# Содержание

Перече	нь сокращений и условных обозначений	2
Введен	ие	3
Глава 1	. Понятие математической модели	6
1.1	Основные понятия	6
1.2	Этапы построения математической модели	6
1.3	Классификация математических моделей	7
Глава 2	2. Анализ развития экономики в Республике Сербия	9
2.1	Текущая экономическая ситуация в Республике Сербия	9
2.2	Стратегия развития Всемирного банка	10
2.3	Экономический прогноз	11
Глава 3	В. Идентификация параметров модели	13
Списов	с литературы	16
Придо	maxima 1	10

## Перечень сокращений и условных обозначений

RSD Сербский динар

USD доллар США

ВВП Валовой внутренний продукт

ИТ Информационные технологии

МВФ Международный Валютный Фонд

НАТО Организация Североатлантического договора, Североатлантиче-

ский Альянс (англ. North Atlantic Treaty Organization)

ООН Организация Объединённых Наций

ПИИ Прямые иностранные инвестиции

США Соединенные Штаты Америки

### Введение

Сербия — индустриально-аграрная страна, расположенная на юго-востоке Европы (центральной части Балканского полуострова). Через республику проходят важные транспортные и торговые пути, соединяющие Западную и Центральную Европу с Ближним и Средним Востоком. Сербия располагает значительными сырьевыми ресурсами — запасами медной, свинцовоцинковой, железной, хромовой, марганцевой руды, а также каменного угля. В стране имеются значительные гидроэнергетические ресурсы республики (реки Дунай, Морава, Дрина).

На рубеже 1980 – 1990 годов страна (на тот момент Югославия) была экономически развитой. Однако политические события 90-х (санкции ООН, война, разрушение инфраструктуры и промышленности в ходе многочисленных воздушных атак НАТО, утрата торговых связей внутри бывшей Югославии и т. д.) оказали негативное влияние на экономическое и политическое положение страны.

Однако за последние годы в Сербии начался стремительный экономический рост, возобновились иностранная финансовая помощь и инвестиции. За 10-летний период по данным МВФ сербская экономика выросла почти на 20 процентов.

Сельское хозяйство, промышленность и сектор услуг являются основными источниками доходов Сербии. Они внесли большой вклад в динамику роста ВВП. Основная отрасль сельского хозяйства — растениеводство. В обрабатывающей промышленности ведущее место занимают машиностроение и металлообработка. Также уверенными темпами развиваются ИТ и туризм. Например, экспорт ИТ сектора в 2019 году был выше, чем экспорт доминирующего сельского хозяйства. Примечательно, что в 2019 году Балканская республика наряду с Ирландией показала самый высокий экономический рост среди всех остальных государств Европы. В 2020 го-

ду Сербия также может показать опережающию темпы роста экономики в Европе.

Актуальность выбранной темы выпускной квалификационной работы обусловлена тем, что экономика Сербии в настоящий момент находится на этапе активного развития. Математические модели способны описать текущую экономическую ситуацию в стране и спрогнозировать как и положительные, так и отрицательные сюжеты развития государства.

Экономика государства очень сильно зависит от политической ситуации, она настолько динамична, что построив математическую модель вчера, сегодня она уже может оказаться не актуальной. В связи с вспышкой пандемии COVID-19, многие страны уже оказались в неприятной экономической ситуации. Это еще одна причина выбора темы. Кроме того, построение математических моделей экономики государства на примере Сербии поможет разобраться как в особенностях государства, так и в математических инструментах.

<u>Объект исследования</u> — математические модели экономического роста.

<u>Предмет исследования</u> — математические модели экономики, построенные на примере Республики Сербия.

<u>Цель данной работы</u> — создание инструмента прогнозирования динамики экономики Республики Сербия в зависимости от поведения внутренних и внешних переменных, сделать выводы и построить прогнозы по полученным данным.

Для реализации поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- 1. Определить и изучить теорию построения математических моделей экономики.
- 2. Определить основные факторы, влияющие на экономический рост в Республики Сербия.
- 3. Построить модели на примере макроэкономических данных Республики Сербия.
- 4. Сделать выводы и прогнозы.

Выпускная квалификационная работа состоит из содержания, перечня сокращений, введения, трех глав, заключения, списка используемых источников и приложения.

В первой главе определяются основные термины, описываются этапы построения математических моделей, приводятся различные типы математических моделей.

Во второй главе исследуются главные сферы экономической деятельности Сербии, оцениваются прогнозы авторитетных рейтинговых агенств (МВФ, Всемирный банк и т. д.), определяютя основные параметры экономики.

В третьей главе определяются и рассчитываются основанные переменные модели на основе выбранных параметров.

## Глава 1. Понятие математической модели

#### 1.1 Основные понятия

Объект — система состоящая из множества элементов. Это может быть ракета, рынок ценных бумаг или популяции животных. В нашем случае это государство.

Модель несет в себе отражение связей между элементами. Математическая модель — это математическое представление реальности. Экономической моделью можно считать набор уравнений, основанных на определенных предположениях и приближено описывающих экономику в целом или отдельно ее отрасль.

Моделирование — процесс расчета поведения системы на основе граничных условий и заданных связей между элементами системы.

Алгоритм — логика расчета поведения системы. Логика может быть основана на разных математических подходах.

### 1.2 Этапы построения математической модели

Построение математических моделей в экономике является методом для решения задач оптимального упраления. Экономико-математическая модель отображает некоторые процессы, которые смоделированы с помощью математических теорем и уравнений.

Построение математических моделей состоит из нескольких этапов:

- Идентификация. Определение основных параметров объекта.
- Оценка параметров модели. Выбор переменных модели на основе выбранных параметров.
- Спецификация модели. Определение связей между параметрами. Построение уравнений.
- Моделирование. Проведение моделирования на основе заданных начальных условий.
- Анализ полученных результатов.

### 1.3 Классификация математических моделей

Формальная классификация моделей основывается на классификации используемых математических средств. Например:

- Линейные и нелинейные модели. Модели, в которых связь между зависимой и независимой переменными могут быть линейными или нелинейными (например, линейная регрессия).
- Дискретные и непрерывные модели. В дискретных моделях изменение параметров связано только с отдельными моментами времени. В непрерывных моделях параметры изменяются во времени плавно.
- Стохастические модели. Стохастические модели предназначены для прогнозирования экономических явлений в условиях неопределенности исходных данных и реализуются методами математической статистики.
- Оптимизационные модели. Оптимизационная модель позволяет из нескольких альтернативных вариантов выбрать наилучший вариант по любому признаку.

Естественно, что существуют и другие модели, в том числе и смешанные.

## Глава 2. Анализ развития экономики в Республике Сербия

В настоящее время наблюдается явная нехватка эконометрических работ, связанных с построением математических моделей экономики различных государств. Однако многие рейтинговые агенства регулярно прогнозируют различные варианты развития государства, пишут отчеты, строят стратегии экономичекого роста и т. д.

# 2.1 Текущая экономическая ситуация в Республике Сербия

Рост в Республике Сербия в 2019 году несколько снизился по сравнению с 2018 годом, но оставался устойчивым на уровне 4,2 процента, что обусловлено увеличением государственных инвестиций наряду с высокими показателями ПИИ.

Потребление оставалось на высоком уровне. Вклад чистого экспорта в рост был отрицательным, поскольку экспорт рос не так быстро, как в прошлых годах. Если посмотреть на отраслевой состав, то в 2019 году промышленность увеличилась всего на 0,3 процента, а объем производства в сельском хозяйстве в целом остался таким же, как в 2018 году. Однако, наряду со строительным сектором, услуги внесли значительный вклад в рост ВВП.

Уровень активности и уровень занятости среди населения в возрасте 15 лет и старше в четвертом квартале 2019 года продолжали расти. Уровень безработицы снизился до 9,7 процента в последнем квартале 2019 года.

Благодаря этим тенденциям уровень бедности<sup>1</sup> снизился с 25,8 процента в 2015 году до примерно 18,9 процента в 2019 году.

К концу 2019 года государственный долг Сербии сократился до 52,9 процента ВВП. Инфляция была низкой и стабильной.

Приток ПИИ оставался высоким в 2019 году. Общий объем кредитов вырос на 8,5 процента, в то время как просроченные кредиты сократились до 4,1 процента в декабре 2019 года.

### 2.2 Стратегия развития Всемирного банка

Согласно отчетам Всемирного банка экономика Сербии может расти быстрее, чем в настоящее время (3 – 4 процента в год). В отчете [7] и связанных с ним документах [4, 3, 1, 5, 8, 9, 6, 2] изложена стратегия, которая может помочь экономике страны расти быстрее. Всемирный банк считает, что текущие темпы роста недостаточно быстро приближают страну к среднему уровню жизни в Европейском Союзе. Опираясь на новую стратегию Сербия может расти в среднем на 7 процентов в год, удваивоив свои доходы за 10 лет.

В стратегии намечены семь ключевых шагов, которые могли бы привести экономику страны к указанным темпам роста. В частности:

- Увеличение инвестиций. Увеличение государственных и частных инвестиций поддержит стабильность высоких темпов роста.
- Финансирование для растущих фирм. Увеличение кредита частному сектору до уровня, близкого к европейским стандартам, расширит

 $<sup>^{1}</sup>$ Доход ниже 5,5 долларов США в день — стандартизированная черта бедности в странах со средним уровнем дохода.

финансирование для малых и средних предприятий.

- **Квалифицированные рабочие.** Поскольку более двух третьих фирм не могут найти работников для расширения, повышение качества образования может увеличить темпы роста ВВП.
- **Повышение производительности.** Повышение производительности труда позволит увеличить производство с добавленной стоимостью, увеличить количество рабочих мест и повысить заработную плату.
- Содействие экспорту. Сербские экспортеры в среднем в два раза продуктивнее других фирм. Улучшение инфраструктуры и устранение таможенных ограничений будут способствовать увеличению экспорта.
- Улучшение правоприменения. Усовершенствованная нормативноправовая база, предсказуемость и прозрачность административных процедур могли бы сократить расходы для бизнеса.
- Развязывание конкуренции. Сокращение государственного присутствия в экономике уменьшит барьеры для конкуренции.

### 2.3 Экономический прогноз

Вспышка пандемии COVID-19<sup>2</sup> и связанные с ее распространением ограничительные меры наносят тяжелый урон как мировой экономике, так и экономике Республики Сербия. Таким образом, экономический рост в стране может оказаться более низким, чем ожидалось ранее. Снижение туристической и транспортной активности, сокращение денежных переводов, замедление экспорта и уменьшение ПИИ и инвестиций в целом могут привести экономику страны к рецессии в 2020 году. Сербские власти принимают всесторонние меры для смягчения негативных последствий пандемии.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>COVID-19 (аббревиатура от англ. COronaVIrus Disease 2019), ранее коронавирусная инфекция 2019nCoV — потенциально тяжёлая острая респираторная инфекция, вызываемая коронавирусом.

В среднесрочной перспективе (2021 – 2023) рост может вернуться к прежней траектории. Этот прогноз в решающей степени зависит от международных событий, темпов структурных реформ и политических событий.

Ожидается, что текущие события приведут к небольшому росту уровня бедности в 2020 году. Помимо непосредственного воздействия на здоровье граждан, ожидаемое снижение инвестиций, сокращение спроса на сербский экспорт и ограничения мобильности нарушат ситуацию с рабочими местами и доходами. Кризис, в первую очередь, затронет наиболее мелкие, уязвимые домохозяйства. Глубина кризиса, прежде всего, будет зависеть от длительности пандемии COVID-19. Текущий прогноз предполагает, что меры по сдерживанию могут быть постепенно отменены к концу второго квартала 2020 года.

Республика Сербия может сохранить свою с трудом завоеванную макроэкономическую стабильность и вывести свои экономические преобразования на новый уровень. Таким образом, данная работа представляет интерес как для экономики Сербии, так и для академических кругов.

### Глава 3. Идентификация параметров модели

Для построения математической модели используются макроэкономические показатели статистического агенства ООН [15].

Расчеты могут быть выполнены:

- В долларах США.
- В национальной валюте.

Также существует два вида цен:

- Текущие. Цены на какую-либо конкретную дату, например на 1 апреля, либо средние за год цены.
- **Постоянные.** Цены определенного периода, принимаемые за основу расчета макроэкономических показателей. Эти цены не учитывают уровень инфляции. На момент написания работы этот период 2015 год.

Если периоды текущих и постоянных цен совпадают, то и цены тоже соответственно совпадают.

Введем специальные обозначения, которые представлены в таблице 1.

Все переменные с нижним индексом  $_{stat}$  обозначают статистические данные. В противном случае, это параметры модели. Переменные с нижним индексом  $_{const}$  обозначают постоянные цены. В противном случае текущие.

Параметр	Описание
t	Значение, получаемое при вычитании 2010 из текущего года
Y	ВВП
I	импорт
J	размер инвестиций
C	общие расходы на потребление
E	экспорт

Таблица 1: Специальные обозначения для параметров

Таблицы найденных статистических данных для Республики Сербия представлены в приложении 1. Все найденные показатели представлены в текущих и постоянных ценах. Все данные представлены с 1993 года, так как это был переломный момент в истории страны.

Первым делом посчитаем индексы цен, определим поведение цен в среднем. Индекс цен представляет собой соотношение макроэкономических показателей данного периода в текущих и постоянных ценах. Для этого воспользуемся формулой:

$$P(X(t)) = \frac{X(t)}{X_{const}(t)}$$

где X(t) это макроэкономический показатель.

На Рис. 1 и Рис. 2 видна динамика поведения цен.

В дальнейшем все расчеты будут проведены в постоянных ценах национальной валюты 2015 года.

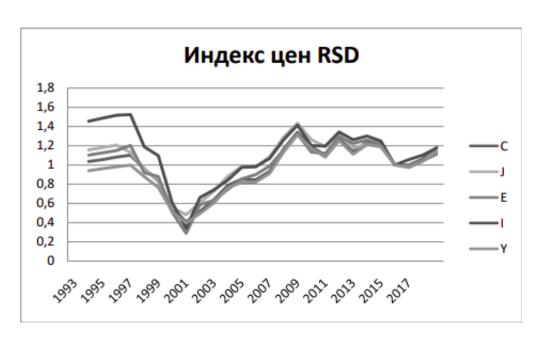


Рис. 1: Индекс цен RSD 1993 – 2018



Рис. 2: Индекс цен USD 1993 – 2018

## Список литературы

- [1] Boosting Productivity for Faster Growth. Англ. World Bank, дек. 2019.

  URL: http://pubdocs.worldbank.org/en/822851576650043739/
  Serbia-CEM-Productivity-Note-17-12-sm.pdf.
- [2] Building a Skilled Workforce. Англ. World Bank, дек. 2019. URL: http://pubdocs.worldbank.org/en/260201580323446491/SRB-CEM-Building-a-Skilled-Workforce.pdf.
- [3] Financing for Growth. Англ. World Bank, дек. 2019. URL: http://pubdocs.worldbank.org/en/358601577293558709/SRB-CEM-Financing-for-Growth-wq.pdf.
- [4] Enrique Blanco Armas Lazar Sestovic. *Investment for Growth*. Англ. World Bank, дек. 2019. URL: http://pubdocs.worldbank.org/en/168251577293556733/SRB-CEM-Investment-for-Growth-wq.pdf.
- [5] Shawn W. Tan Mariya Brussevich. Encouraging FDI Spillovers. Англ. World Bank, дек. 2019. URL: http://pubdocs.worldbank.org/en/771651576649384571/SRB-CEM-FDI-spillovers.pdf.
- [6] Reforming State Aid for Growth. Англ. World Bank, дек. 2019. URL: http://pubdocs.worldbank.org/en/525621576650023118/SRB-CEM-State-Aid-sm.pdf.
- (7] «Serbia's New Growth Agenda». Англ. В: Serbia's New Growth Agenda (дек. 2019). URL: http://pubdocs.worldbank.org/en/782101580729358303/Serbia-CEM-Synthesis-web.pdf.
- [8] Ekaterina Vostroknutova Trang Nguyen Gonzalo Reyes. *Labor Market for Growth*. Англ. World Bank, дек. 2019. URL: http://pubdocs.worldbank.org/en/501621577293868352/SRB-CEM-Labor-Market-for-Growth-wq.pdf.

- [9] Competition Policy Team WBG Markets. Removing Regulatory Barriers to Competition. Англ. World Bank, дек. 2019. URL: http://pubdocs.worldbank.org/en/535691577293870277/SRB-CEM-Removing-Regulatory-Barriers-to-Competition-wq.pdf.
- [10] Википедия. COVID-19. Wikipedia. 2020. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/COVID-19.
- [11] Отчеты Евростата по Республике Сербия. Англ. Eurostat. 2020. URL: https://ec.europa.eu/eurostat/web/main/home.
- [12] Михайлов А. П. Самарский А. А. *Математическое моделирование*. *Идеи. Методы. Примеры*. 2-е изд. М.: Физматлит, 2001.
- [13] Статистика по Республике Сербия. Англ. Tradingeconomics. 2020. URL: https://tradingeconomics.com/serbia/gdp-growth.
- [14] Статистические отчет МВФ по Республике Сербия. Англ. IMF. 2020. URL: https://www.imf.org/en/Countries/SRB#countrydata.
- [15] Статистическое агенство ООН. Англ. UN Statcom. 2020. URL: https://unstats.un.org/home/.

## Приложение 1

В данном приложении приведены таблицы статистических макроэкономических показателей для Республики Сербия. Во всех таблицах значения приведены в миллиардах и округлены до двух знаков после запятой.

В таблице 2 приведены показатели в текущих ценах RSD (млрд.).

Year	Потребление	Инвестиции	Экспорт	Импорт	ВВП		
В текущих ценах — Миллиарды сербских динаров							
1993	28,56	3,57	3,68	6,75	30,60		
1994	30,42	3,93	4,18	7,77	32,33		
1995	54,91	6,74	4,81	8,96	59,30		
1996	105,02	12,93	16,89	30,45	112,50		
1997	137,59	19,36	22,36	42,67	142,77		
1998	176,66	25,56	38,81	55,70	183,41		
1999	208,37	28,66	25,19	39,47	214,68		
2000	387,99	58,09	40,71	59,15	413,12		
2001	788,84	105,80	184,23	309,82	820,84		
2002	1005,78	168,01	214,28	401,93	1037,90		
2003	1165,20	223,16	267,98	482,58	1220,16		
2004	1401,40	298,45	351,53	734,92	1451,45		
2005	1667,79	351,93	475,34	825,58	1751,37		
2006	1958,49	457,76	622,03	1039,92	2055,20		
2007	2241,71	595,03	667,99	1240,26	2355,07		
2008	2598,91	684,66	799,24	1486,07	2744,91		
2009	2778,75	566,16	773,20	1231,07	2880,06		
2010	2960,46	570,06	1010,11	1469,85	3067,21		
2011	3247,22	626,67	1157,76	1682,43	3407,56		
2012	3428,60	758,70	1323,60	1921,03	3584,24		
2013	3607,34	668,36	1597,09	2012,21	3876,40		
2014	3648,67	652,01	1695,33	2119,29	3908,47		
2015	3675,54	715,47	1887,24	2281,58	4043,47		
2016	3929,03	766,31	2198,03	2415,48	4521,26		

Таблица 2 продолжение ...

Год	Потребление	Инвестиции	Экспорт	Импорт	ВВП
2017	4136,27	843,70	2402,90	2716,27	4754,37
2018	4351,18	1016,51	2573,60	3005,31	5068,59

Таблица 2: Текущие цены, RSD

В таблице 3 приведены показатели в постоянных ценах 2015 года RSD (млрд.).

Year	Потребление	Инвестиции	Экспорт	Импорт	ВВП		
В пос	В постоянных ценах 2015 года — Миллиарды сербских динаров						
1993	1892,79	212,00	228,87	318,26	2231,47		
1994	1960,79	226,33	252,62	355,45	2289,37		
1995	2031,07	223,96	167,44	236,29	2419,57		
1996	2097,59	251,88	309,11	439,65	2478,27		
1997	2340,53	330,71	397,48	586,20	2656,33		
1998	2404,54	343,93	501,14	576,47	2720,90		
1999	2166,71	296,06	283,97	372,56	2390,40		
2000	2351,13	297,88	348,16	427,30	2575,87		
2001	2485,58	282,70	509,58	761,36	2704,48		
2002	2660,40	389,77	572,99	916,52	2896,93		
2003	2793,46	478,08	678,92	1081,69	3024,83		
2004	3059,59	566,33	766,68	1404,04	3298,48		
2005	3217,99	585,90	862,51	1373,28	3481,23		
2006	3398,99	684,13	1020,72	1578,33	3651,97		
2007	3585,92	860,96	1077,67	1831,95	3867,02		
2008	3788,02	931,73	1178,84	2052,17	4074,55		
2009	3769,47	721,67	1097,69	1649,35	3947,59		
2010	3753,45	670,34	1262,47	1721,23	3970,66		
2011	3788,63	705,27	1325,63	1856,82	4026,31		
2012	3741,50	798,67	1336,24	1881,94	3985,43		
2013	3716,74	702,74	1620,51	1976,92	4087,92		
2014	3672,62	677,50	1712,50	2087,11	4013,05		

Таблица 3 продолжение ...

Год	Потребление	Инвестиции	Экспорт	Импорт	ВВП
2015	3675,54	715,47	1887,24	2281,58	4043,47
2016	3848,71	761,74	2146,99	2237,82	4541,58
2017	3932,67	817,67	2322,76	2486,88	4634,65
2018	4004,21	963,48	2515,65	2775,49	4838,21

Таблица 3: Постоянные цены, RSD

### В таблице 4 приведены показатели в текущие ценах USD (млрд.).

Year	Потребление	Инвестиции	Экспорт	Импорт	ВВП
	В текущих цен	нах — Миллиа	рды долла	ров США	
1993	18,02	2,25	2,32	4,26	19,30
1994	19,03	2,46	2,62	4,86	20,22
1995	20,21	2,48	1,77	3,30	21,82
1996	21,25	2,62	3,42	6,16	22,76
1997	20,66	2,91	3,36	6,41	21,44
1998	18,44	2,67	4,05	5,81	19,14
1999	11,00	1,51	1,33	2,08	11,33
2000	8,81	1,32	0,92	1,34	9,38
2001	11,79	1,58	2,75	4,63	12,27
2002	15,62	2,61	3,33	6,24	16,12
2003	20,23	3,88	4,65	8,38	21,19
2004	24,00	5,11	6,02	12,59	24,86
2005	25,00	5,28	7,13	12,37	26,25
2006	29,17	6,82	9,26	15,49	30,61
2007	38,35	10,18	11,43	21,22	40,29
2008	46,64	12,29	14,34	26,67	49,26
2009	41,12	8,38	11,44	18,22	42,62
2010	38,09	7,34	13,00	18,91	39,46
2011	44,28	8,55	15,79	22,94	46,47
2012	44,28	8,62	15,05	21,84	40,74
2013	42,36	7,85	18,75	23,63	45,52

Таблица 4 продолжение ...

Год	Потребление	Инвестиции	Экспорт	Импорт	ВВП
2014	41,27	7,38	19,18	23,97	44,21
2015	33,78	6,58	17,34	20,97	37,16
2016	35,31	6,89	19,75	21,71	40,63
2017	38,38	7,83	22,30	25,21	44,12
2018	43,44	10,15	25,70	30,01	50,60

Таблица 4: Текущие цены, USD

В таблице 5 приведены показатели в постоянных ценах 2015 года USD (млрд.).

Year	Потребление	Инвестиции	Экспорт	Импорт	ВВП
В пос	тоянных ценах	2015 года — N		и долларо	в США
1993	17,40	1,95	2,10	2,92	20,51
1994	18,02	2,08	2,32	3,27	21,04
1995	18,67	2,06	1,54	2,17	22,24
1996	19,28	2,31	2,84	4,04	22,78
1997	21,51	3,04	3,65	5,39	24,41
1998	22,10	3,16	4,61	5,30	25,01
1999	19,91	2,72	2,61	3,42	21,97
2000	21,60	2,74	3,20	3,93	23,67
2001	22,84	2,60	4,68	7.00	24,85
2002	24,45	3,58	5,27	8,42	26,62
2003	25,67	4,39	6,24	9,94	27,80
2004	28,12	5,20	7,05	12,90	30,31
2005	29,57	5,38	7,93	12,62	31,99
2006	31,24	6,29	9,38	14,51	33,56
2007	33,00	7,91	9,90	16,84	35,54
2008	34,81	8,56	10,83	18,86	37,45
2009	34,64	6,63	10,09	15,16	36,28
2010	34,49	6,16	11,60	15,82	36,49
2011	34,82	6,48	12,18	17,06	37,00

Таблица 5 продолжение ...

Год	Потребление	Инвестиции	Экспорт	Импорт	ВВП
2012	34,39	7,34	12,28	17,30	36,63
2013	34,16	6,46	14,89	18,17	37,57
2014	33,75	6,23	15,74	19,18	36,88
2015	33,78	6,58	17,34	20,97	37,16
2016	35,37	7,01	19,73	20,57	41,74
2017	36,14	7,51	21,35	22,85	42,59
2018	36,80	8,85	23,12	25,51	44,46

Таблица 5: Постоянные цены, USD