Picard Matias
Mussard Olivier

TP 22 : Charge et décharge d'un condensateur

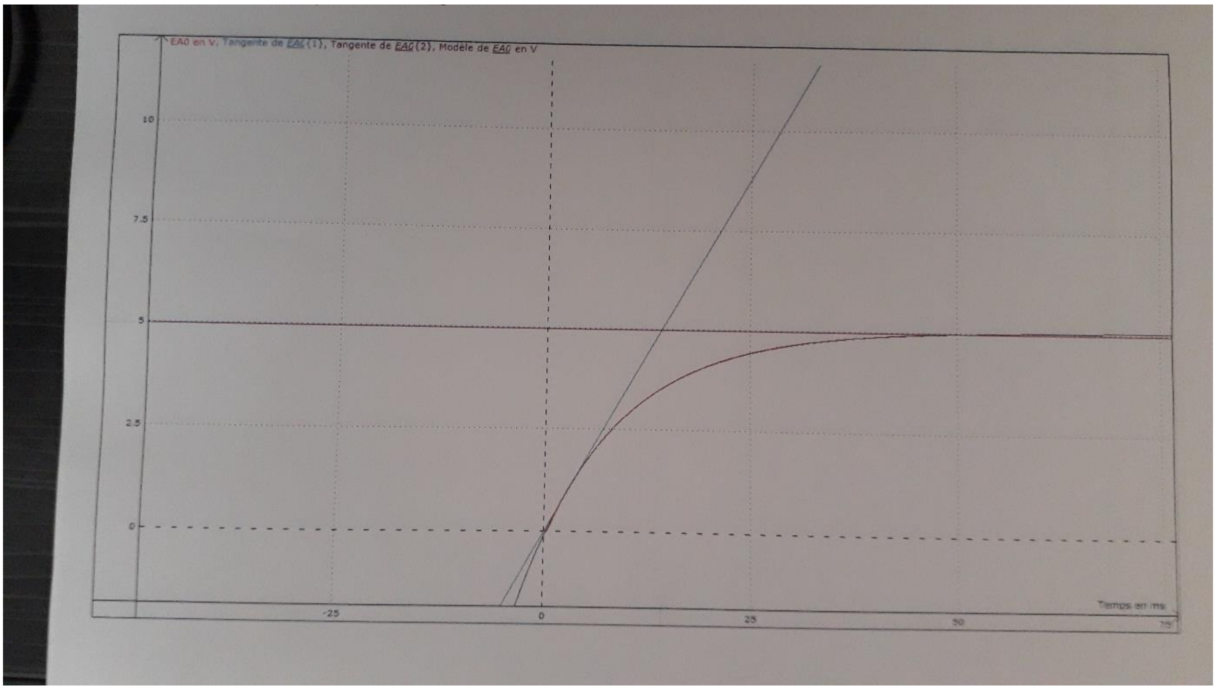
I – Etude de la charge d'un condensateur à l'aide d'un système d'acquisition

2 - Acquisition de Uc lors de la charge

a/ *Calcul de la constante de temps τ du circuit*
Données : R = 100 Ω C = 100 µF = 1,00*10^{-4} F
Formule : **τ = RC**
Application Numérique : τ = 100*1,00*10^{-4} = 1,0*10^{-2} s soit 10 ms

b/ *Calcul de t pour t = 5τ*
τ = 10 ms donc 5τ = 5*10 = 50 ms
Le condensateur est donc chargé à plus de 99% au bout de 50ms

Courbe obtenue pour la charge du condensateur :



On constate que la courbe de Uc tend vers 5V lorsque t tend vers +∞ on retrouve bien E = 5V

3 – Modélisation de Uc lors de la charge

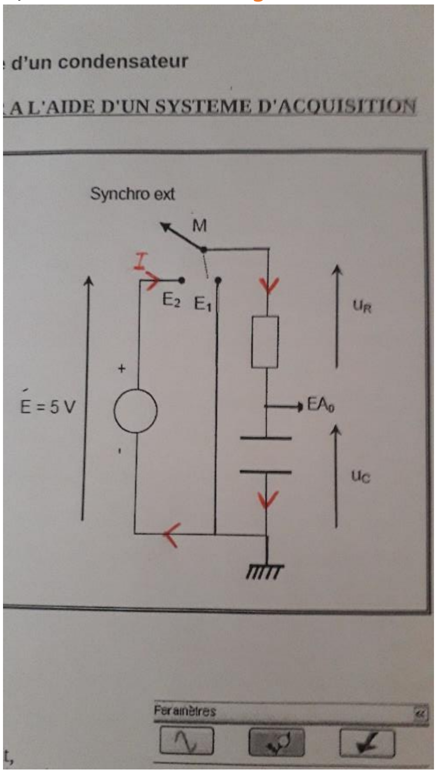
a/ On a tracé la tangente à la courbe à l'origine et celle lorsque t tend vers +∞, le temps caractéristique peut être déterminé en trouvant l'abscisse du point d'intersection des deux tangentes. On utilise le réticule et on estime τ = 14,217 ms
Le τ déterminé graphiquement est différent de celui déterminé par calcul car d'une part notre tangente à l'origine n'est pas tout à fait exacte. En effet la courbe de Uc obtenue présente un défaut à l'origine qui n'est pas visible ici probablement dû à la qualité du matériel qui fausse la position de la tangente et donc du point d'intersection entre les deux tangentes. D'autre part la valeur de résistance indiqué (100 Ω) est en réalité légèrement différente de cette valeur ce qui a une incidence sur le calcul de τ.

b/ Pour modéliser la courbe de Uc obtenue on utilise l'outil de modélisation du logiciel Latis pro qui nous permet de choisir la courbe à modéliser, puis choisir le modèle correspondant. Le calcul s'effectue ensuite automatiquement par l'ordinateur.

c/ Le modèle choisit a pour expression générale : **$A*(1-\exp(-(X-\Delta) / T)) + V0$**. La courbe modélisée ainsi obtenue semble très bien correspondre à la courbe de Uc obtenue expérimentalement celle-ci suit presque parfaitement la courbe expérimentale certainement dû au fait que l'on ait demandé au logiciel de placer 2000 points avant l'acquisition. Le logiciel nous donne alors les valeurs des différentes constantes de l'expression de la courbe modélisée.
On constate que $\Delta = 0$ et que V0 est négligeable car très proche de 0 on a donc une expression de la forme : **$y = A*(1-\exp(-X/T)$**
Avec : $A = 5{,}154$ et $T = 11{,}7*10^{-3}$ s soit 11,7 ms
X est la variable et dans notre contexte il s'agit du temps t
On remarque alors que la valeur de A est très proche de celle de E et celle de T est très proche de celle de τ. L'équation obtenue est donc cohérente avec les valeurs déterminées précédemment.
On peut alors écrire : **$Uc(t) = E*(1-\exp(-\frac{t}{\tau}))$**

II – Equations différentielles

1/ *Schéma du Montage avec le sens du courant lorsque l'interrupteur est placé sur E2 :*



2/ Selon la loi des mailles dans une maille fermé la somme des tensions dont le sens est contraire à celui du courant est égale à la somme des tensions dont le sens est le même que celui du courant. On en déduit pour notre montage que : **$E = Ur + Uc$**
Soit **$E – Ur – Uc = 0$**
Or selon la loi d'Ohm : **$Ur = R*i$**
On en déduit **$E – Ri – Uc = 0$**

3/ On sait que **$i = \frac{dq}{dt}$ or $q = C*Uc$**

On peut donc écrire : $i = \frac{dCUc}{dt}$ mais C est une constante donc : **$i = C* \frac{dUc}{dt}$**

4/ On a obtenu en 1/ la relation E – Ri – Uc = 0 on peut donc remplacer i grâce à la relation établie en 2/ :

$E - RC*\frac{dUc}{dt} - Uc = 0$

$RC*\frac{dUc}{dt} = E - Uc$

$\frac{dUc}{dt} = -\frac{1}{RC} Uc + \frac{1}{RC} E$

On obtient bien une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ avec $a = -\frac{1}{RC}$ et $b = \frac{E}{RC}$

5/ a. *Résolution de l'équation différentielle :*

La solution de cette équation différentielle s'écrit **$y = K \exp(at) - \frac{b}{a}$** avec K une constante réelle

On remplace alors a et b par les expressions identifiés en 4/ ,

$Uc(t) = K *\exp(-\frac{t}{RC}) - \frac{\frac{E}{RC}}{-\frac{1}{RC}} = K *\exp(-\frac{t}{RC}) + E$

(b.) Or on sait que lorsque t = 0 s Uc = 0 V

Pout t = 0 s , $0 = K*\exp(-\frac{0}{RC}) + E$

0 = K +E donc K = -E

On a donc : $Uc(t) = -E*\exp(-\frac{t}{RC}) + E = E (1- \exp(-\frac{t}{RC}))$

Or τ = RC donc **$Uc(t) = E (1- \exp(-\frac{t}{\tau}))$**

6/ On sait que **$i(t) = C * \frac{dUc}{dt}$**

Et **$Uc(t) = - E \exp(-\frac{t}{\tau}) + E$**

Donc **$\frac{dUc}{dt} = \frac{E}{\tau} * \exp(-\frac{t}{\tau})$**

On remplace dans l'expression de i(t) :

$i(t) = C * \frac{E}{\tau} * \exp(-\frac{t}{\tau})$

$i(t) = C * \frac{E}{RC} * \exp(-\frac{t}{\tau})$

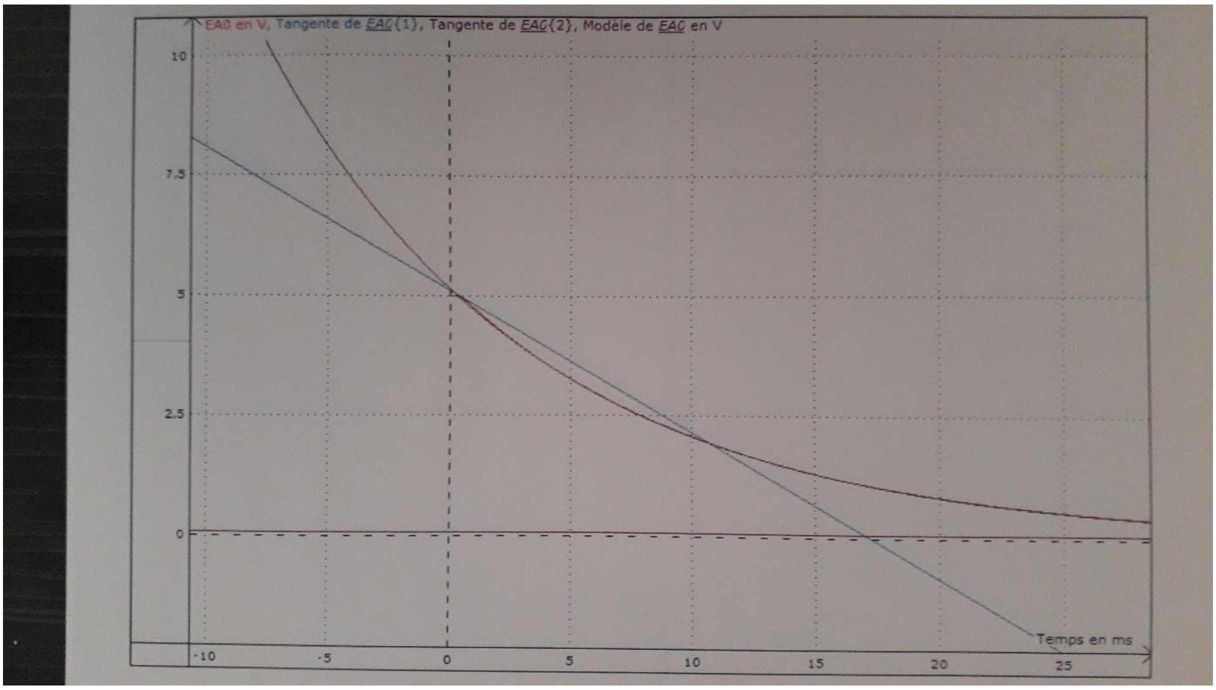
$i(t) = \frac{E}{R} * \exp(-\frac{t}{\tau})$

$\frac{E}{R} = Io$ car on divise une tension par une résistance, $Io = \frac{5}{100} = 5{,}0*10^{-2}$ A

Donc **$i(t) = Io * \exp(-\frac{t}{\tau}) = 5{,}0*10^{-2} * \exp(-\frac{t}{\tau})$**

III – Etude de la décharge d’un condensateur

Courbe obtenue pour la décharge du condensateur :



1/ a. Notre tangente à l’origine est à nouveau mal positionné en raison d’un défaut constaté au début de l’acquisition. Il aurait fallu placer la tangente après la modélisation pour trouver une valeur plus cohérente. On détermine graphiquement la valeur de τ’ de la même manière que l’on a déterminé celle de τ dans la partie I en lisant l’abscisse du point d’intersection des deux tangentes.
On lit τ’ = 16,997 ms
Un meilleur positionnement de la tangente à l’origine aurait donnée une valeur proche de celle déterminée pour τ

b. On estime que les valeurs de τ et τ’ sont proches, on en déduit que le temps caractéristique est le même pour la charge et pour la décharge ainsi **τ = τ’**

2/ On sait que pour **t = τ , Uc(τ) = 0,37 E** pour la décharge du condensateur
Uc(τ) = 0,37*5 = 1,85 V
On détermine ensuite le point de la courbe ayant pour ordonnée 1,85 V, puis on lit son abscisse c’est le temps caractéristique τ
Ainsi en utilisant le réticule on obtient τ = τ’ = 11,228 ms ce qui est une valeur plus cohérente avec celle calculé en partie I

3/ On modélise la courbe de Uc,
a. Le modèle choisit est de la forme **A*exp(-(X-Δ) / T)) + V0**
On a Δ = 0 et V0 est négligeable car très proche de 0
On a donc une expression de la forme : **y = A*exp(-(X/ T))**

b. Par identification on trouve A = 5,0 V = E et τ’ = T = 10,83 ms
La valeur de τ’ trouvé est très proche de celle de τ, la conclusion de la question 2/ est donc confirmée.
On peut donc écrire pour la décharge du condensateur :

$Uc(t) = E*\exp(-\frac{t}{\tau})$

On a montré malgré les défauts de matériel que le temps caractéristique τ était le même pour la charge et pour la décharge d'un condensateur donc 5τ = 5τ' le temps de charge et de décharge du condensateur est le même. De plus on a déterminé les équations de la tension du condensateur en fonction du temps pour la charge et la décharge d'un condensateur.