(2011 年预赛第一(1)题) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^{\frac{2}{x}}-\mathrm{e}^2[1-\ln(1+x)]}{x}$.

解析：

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^{\frac{2}{x}}-\mathrm{e}^2[1-\ln(1+x)]}{x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{e}^{\frac{2}{x}\ln(1+x)}-\mathrm{e}^2[1-\ln(1+x)]}{x}$$

$$=\mathrm{e}^2\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{e}^{\frac{2}{x}\ln(1+x)-2}-1+\ln(1+x)}{x}$$

$$=\mathrm{e}^2\left(\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{e}^{\frac{2}{x}\ln(1+x)-2}-1}{x}+\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}\right)$$

$$=\mathrm{e}^2\left(2\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)-x}{x^2}+\lim_{x\to 0}\frac{x}{x}\right)$$

$$=\mathrm{e}^2\left(2\lim_{x\to 0}\frac{x-\frac{1}{2}x^2+o(x^2)-x}{x^2}+1\right)$$

$$=\mathrm{e}^2(-1+1)$$

$$=0$$