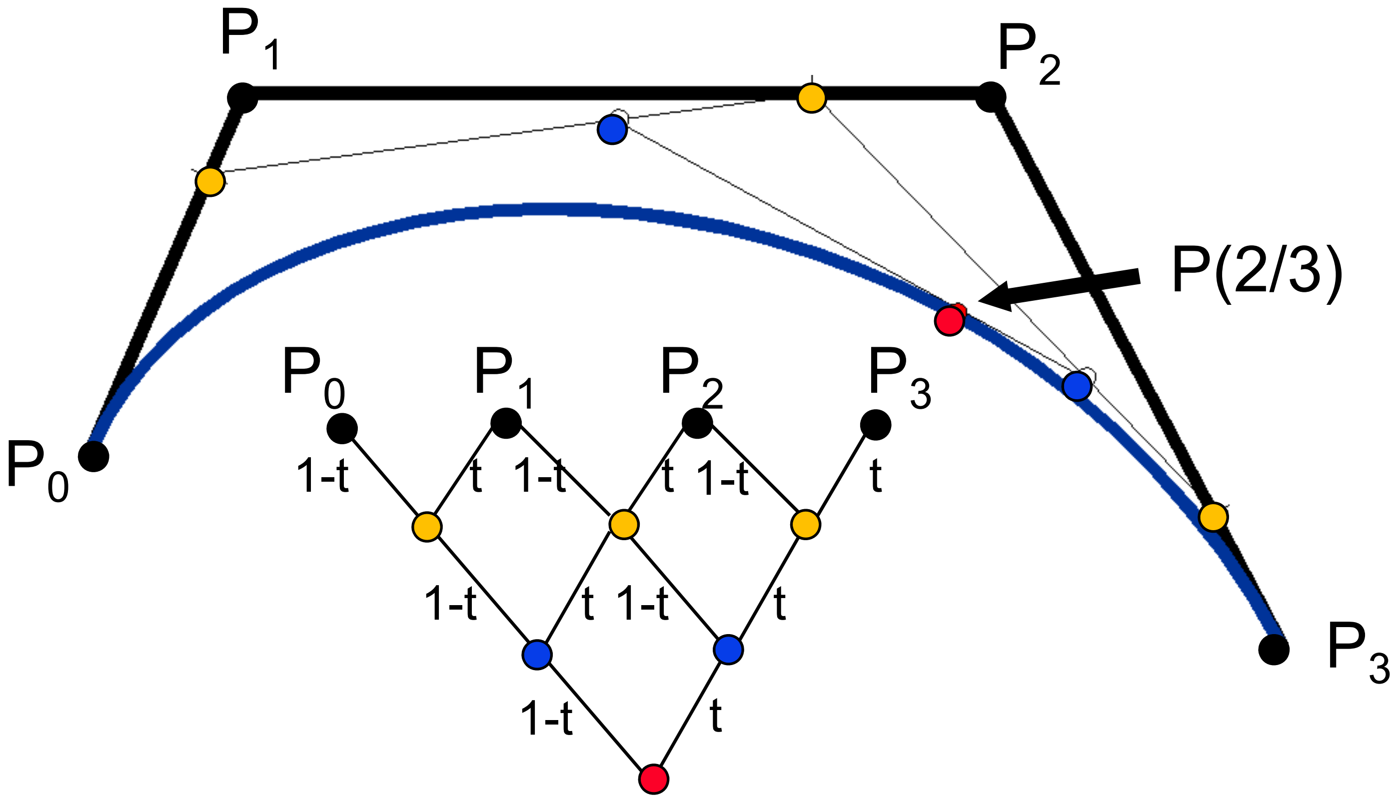
Algoritmus deCasteljau



$$P(t) = (1-t)^3 P_0 + 3t(1-t)^2 P_1 + 3t^2(1-t) P_2 + t^3 P_3$$

Bernsteinovy polynomy jako váhy

Bod na Bez.křivce je lineární kombinací
řídících bodů.

Ad 1 a 3. Váhy jsou nezáporné, součet vah vždy 1.
Důsledek:
Bez.křivka je konvexní kombinací řídicích bodů.

Ad 2: Váhy vyššího řádu jsou lineární kombinací
vah nižšího řádu.

Bezierova křivka stupně *n*

$$P(t)=\sum_{i=0}^{n} P_i B_i^n(t)$$

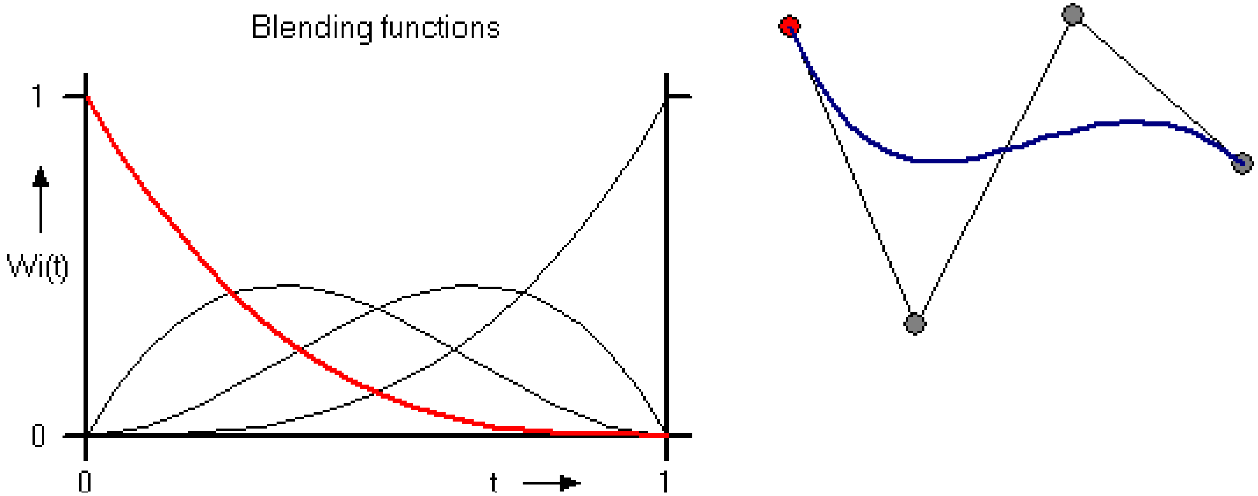
$$\frac{d}{dt}P^n(t)=n\sum_{i=0}^{n-1}(P_{i+1}-P_i)B_i^{n-1}(t)$$

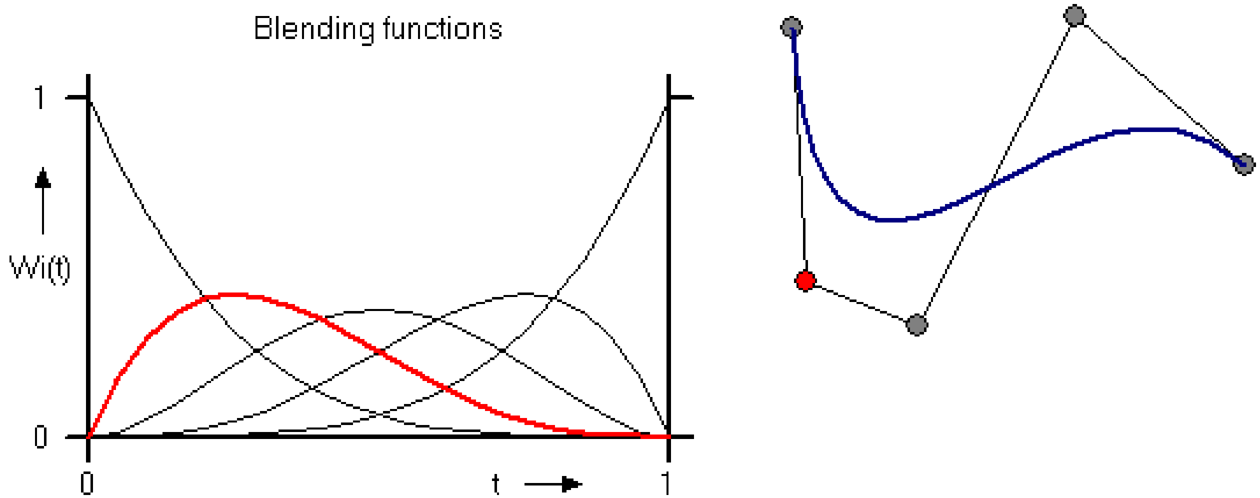
$$\frac{d}{dt}P^n(0)=n\left(P_1-P_0\right)$$

$$\frac{d}{dt}P^n(1)=n\left(P_n-P_{n-1}\right)$$

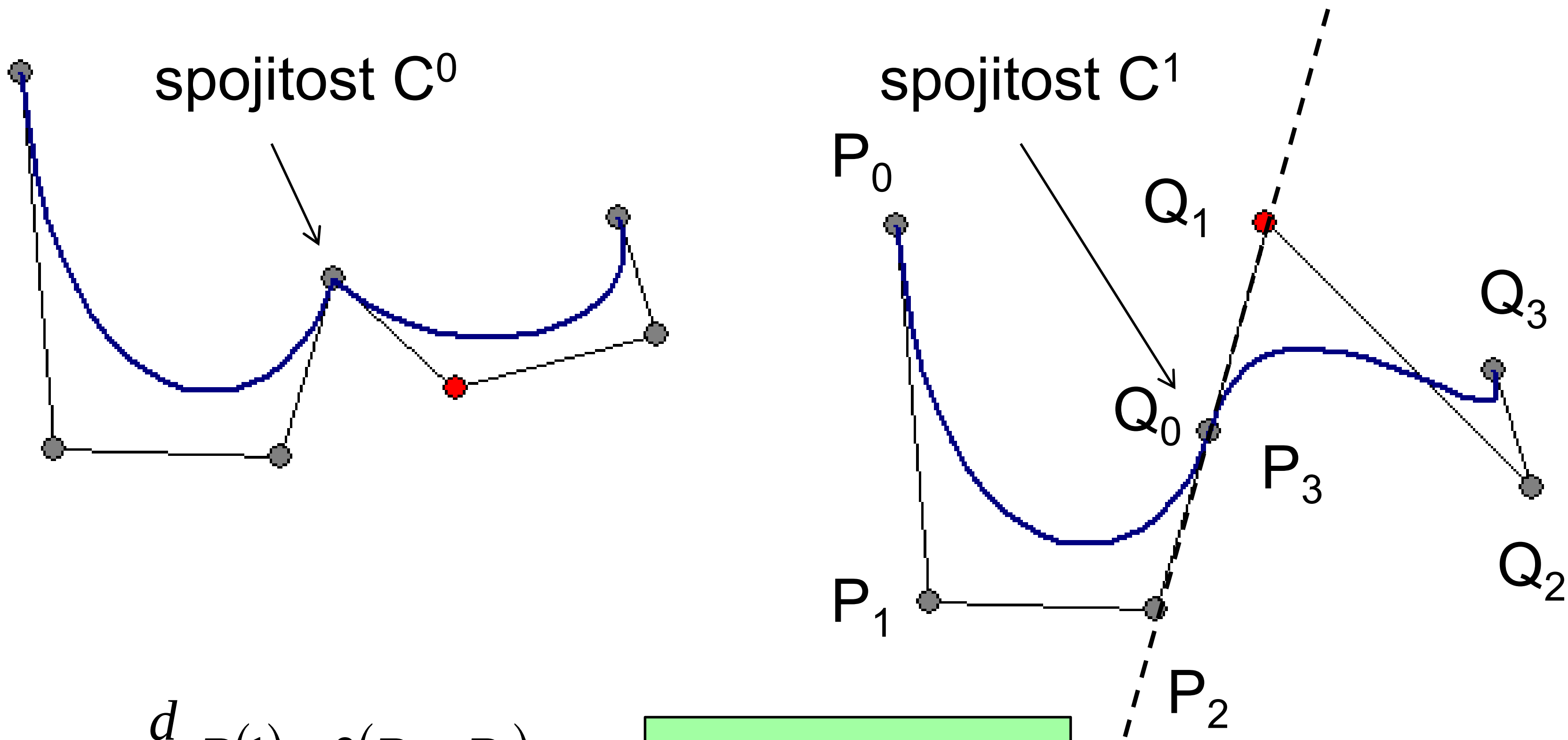
tečné vektory
v krajních bodech

Bezierova křivka stupně *n*





Navázání Bezierových kubik – C^0,C^1



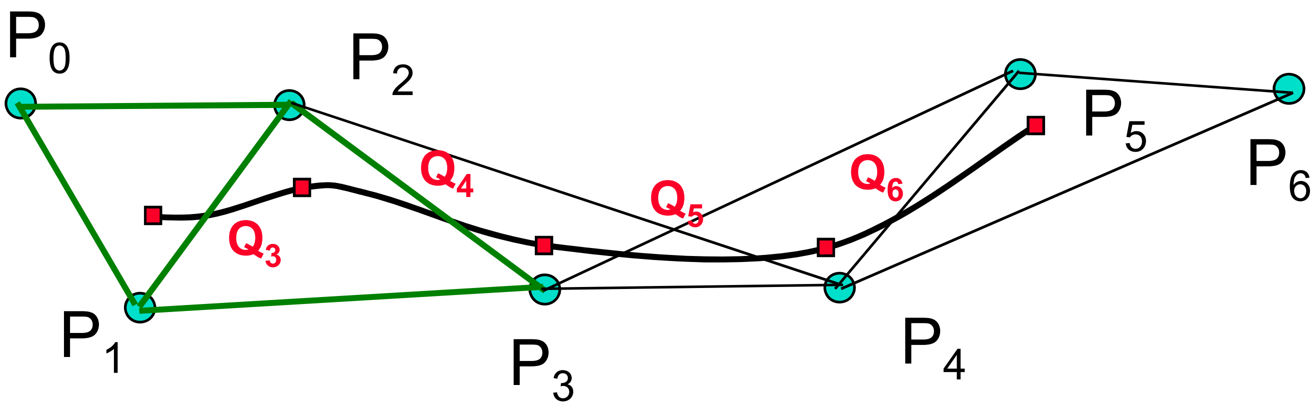
$$\frac{d}{dt}P(1) = 3(P_3 - P_2)$$

$$\frac{d}{dt}Q(0) = 3(Q_1 - Q_0)$$

$$P_3 = Q_0$$

$$P_3 - P_2 = Q_1 - Q_0$$

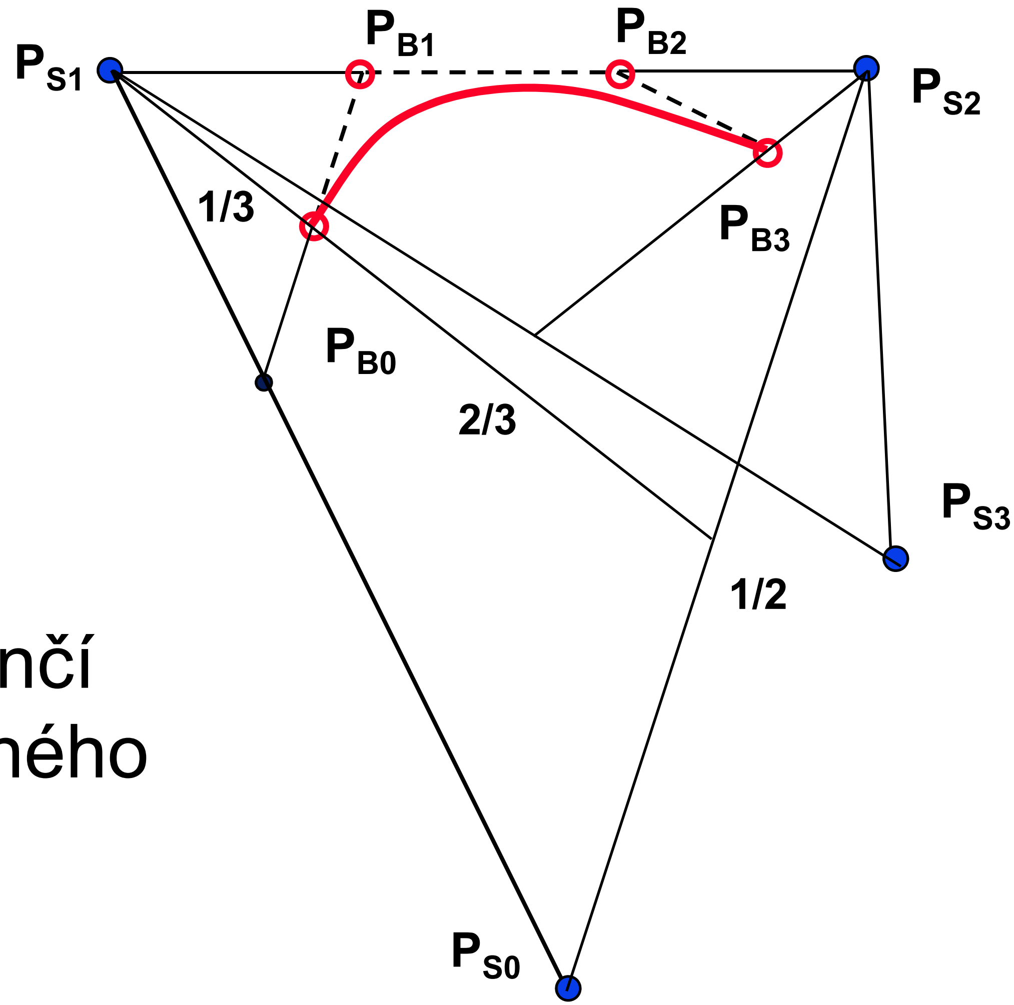
Unif.nerac.B-splajny (Coons)



$$Q_i(t) = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_{i-3} \\ P_{i-2} \\ P_{i-1} \\ P_i \end{bmatrix}$$

Konverze B-splajn => Bezier

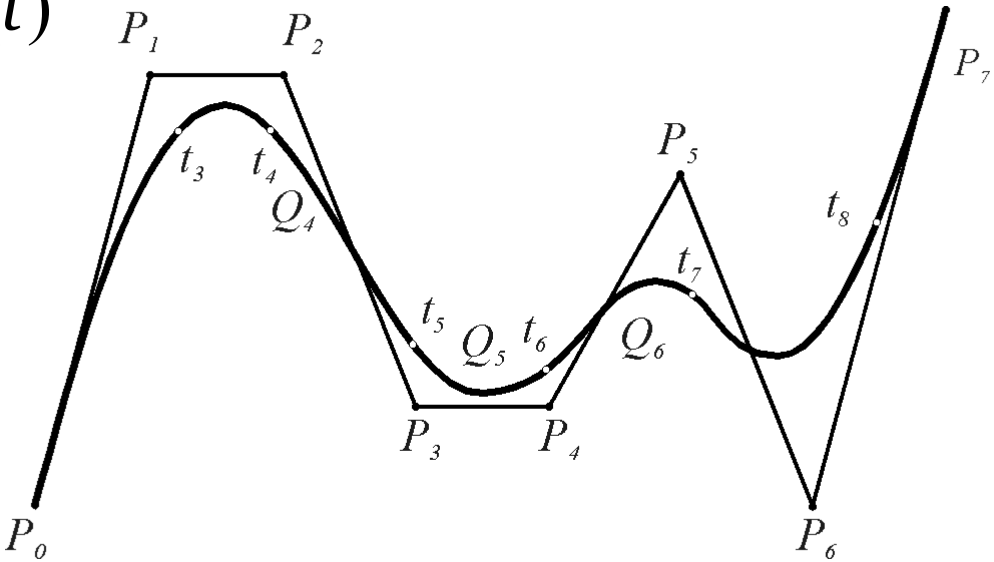
$$P_B = \frac{1}{6} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} . P_S$$



B-splajn začíná a končí v „antitěžišti“ příslušného trojúhelníku.

NURBS řádu *k*

$$Q(t) = \frac{\sum_{i=0}^{n} w_i P_i B_{i,k}(t)}{\sum_{i=0}^{n} w_i B_{i,k}(t)}$$



Vlastnosti NURBS báze

$$m = n + 1 + k$$

1. Interval vlivu (trigger interv.)

$$B_{i,k}(t) = 0 \quad \text{pro } \; t \notin < t_i, t_{i+k+1} >$$

2. Dělení „1“

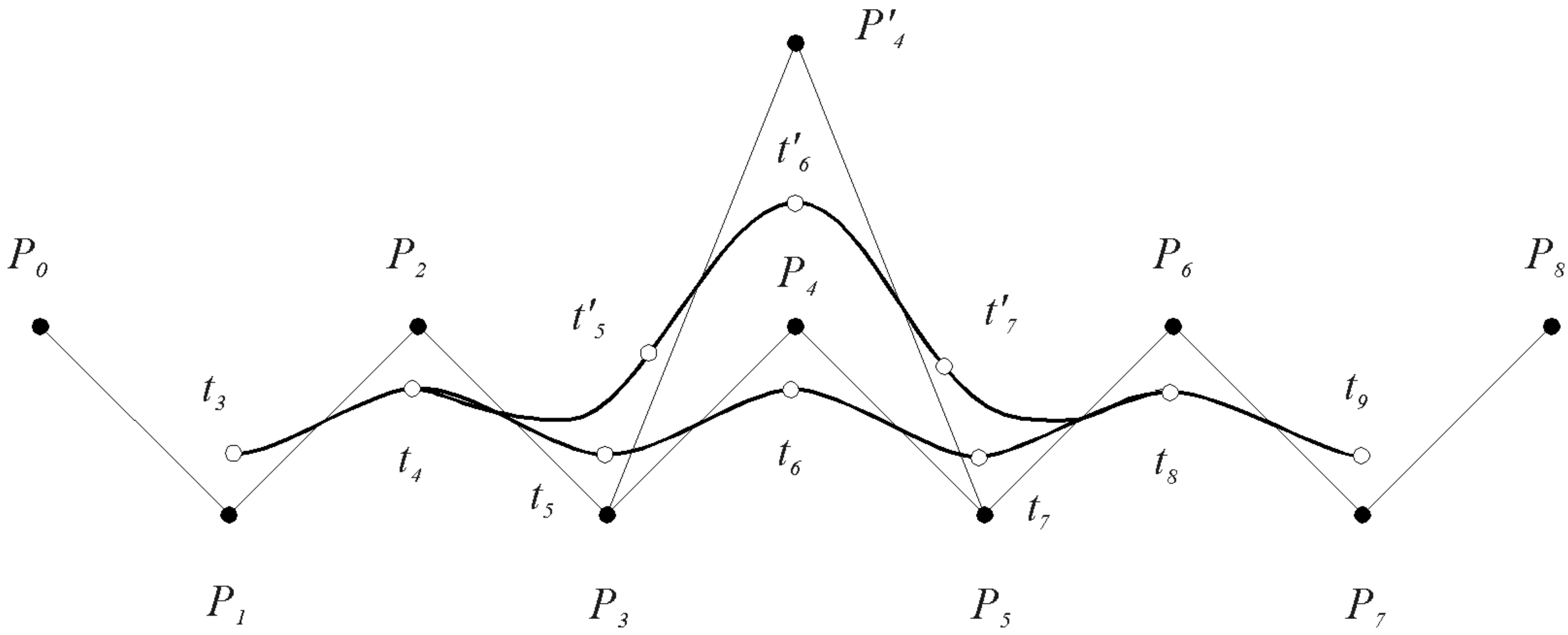
$$\sum_{i=0}^{n} B_{i,k}(t) = 1 \quad \text{pro } \; t \in < t_0, t_m >$$

3. Kopie bázové funkce - ekvidistantní uzlový vektor

$$\text{Pro } \; \tau = (0,1,\dots,m) \quad \text{je}$$

$$B_{i,k}(t) = B_{i+1,k}(t) \; , \; i = 0,\dots,\underbrace{m-n-2}_{k-1}$$

NURBS - lokální změna tvaru



Křivky Catmull-Rom

$$x(t) = [(t-t_i)^3, (t-t_i)^2, (t-t_i), 1].M_{CR}.\begin{bmatrix} P_{i-3} \\ P_{i-2} \\ P_{i-1} \\ P_i \end{bmatrix}$$

$$M_{CR} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 2 & -5 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$