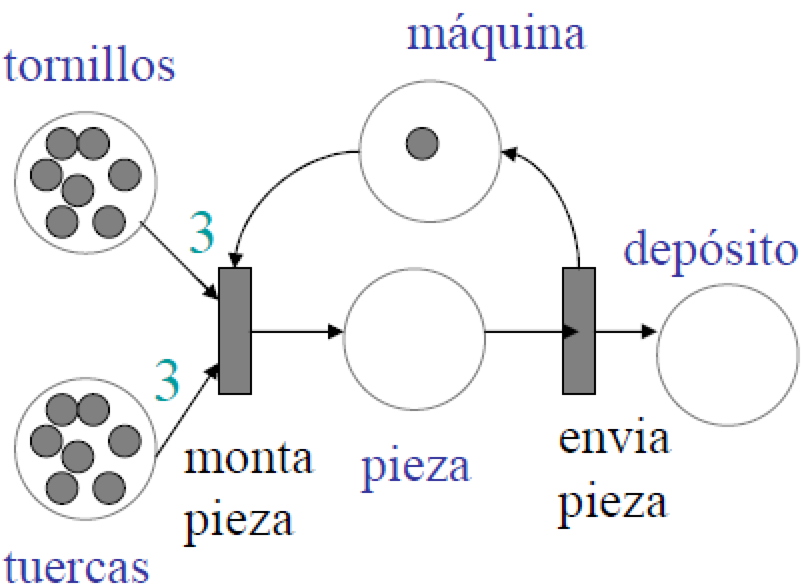
Redes de Petri

- Definición: *Place/Transition Nets* - Teoría *arcos* (multiconjuntos)

  - $N=(P,T,I,O,M_o)$
  - P - Conjunto de Lugares - P={p0, ..., pn}
  - T - Conjunto de transiciones - T={t0, ..., tm}
  - I - Conjunto de *arcos* de entrada - $I: P \to T^{\infty}$
  - O - Conjunto de *arcos* de salida - $O: T \to P^{\infty}$
  - M_0- Vector marcado inicial - $M_0:P \to N$

Redes de Petri

- Línea de Producción



$R_{LP}=(P,T,I,O,M_0)$

P={tornillos, tuercas, pieza, máquina depósito}

T={monta_pieza,envia_pieza}

I={I(monta_pieza),I(envia_pieza)}

O={O(monta_pieza),O(envia_pieza)}

I(monta_pieza)=[tornillos, tornillos, tornillos, tuercas, tuercas, tuercas, máquina],

I(envia_pieza)=[pieza]

O(monta_pieza)=[pieza]

O(envia_pieza)=[máquina, depósito]

$M_0=|7,7,0,1,0|$

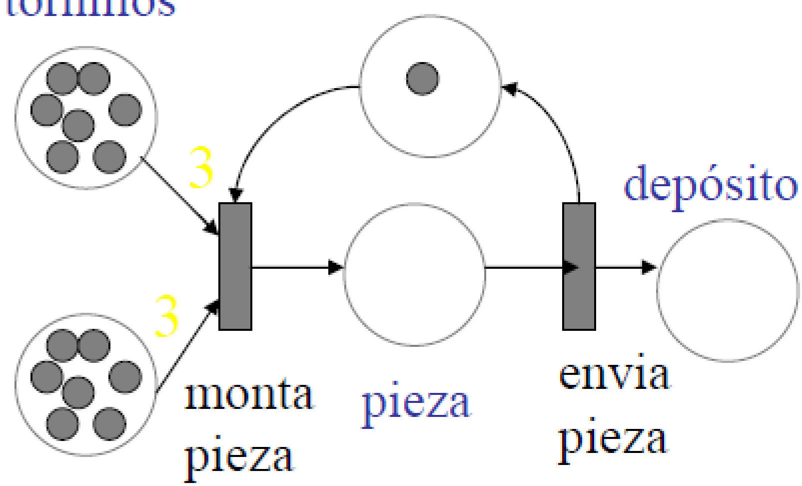
Redes de Petri

- Definición: *Place/Transition Nets* - Teoría Matricial

  - $N=(P,T,I,O,M_o)$
  - P - Conjunto de Lugares - P={p0, ..., pn}
  - T - Conjunto de transiciones - T={t0, ..., tm}
  - I - Matriz de entrada - $I: P \times T \rightarrow N$
  - O - Matriz de salida - $O: T \times P \rightarrow N$
  - M_0- Marcado inicial - $M_0:P \rightarrow N$

Redes de Petri

- Línea de Producción



$R_{LP}=(P,T,I,O,M_0)$

P={tornillos, tuercas, pieza, máquina
depósito}

T={monta_pieza,envia_pieza}

$$I = \begin{array}{cc} m\_p & e\_p \\ \left|\begin{array}{cc} 3 & 0 \\ 3 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{array}\right| \end{array} \qquad O = \begin{array}{cc} m\_p & e\_p \\ \left|\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{array}\right| \end{array} \begin{array}{l} \\ \text{tornillos} \\ \text{tuercas} \\ \text{máquina} \\ \text{depósito} \\ \text{pieza} \end{array}$$

$M_0=|7,7,0,1,0|$

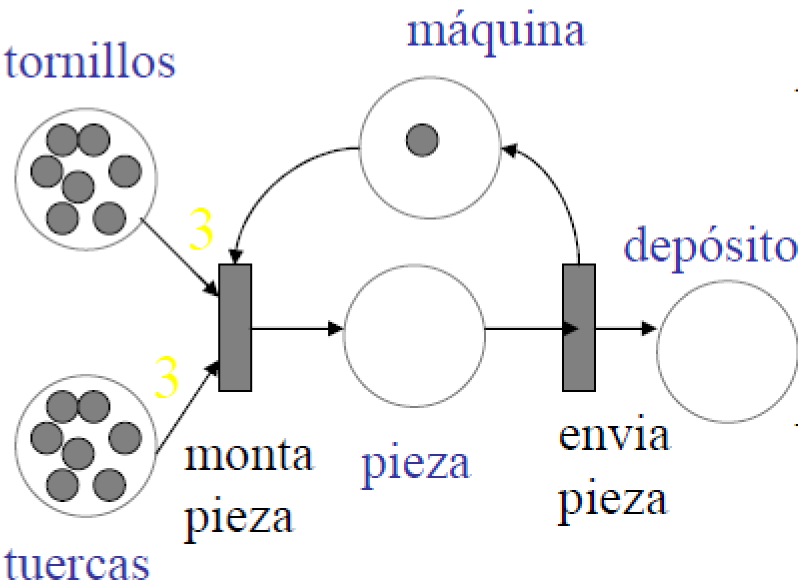
Redes de Petri

- Definición: *Place/Transition Nets* - Relación de Flujo

  - $N=(P,T,A,V,M_o)$
  - P - Conjunto de Lugares - Estados locales
  - T - Conjunto de transicioness - Acciones
  - A - Arcos - $A \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$
  - V - Valoración - $V: A \rightarrow N$
  - M_0- Marcado inicial - $M_0:P \rightarrow N$
    - Sea $X = P \cup T$
    - $^{\bullet}x=\{y$ ”$\in X \mid (x,y) \in A)$ - Conjunto de entrada
    - $x^{\bullet}=\{y$ ”$\in X \mid (x,y) \in A)$ - Conjunto de salida

Redes de Petri

- Linea de Producción



R_{LP}=(P,T,A,V,M_0)

P={tornillos, tuercas, pieza, máquina depósito}

T={monta_pieza,envia_pieza}

A={(tornillos, monta_pieza),(tuercas, monta_pieza),(monta_pieza, pieza), (pieza, envia_pieza), (envia_pieza, máquina), (envia_pieza, depósito)}

V=|3,3,1,1,1,1|

M_0=|7,7,0,1,0|

Redes de Petri

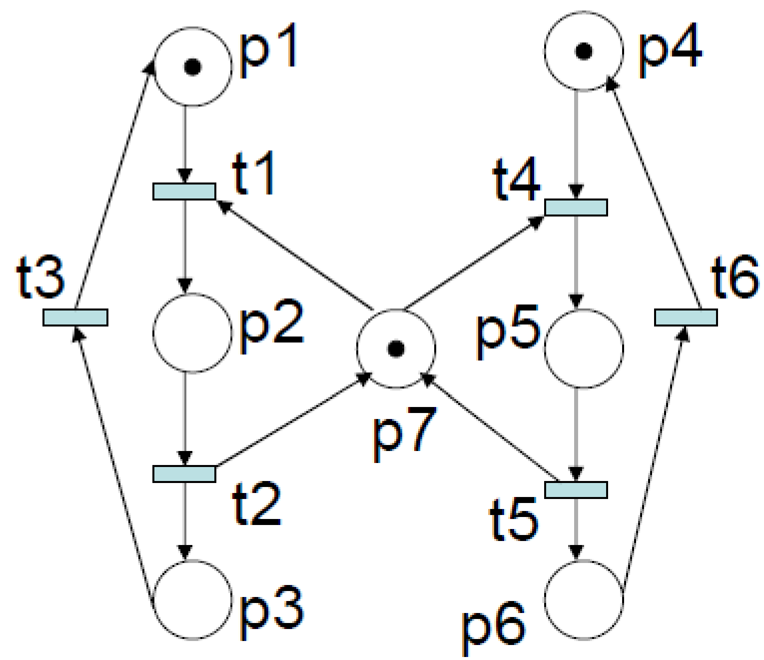
- **Clasificación**
  - Niveles de Abstracción — Modelo Representativo

Niveles de Abstracción	Modelo Representativo
Fundamental	Elementary Net System
	Condition/Event Net
Intermedio	Place/Transition Net
Alto Nível	CPN, Predicate/Transition Nets

Redes de Petri

- $P=\{p_1,p_2,p_3,p_4,p_5,p_6,p_7\}$
- $T=\{t_1,t_2,t_3,t_4,t_5,t_6\}$

$$I = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad O = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$



Redes de Petri

Semántica de Disparo de Transición

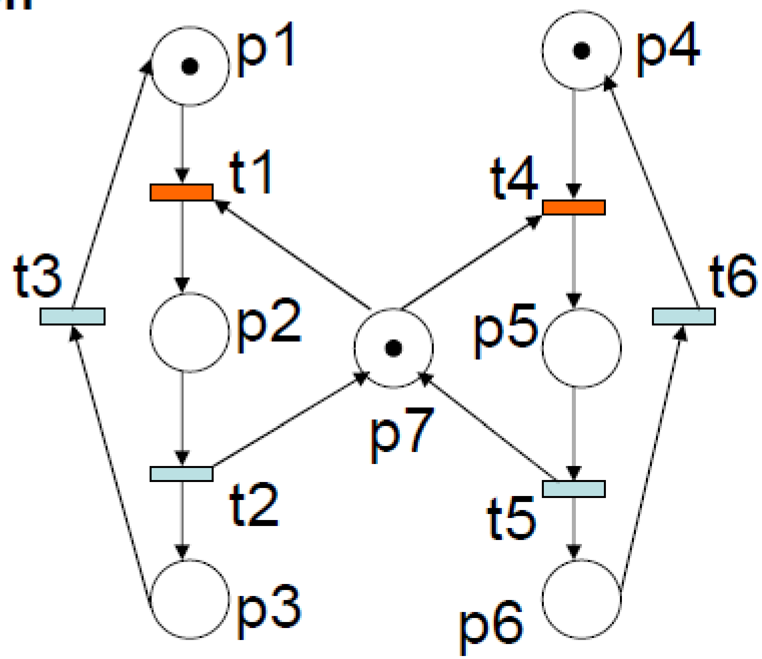
- Reglas de habilitación

$M[tj>$, $\quad M(pi) >= I(pi,tj)$
$\forall\ pi \in P$

- Reglas de disparo

Si $M[tj>M'$

$M'(pi)=M_0(pi) - I(pi,tj) + O(pi,tj)$
$\forall\ pi \in P$



Redes de Petri

Semántica de Disparo de Transición

- Reglas de habilitación

$M[tj>$, $\quad M(pi) >= I(pi,tj)$

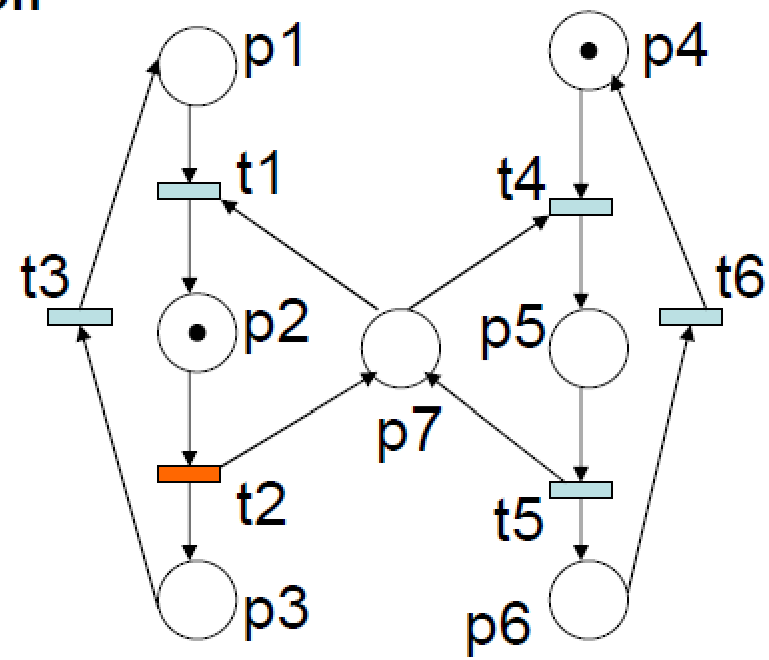
$\forall\ pi \in P$

- Reglas de disparo

Si $M[tj>M'$

$M'(pi)=M_0(pi) - I(pi,tj) + O(pi,tj)$

$\forall\ pi \in P$



Redes de Petri

Semántica de Disparo de Transición

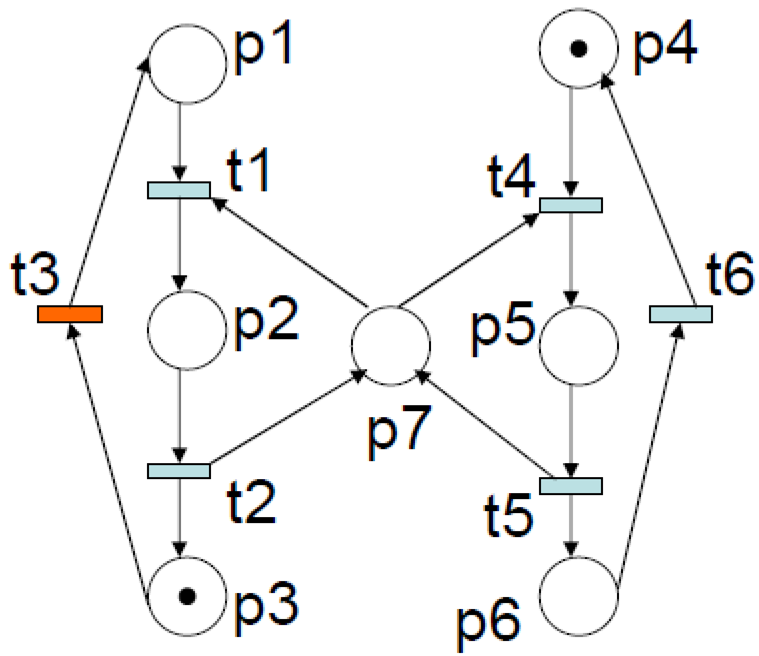
- Reglas de habilitación

$M[tj>$, $\quad M(pi) >= I(pi,tj)$
$\forall$ pi $\in$P

- Reglas de disparo

Si $M[tj>M'$

$M'(pi)= M_0(pi) - I(pi,tj) + O(pi,tj)$
$\forall$ pi $\in$P



Redes de Petri

Semántica de Disparo de Transición

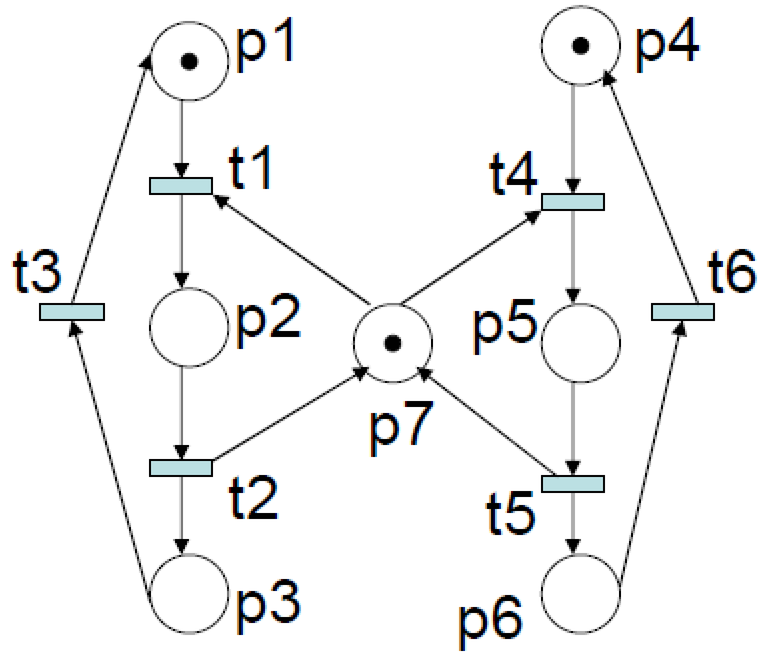
- Reglas de habilitación

$M[tj>$, $\quad M(pi) >= I(pi,tj)$
$\forall\ pi \in P$

- Reglas de disparo

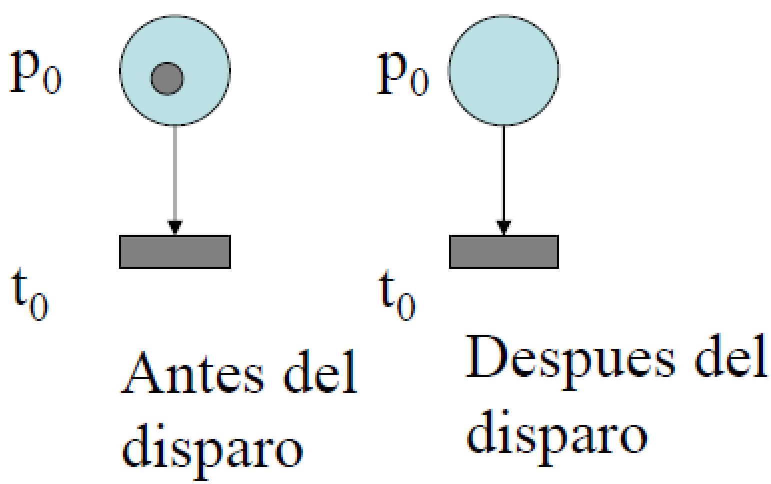
Si $M[tj>M'$

$$M'(pi) = M_0(pi) - I(pi,tj) + O(pi,tj)$$
$\forall\ pi \in P$

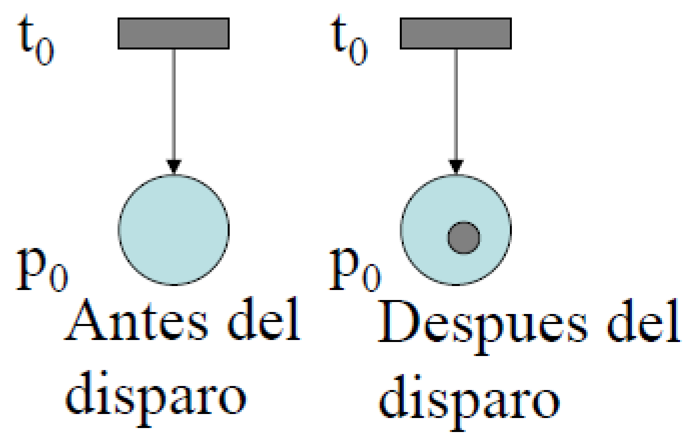


Redes de Petri

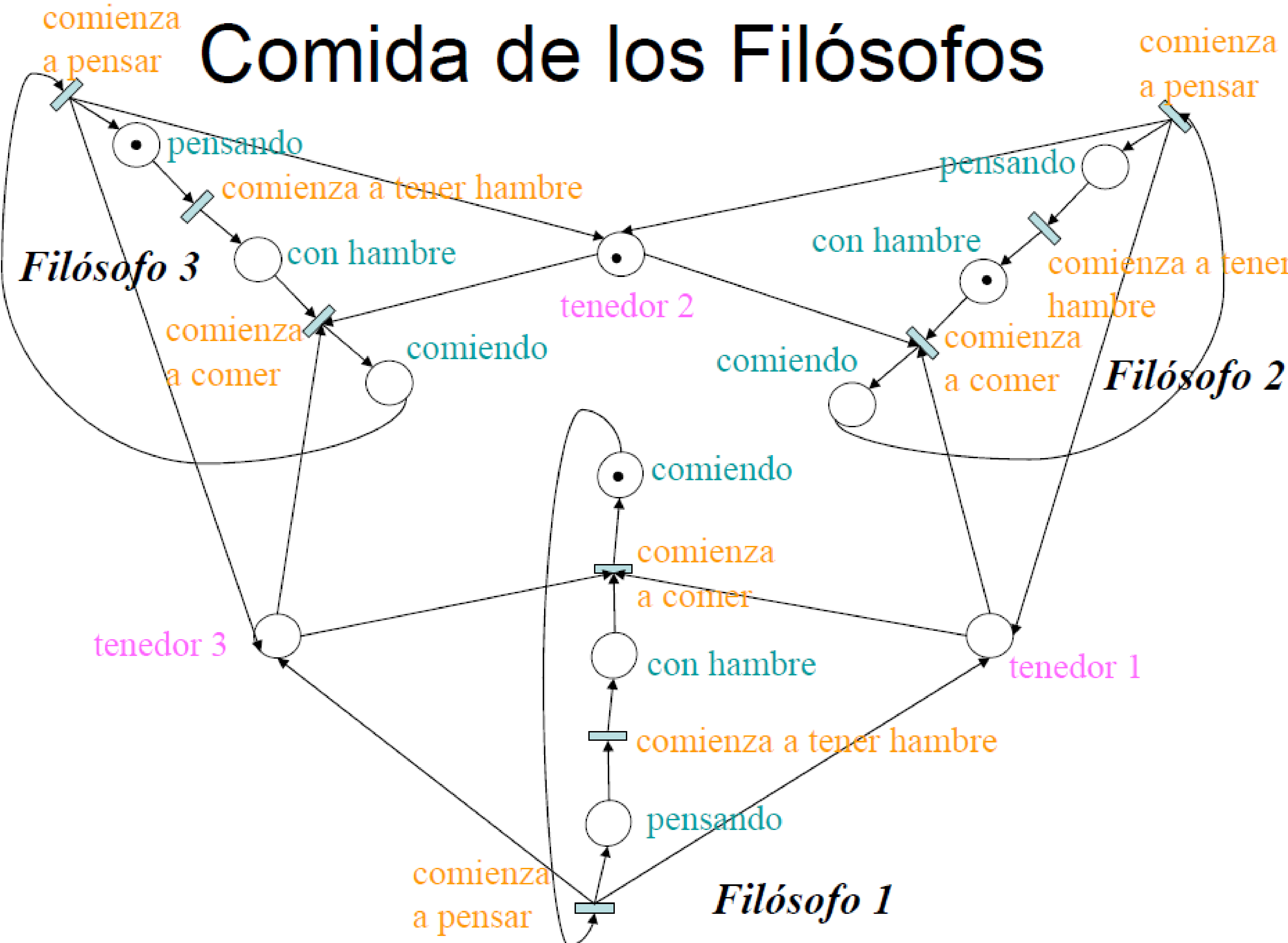
- Transición *Sink*



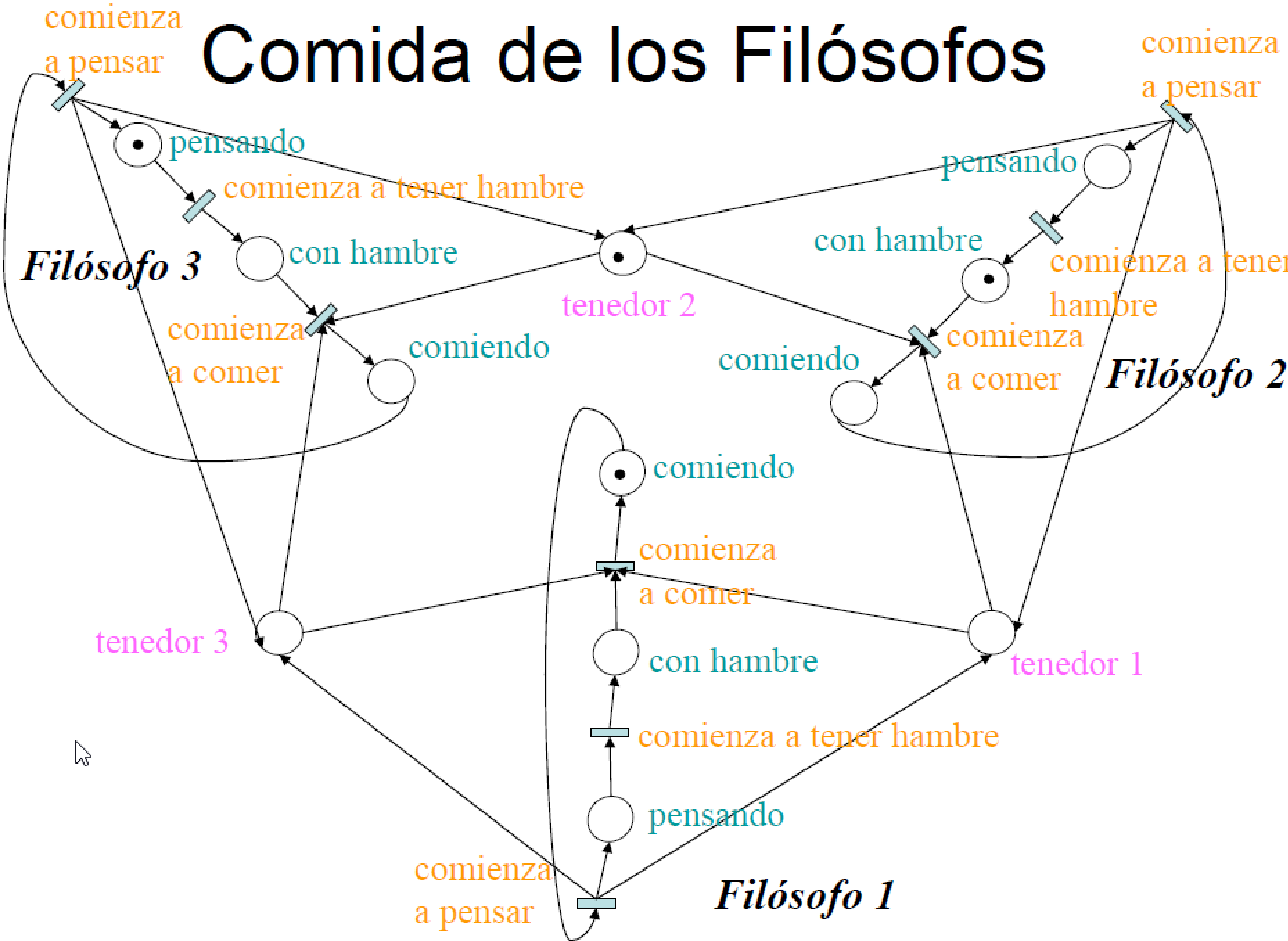
- Transición *Source*



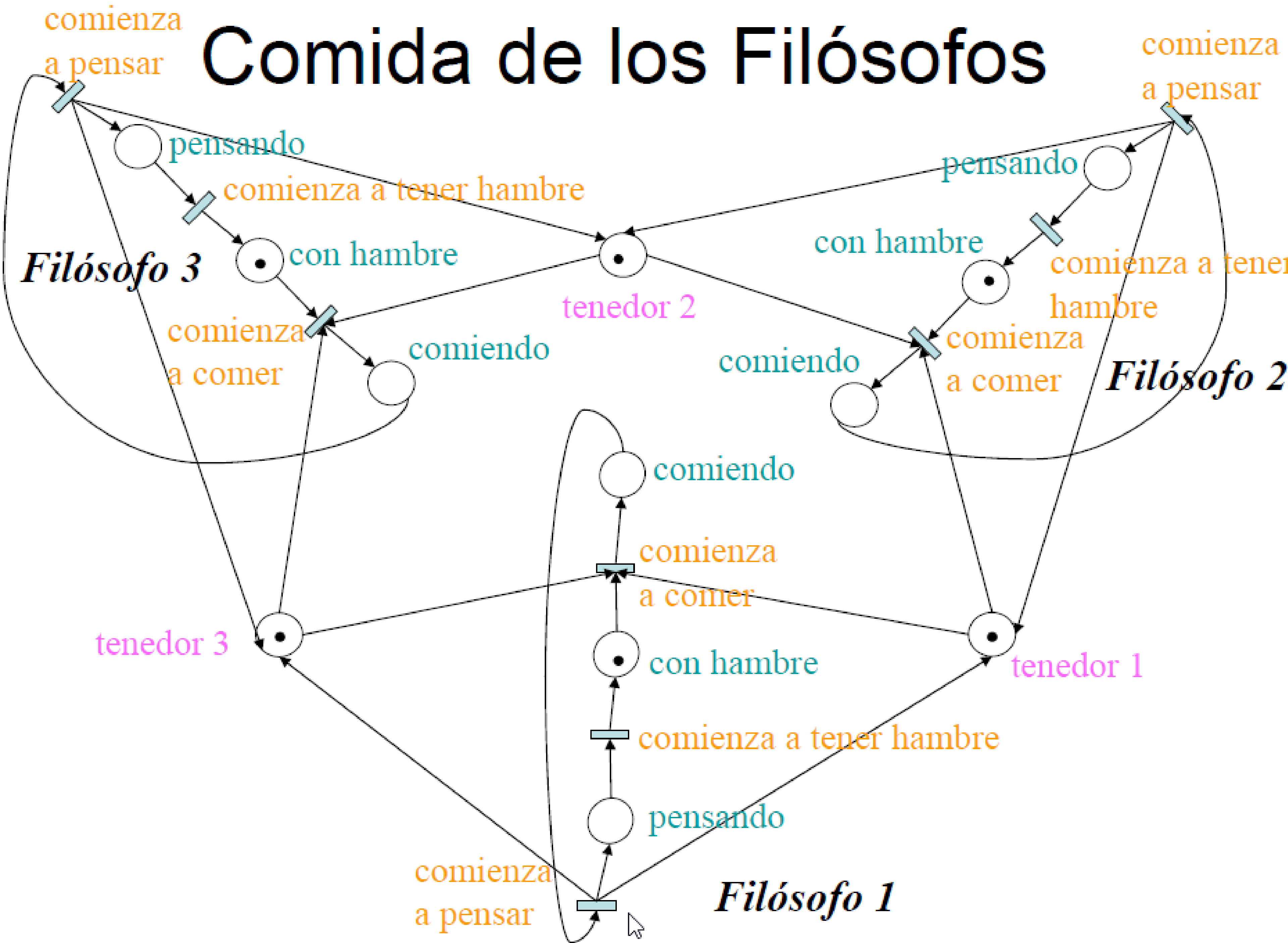
Comida de los Filósofos



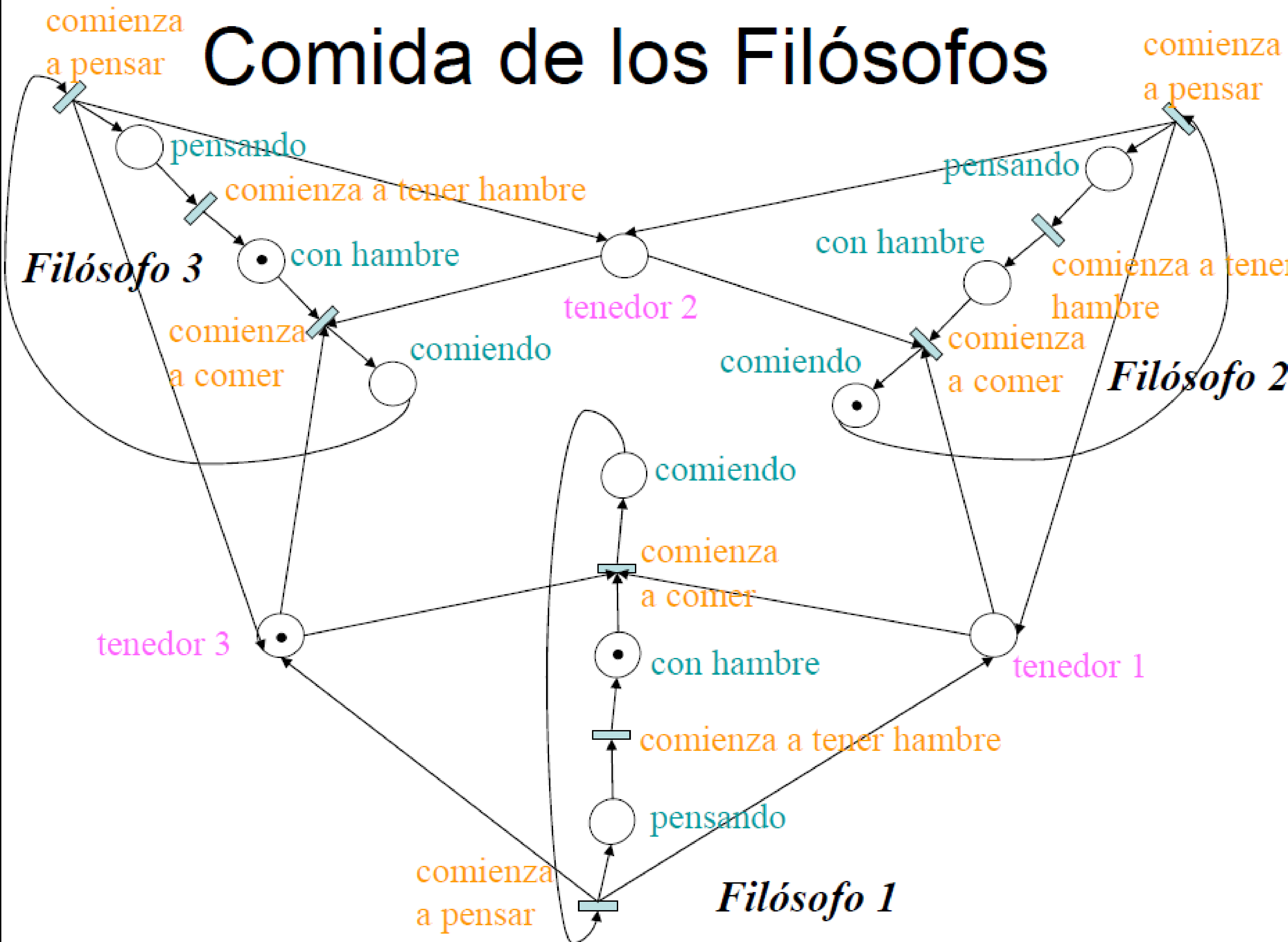
Comida de los Filósofos



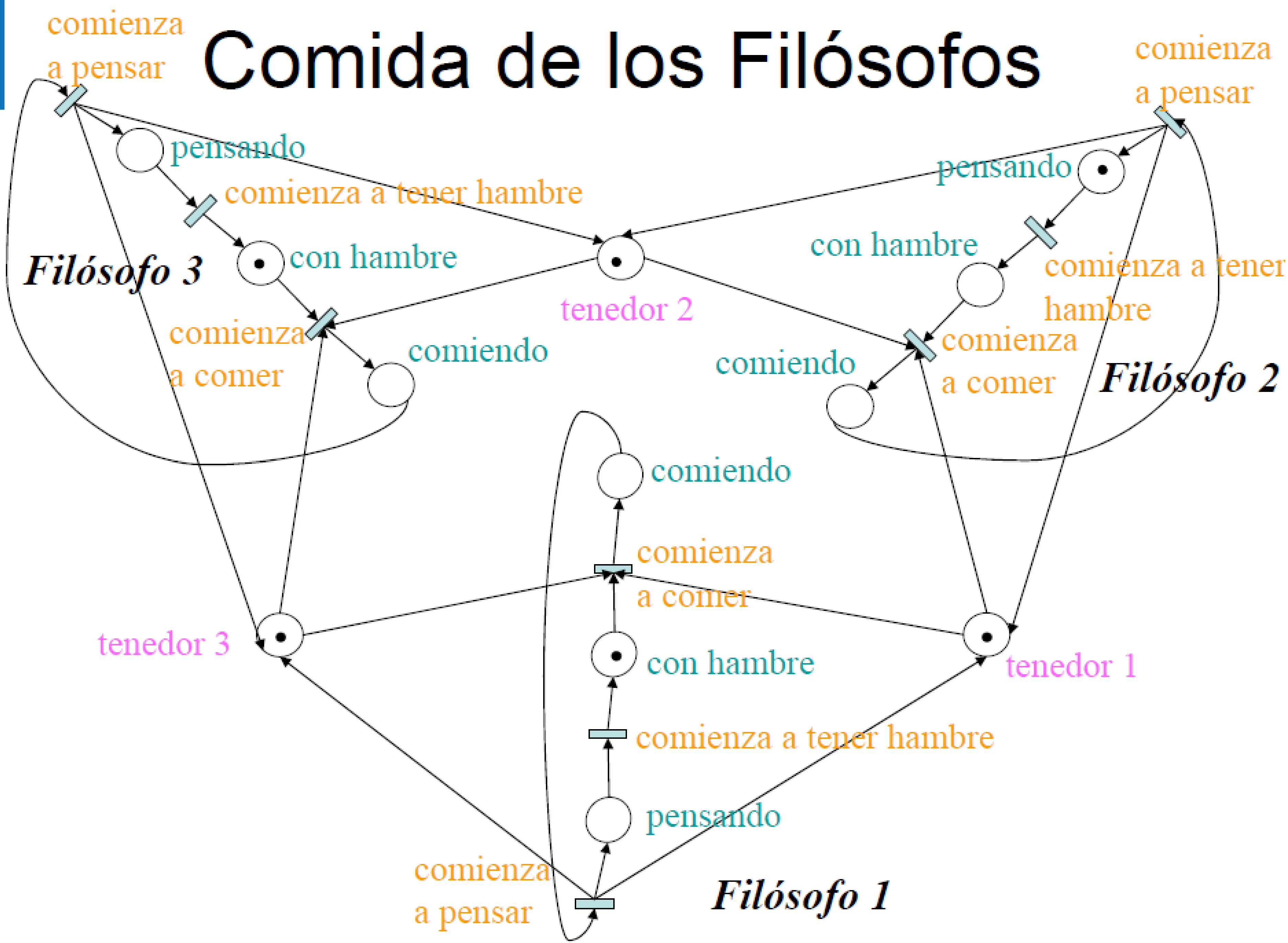
Comida de los Filósofos



Comida de los Filósofos



Comida de los Filósofos



Redes de Petri

- Un **marking es alcanzable** si es el resultado de una **secuencia de transiciones** que resulte en ese marking **desde marking inicial**.
- Una red es **N-safe** si **no** es **alcanzable** ningún marking que contenga **mas de N tokens en un place**.
- Se pueden analizar automáticamente propiedades como invariantes (ej. Usando álgebra lineal), existencia de deadlocks, alcanzabilidad, etc.

Redes de Petri: Características

- Formal, operacional, gráfico, refutable.
- Scope: concurrencia, control (usos simil. FSM).
- Semántica: sistema de transición u ordenes parciales.
- Mecanismo de descomposición: no standard.
- Al igual que las FSM, muchos tipos de análisis posibles.
- Relación con FSM: si es N-Safe hay una relación de conversión en ambos sentidos.
- Muchas variantes: tiempo, probabilidades, datos, etc.