

Содержание

Введение	3
1 Понятие математической модели	6
1.1 Основные понятия	6
1.2 Этапы построения математической модели	6
1.3 Классификация математических моделей	7
2 Модель Солоу	8
2.1 Базовая модель Солоу	8
3 Идентификация параметров	11
4 Модели Республики Сербия	13
5 Анализ развития экономики в Республике Сербия	14
5.1 Текущая экономическая ситуация в Республике Сербия	14
5.2 Стратегия развития Всемирного банка	14
5.3 Экономический прогноз	15
Заключение	17
Список использованных источников	18
А Таблицы макроэкономических данных	20

Обозначения и сокращения

ООН — Организация Объединённых Наций.

МВФ — Международный Валютный Фонд.

ВВП — Валовой внутренний продукт.

ИТ — Информационные технологии.

RSD — Сербский динар.

USD — доллар США.

НАТО — Организация Североатлантического договора, Североатлантический Альянс (англ. North Atlantic Treaty Organization).

ПИИ — Прямые иностранные инвестиции.

США — Соединенные Штаты Америки.

Введение

Сербия — индустриально-аграрная страна, расположенная на юго-востоке Европы (центральной части Балканского полуострова). Через республику проходят важные транспортные и торговые пути, соединяющие Западную и Центральную Европу с Ближним и Средним Востоком. Сербия располагает значительными сырьевыми ресурсами — запасами медной, свинцово-цинковой, железной, хромовой, марганцевой руды, а также каменного угля. В стране имеются значительные гидроэнергетические ресурсы республики (реки Дунай, Морава, Дрина).

На рубеже 1980 – 1990 годов страна (на тот момент Югославия) была экономически развитой. Однако политические события 90-х (санкции ООН, война, разрушение инфраструктуры и промышленности в ходе многочисленных воздушных атак НАТО, утрата торговых связей внутри бывшей Югославии и т. д.) оказали негативное влияние на экономическое и политическое положение страны.

Однако за последние годы в Сербии начался стремительный экономический рост, возобновились иностранная финансовая помощь и инвестиции. За 10-летний период по данным МВФ сербская экономика выросла почти на 20 процентов.

Сельское хозяйство, промышленность и сектор услуг являются основными источниками доходов Сербии. Они внесли большой вклад в динамику роста ВВП. Основная отрасль сельского хозяйства — растениеводство. В обрабатывающей промышленности ведущее место занимают машиностроение и металлообработка. Также уверенными темпами развиваются ИТ и туризм. Например, экспорт ИТ сектора в 2019 году был выше, чем экспорт доминирующего сельского хозяйства. Примечательно, что в 2019 году Балканская республика наряду с Ирландией показала самый высокий экономический рост среди всех остальных государств Европы. В 2020 году Сербия также может показать опережающие темпы роста экономики в Европе.

Актуальность выбранной темы выпускной квалификационной работы обусловлена тем, что экономика Сербии в настоящий момент находится на этапе активного развития. Математические модели способны

описать текущую экономическую ситуацию в стране и спрогнозировать как и положительные, так и отрицательные сюжеты развития государства.

Экономика государства очень сильно зависит от политической ситуации, она настолько динамична, что построив математическую модель вчера, сегодня она уже может оказаться не актуальной. В связи с вспышкой пандемии COVID-19, многие страны уже оказались в неприятной экономической ситуации. Это еще одна причина выбора темы. Кроме того, построение математических моделей экономики государства на примере Сербии поможет разобраться как в особенностях государства, так и в математических инструментах.

Объект исследования — математические модели экономического роста.

Предмет исследования — математические модели экономики, построенные на примере Республики Сербия.

Цель данной работы — создание инструмента прогнозирования динамики экономики Республики Сербия в зависимости от поведения внутренних и внешних переменных, сделать выводы и построить прогнозы.

Для реализации поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- а) Изучить теорию построения математических моделей экономики.
- б) Построить модели на примере макроэкономических данных Республики Сербия.
- в) Сделать выводы и прогнозы.

Выпускная квалификационная работа состоит из содержания, перечня сокращений, введения, пяти глав, заключения, списка используемых источников и приложения.

В первой главе определяются основные термины, описываются этапы построения математических моделей, приводятся различные типы математических моделей.

Во второй главе описывается теоретическая составляющая математической модели экономического роста Солоу.

В третьей главе рассчитываются основные макроэкономические переменные экономики Республики Сербия.

В четвертой главе проводится анализ, вычисления и построение математических моделей экономики Республики Сербия, разбираются полученные результаты.

В пятой главе исследуются главные сферы экономической деятельности Сербии, оцениваются прогнозы авторитетных рейтинговых агентств (МВФ, Всемирный банк и т. д.).

1 Понятие математической модели

1.1 Основные понятия

Объект — система состоящая из множества элементов. Это может быть ракета, рынок ценных бумаг или популяции животных. В нашем случае это государство.

Модель несет в себе отражение связей между элементами. Математическая модель — это математическое представление реальности. Экономической моделью можно считать набор уравнений, основанных на определенных предположениях и приближено описывающих экономику в целом или отдельно ее отрасль.

Моделирование — процесс расчета поведения системы на основе граничных условий и заданных связей между элементами системы.

Алгоритм — логика расчета поведения системы. Логика может быть основана на разных математических подходах.

1.2 Этапы построения математической модели

Построение математических моделей в экономике является методом для решения задач оптимального управления. Экономико-математическая модель отображает некоторые процессы, которые смоделированы с помощью математических теорем и уравнений.

Построение математических моделей состоит из нескольких этапов:

- **Идентификация.** Определение основных параметров объекта.
- **Оценка параметров модели.** Выбор переменных модели на основе выбранных параметров.
- **Спецификация модели.** Определение связей между параметрами. Построение уравнений.
- **Моделирование.** Проведение моделирования на основе заданных начальных условий.
- **Анализ полученных результатов.**

1.3 Классификация математических моделей

Формальная классификация моделей основывается на классификации используемых математических средств. Например:

— **Линейные и нелинейные модели.** Модели, в которых связь между зависимой и независимой переменными могут быть линейными или нелинейными (например, линейная регрессия).

— **Дискретные и непрерывные модели.** В дискретных моделях изменение параметров связано только с отдельными моментами времени. В непрерывных моделях параметры изменяются во времени плавно.

— **Стохастические модели.** Стохастические модели предназначены для прогнозирования экономических явлений в условиях неопределенности исходных данных и реализуются методами математической статистики.

— **Оптимизационные модели.** Оптимизационная модель позволяет из нескольких альтернативных вариантов выбрать наилучший вариант по любому признаку.

Естественно, что существуют и другие модели, в том числе и смешанные.

Вся теория построения математических моделей основывается на предположениях, которые не всегда являются правдивыми. Эти предположения помогают существенно упростить описание какого-либо процесса. Грамотное построение моделей заключается в создании предположений таким образом, чтобы окончательные результаты оказались наиболее независимыми. В современной экономической науке модель является математическим описанием отдельных экономических явлений. Лучшие модели обычно очень просты, но позволяют глубоко описать устройство мира.

2 Модель Солоу

В этой главе будет описана модель экономического роста, предложенная Робертом Солоу¹. Эта модель способна объяснить, почему одни страны процветают, а другие становятся все беднее.

Предположим, что мир состоит из стран, в которых потребляется только один товар (выпуск). Из этого следует, что в мире не существует международной торговли. В модели рассматривается закрытая экономика². Вторая предпосылка этой модели заключается в том, что технологии не зависят от производителей.

2.1 Базовая модель Солоу

Модель основывается на двух функциях:

- Производственная функция.
- Уравнение, описывающее процесс накопления капитала.

Производственная функция описывает использование ресурсов для производства выпуска³. Разделим все ресурсы на:

- Труд.
- Капитал.

Введем специальные обозначения. Предполагается, что производственная

Таблица 2.1 — Специальные обозначения для производственной функции

Описание	Обозначение
Капитал	K
Труд	L
Выпуск	Y

функция является функцией Кобба-Дугласа:

$$Y = F(K, L) = K^\alpha L^{1-\alpha}, \quad (2.1)$$

¹Роберт Мертон Солоу (англ. Robert Merton Solow; род. 23 августа 1924, Бруклин, Нью-Йорк) — американский экономист, лауреат Нобелевской премии 1987 года «за фундаментальные исследования в области теории экономического роста»[1].

²Отсутствие международных сделок.

³Выпуск состоит не только из физических единиц.

где α — некий коэффициент в интервале от 0 до 1.

Работодатель платят рабочим заработную плату w за каждую единицу труда и платят r за аренду единицы капитала. Пусть цена единицы выпуска равна 1, тогда получим задачу, которая максимизирует прибыль фирме:

$$\max_{K,L} F(K,L) - rK - wL. \quad (2.2)$$

Фирмы будут нанимать работников, пока продукт труда не станет равным заработной плате.

$$w = \frac{\partial F}{\partial L} = (1 - \alpha) \frac{Y}{L}.$$

И арендовать капитал, пока продукт капитала не станет равным его арендной цене.

$$r = \frac{\partial F}{\partial K} = \alpha \frac{Y}{K}.$$

$wL + rK = Y$, следовательно платежи за ресурсы соответствуют объему произведенного выпуска, а значит отсутствует прибыль.

Перепишем производственную функцию 2.1 как функцию выпуска в расчете на одного работника, зависящую от капитала на одного работника.

$$y = \frac{Y}{L},$$
$$k = \frac{K}{L}.$$

Получим производственную функцию в новом виде:

$$y = k^\alpha. \quad (2.3)$$

Второе ключевое уравнение модели Солоу описывает процесс накопления капитала:

$$\dot{K} = sY - \delta K. \quad (2.4)$$

Величина в левой части уравнения 2.4 представляет собой аналог дискретной величины $K_{i-1} - K_i$. Это изменение запаса капитала за период. Второй член выражения обозначает совокупные инвестиции. Экономика закрытая, поэтому сбережения равны инвестициям. Третий член уравнения отображает амортизацию капитала в процессе производства. Часто

предполагается, что $\delta = 0,05$. Это означает, что 5 процентов машин и сооружений выбывает из процесса производства каждый период.

Рассмотрим темп прироста численности труда $\frac{\dot{K}}{K}$. Предположим, что уровень участия в рабочей силе постоянен, а темп прироста численности населения обозначается с помощью параметра n . Таким образом, темп прироста численности занятых равен n . Если $n = 0,01$, это обозначает, что тем прироста численности занятых увеличивается на 1 процент.

Для того, чтобы показать каким образом во времени меняется выпуск в расчете на одного работника, возьмем логарифм, а затем производные по времени для уравнения 2.4.

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{sY}{K} - n - \delta = \frac{sy}{k} - n - \delta.$$

Это уравнение позволяет получить уравнение, показывающее изменение во времени капиталовооруженности труда:

$$\dot{k} = sy - (n + \delta)k.$$

3 Идентификация параметров

Для построения математической модели воспользуемся макроэкономическими показателями статистического агентства ООН [2]. Так как модели у нас рассматривают закрытую экономику, то нас интересуют данные в национальной валюте Республики Сербия (RSD).

Существует два вида цен:

— **Текущие.** Цены на какую-либо конкретную дату, например на 1 апреля, либо средние за год цены.

— **Постоянные.** Цены определенного периода, принимаемые за основу расчета макроэкономических показателей. Эти цены не учитывают уровень инфляции. На момент написания работы этот период — 2015 год.

Если периоды текущих и постоянных цен совпадают, то и цены тоже соответственно совпадают.

Введем специальные обозначения, которые представлены в таблице 3.1. Все переменные с нижним индексом *stat* обозначают статистические

Таблица 3.1 — Специальные обозначения для параметров

Параметр	Описание
t	Значение, получаемое при вычитании 2010 из текущего года
Y	ВВП
I	импорт
J	размер инвестиций
C	общие расходы на потребление
E	экспорт

данные. В противном случае, это параметры модели. Переменные с нижним индексом *const* обозначают постоянные цены. В противном случае текущие.

Таблицы найденных статистических данных для Республики Сербия представлены в приложении А. Все найденные показатели представлены в текущих и постоянных ценах. Все данные представлены с 1993 года, так как это был переломный момент в истории страны.

Первым делом посчитаем индексы цен, определим поведение цен в среднем. Индекс цен представляет собой соотношение макроэкономи-

ческих показателей данного периода в текущих и постоянных ценах. Для этого воспользуемся формулой:

$$P(X(t)) = \frac{X(t)}{X_{const}(t)} \quad (3.1)$$

где $X(t)$ это макроэкономический показатель.

На Рис. 3.1 видна динамика поведения цен.

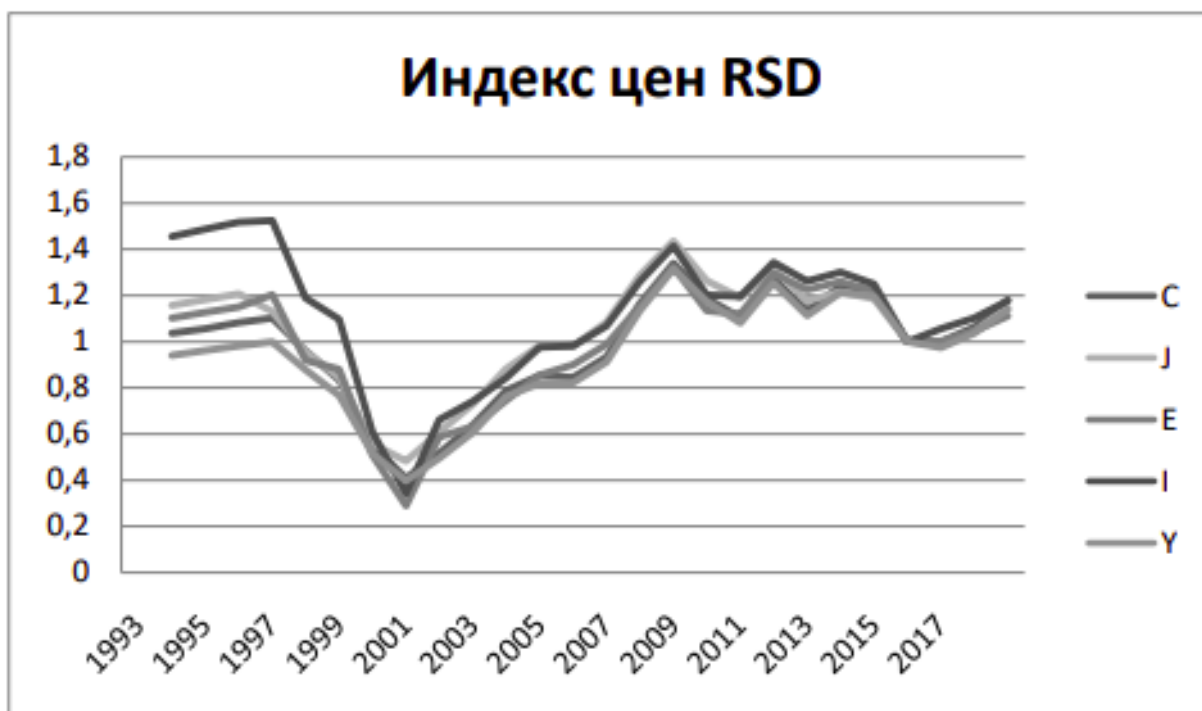


Рисунок 3.1 — Индекс цен RSD 1993 – 2018

4 Модели Республики Сербия

Здесь будет описание построенных моделей для Сербии.

5 Анализ развития экономики в Республике Сербия

Многие рейтинговые агентства регулярно пишут отчеты, строят стратегии экономического роста и т. д.

5.1 Текущая экономическая ситуация в Республике Сербия

Рост в Республике Сербия в 2019 году несколько снизился по сравнению с 2018 годом, но оставался устойчивым на уровне 4,2 процента, что обусловлено увеличением государственных инвестиций наряду с высокими показателями ПИИ.

Потребление оставалось на высоком уровне. Вклад чистого экспорта в рост был отрицательным, поскольку экспорт рос не так быстро, как в прошлых годах. Если посмотреть на отраслевой состав, то в 2019 году промышленность увеличилась всего на 0,3 процента, а объем производства в сельском хозяйстве в целом остался таким же, как в 2018 году. Однако, наряду со строительным сектором, услуги внесли значительный вклад в рост ВВП.

Уровень активности и уровень занятости среди населения в возрасте 15 лет и старше в четвертом квартале 2019 года продолжали расти. Уровень безработицы снизился до 9,7 процента в последнем квартале 2019 года.

Благодаря этим тенденциям уровень бедности¹ снизился с 25,8 процента в 2015 году до примерно 18,9 процента в 2019 году.

К концу 2019 года государственный долг Сербии сократился до 52,9 процента ВВП. Инфляция была низкой и стабильной.

Приток ПИИ оставался высоким в 2019 году. Общий объем кредитов вырос на 8,5 процента, в то время как просроченные кредиты сократились до 4,1 процента в декабре 2019 года.

5.2 Стратегия развития Всемирного банка

Согласно отчетам Всемирного банка экономика Сербии может расти быстрее, чем в настоящее время (3 – 4 процента в год). В отчете [3] и

¹ Доход ниже 5,5 долларов США в день — стандартизированная черта бедности в странах со средним уровнем дохода.

связанных с ним документах [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11] изложена стратегия, которая может помочь экономике страны расти быстрее. Всемирный банк считает, что текущие темпы роста недостаточно быстро приближают страну к среднему уровню жизни в Европейском Союзе. Опираясь на новую стратегию Сербия может расти в среднем на 7 процентов в год, удваивив свои доходы за 10 лет.

В стратегии намечены семь ключевых шагов, которые могли бы привести экономику страны к указанным темпам роста. В частности:

— **Увеличение инвестиций.** Увеличение государственных и частных инвестиций поддержит стабильность высоких темпов роста.

— **Финансирование для растущих фирм.** Увеличение кредита частному сектору до уровня, близкого к европейским стандартам, расширит финансирование для малых и средних предприятий.

— **Квалифицированные рабочие.** Поскольку более двух третей фирм не могут найти работников для расширения, повышение качества образования может увеличить темпы роста ВВП.

— **Повышение производительности.** Повышение производительности труда позволит увеличить производство с добавленной стоимостью, увеличить количество рабочих мест и повысить заработную плату.

— **Содействие экспорту.** Сербские экспортеры в среднем в два раза продуктивнее других фирм. Улучшение инфраструктуры и устранение таможенных ограничений будут способствовать увеличению экспорта.

— **Улучшение правоприменения.** Усовершенствованная нормативно-правовая база, предсказуемость и прозрачность административных процедур могли бы сократить расходы для бизнеса.

— **Развязывание конкуренции.** Сокращение государственного присутствия в экономике уменьшит барьеры для конкуренции.

5.3 Экономический прогноз

Вспышка пандемии COVID-19¹ и связанные с ее распространением ограничительные меры наносят тяжелый урон как мировой экономике, так

¹COVID-19 (аббревиатура от англ. COronaVIrus Disease 2019), ранее коронавирусная инфекция 2019-nCoV — потенциально тяжёлая острая респираторная инфекция, вызываемая коронавирусом [12].

и экономике Республики Сербия. Таким образом, экономический рост в стране может оказаться более низким, чем ожидалось ранее. Снижение туристической и транспортной активности, сокращение денежных переводов, замедление экспорта и уменьшение ПИИ и инвестиций в целом могут привести экономику страны к рецессии в 2020 году. Сербские власти принимают всесторонние меры для смягчения негативных последствий пандемии.

В среднесрочной перспективе (2021 – 2023) рост может вернуться к прежней траектории. Этот прогноз в решающей степени зависит от международных событий, темпов структурных реформ и политических событий.

Ожидается, что текущие события приведут к небольшому росту уровня бедности в 2020 году. Помимо непосредственного воздействия на здоровье граждан, ожидаемое снижение инвестиций, сокращение спроса на сербский экспорт и ограничения мобильности нарушат ситуацию с рабочими местами и доходами. Кризис, в первую очередь, затронет наиболее мелкие, уязвимые домохозяйства. Глубина кризиса, прежде всего, будет зависеть от длительности пандемии COVID-19. Текущий прогноз предполагает, что меры по сдерживанию могут быть постепенно отменены к концу второго квартала 2020 года.

Республика Сербия может сохранить свою с трудом завоеванную макроэкономическую стабильность и вывести свои экономические преобразования на новый уровень.

Заключение

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Википедия*. Robert Solow. — 2020. https://en.wikipedia.org/wiki/Robert_Solow.
2. Статистическое агентство ООН. <https://unstats.un.org/home/>.
3. Serbia's New Growth Agenda / Ekaterina Vostroknutova, Trang Van Nguyen, Lazar Sestovic, Dusko Vasiljevic // *Serbia's New Growth Agenda*. — 2019. <http://pubdocs.worldbank.org/en/782101580729358303/Serbia-CEM-Synthesis-web.pdf>.
4. *Sestovic, Lazar*. Investment for Growth / Lazar Sestovic, Enrique Blanco Armas // *Serbia's New Growth Agenda*. — 2019. <http://pubdocs.worldbank.org/en/168251577293556733/SRB-CEM-Investment-for-Growth-wq.pdf>.
5. Financing for Growth / Gunhild Berg, Ekaterina Vostroknutova, Trang Van Nguyen, Lazar Sestovic // *Serbia's New Growth Agenda*. — 2019. <http://pubdocs.worldbank.org/en/358601577293558709/SRB-CEM-Financing-for-Growth-wq.pdf>.
6. Boosting Productivity for Faster Growth / Elwyn Davies, Boris Majstorovic, Ekaterina Vostroknutova et al. // *Serbia's New Growth Agenda*. — 2019. <http://pubdocs.worldbank.org/en/822851576650043739/Serbia-CEM-Productivity-Note-17-12-sm.pdf>.
7. *Brussevich, Mariya*. Encouraging FDI Spillovers / Mariya Brussevich, Shawn W. Tan // *Serbia's New Growth Agenda*. — 2019. <http://pubdocs.worldbank.org/en/771651576649384571/SRB-CEM-FDI-spillovers.pdf>.
8. *Nguyen, Trang*. Labor Market for Growth / Trang Nguyen, Gonzalo Reyes, Ekaterina Vostroknutova // *Serbia's New Growth Agenda*. — 2019. <http://pubdocs.worldbank.org/en/501621577293868352/SRB-CEM-Labor-Market-for-Growth-wq.pdf>.
9. *Markets, WBG*. Removing Regulatory Barriers to Competition / WBG Markets, Competition Policy Team // *Serbia's New Growth Agenda*. — 2019. <http://pubdocs.worldbank.org/en/535691577293870277/SRB-CEM-Removing-Regulatory-Barriers-to-Competition-wq.pdf>.

10. Reforming State Aid for Growth / Dusko Vasiljevic, Marc Schiffbauer, Shawn Tan, Bojan Shimbov // *Serbia's New Growth Agenda*. — 2019. <http://pubdocs.worldbank.org/en/525621576650023118/SRB-CEM-State-Aid-sm.pdf>.
11. Building a Skilled Workforce // *Serbia's New Growth Agenda*. — 2019. <http://pubdocs.worldbank.org/en/260201580323446491/SRB-CEM-Building-a-Skilled-Workforce.pdf>.
12. *Википедия*. COVID-19. — 2020. <https://ru.wikipedia.org/wiki/COVID-19>.

Приложение А Таблицы макроэкономических дан- НЫХ

В данном приложении приведены таблицы статистических макроэкономических показателей для Республики Сербия. Во всех таблицах значения приведены в миллиардах и округлены до двух знаков после запятой.

Таблица А.1 — Макроэкономические показатели в текущих ценах RSD (млрд.).

Год	Потребление	Инвестиции	Экспорт	Импорт	ВВП
В текущих ценах — Миллиарды сербских динаров					
1993	28,56	3,57	3,68	6,75	30,60
1994	30,42	3,93	4,18	7,77	32,33
1995	54,91	6,74	4,81	8,96	59,30
1996	105,02	12,93	16,89	30,45	112,50
1997	137,59	19,36	22,36	42,67	142,77
1998	176,66	25,56	38,81	55,70	183,41
1999	208,37	28,66	25,19	39,47	214,68
2000	387,99	58,09	40,71	59,15	413,12
2001	788,84	105,80	184,23	309,82	820,84
2002	1005,78	168,01	214,28	401,93	1037,90
2003	1165,20	223,16	267,98	482,58	1220,16
2004	1401,40	298,45	351,53	734,92	1451,45
2005	1667,79	351,93	475,34	825,58	1751,37
2006	1958,49	457,76	622,03	1039,92	2055,20
2007	2241,71	595,03	667,99	1240,26	2355,07
2008	2598,91	684,66	799,24	1486,07	2744,91
2009	2778,75	566,16	773,20	1231,07	2880,06
2010	2960,46	570,06	1010,11	1469,85	3067,21
2011	3247,22	626,67	1157,76	1682,43	3407,56
2012	3428,60	758,70	1323,60	1921,03	3584,24
2013	3607,34	668,36	1597,09	2012,21	3876,40
2014	3648,67	652,01	1695,33	2119,29	3908,47

Продолжение на след. стр.

Продолжение таблицы А.1

2015	3675,54	715,47	1887,24	2281,58	4043,47
2016	3929,03	766,31	2198,03	2415,48	4521,26
2017	4136,27	843,70	2402,90	2716,27	4754,37
2018	4351,18	1016,51	2573,60	3005,31	5068,59

Таблица А.2 — Макроэкономические показатели в постоянных ценах 2015 года RSD (млрд.).

Год	Потребление	Инвестиции	Экспорт	Импорт	ВВП
В постоянных ценах 2015 года — Миллиарды сербских динаров					
1993	1892,79	212,00	228,87	318,26	2231,47
1994	1960,79	226,33	252,62	355,45	2289,37
1995	2031,07	223,96	167,44	236,29	2419,57
1996	2097,59	251,88	309,11	439,65	2478,27
1997	2340,53	330,71	397,48	586,20	2656,33
1998	2404,54	343,93	501,14	576,47	2720,90
1999	2166,71	296,06	283,97	372,56	2390,40
2000	2351,13	297,88	348,16	427,30	2575,87
2001	2485,58	282,70	509,58	761,36	2704,48
2002	2660,40	389,77	572,99	916,52	2896,93
2003	2793,46	478,08	678,92	1081,69	3024,83
2004	3059,59	566,33	766,68	1404,04	3298,48
2005	3217,99	585,90	862,51	1373,28	3481,23
2006	3398,99	684,13	1020,72	1578,33	3651,97
2007	3585,92	860,96	1077,67	1831,95	3867,02
2008	3788,02	931,73	1178,84	2052,17	4074,55
2009	3769,47	721,67	1097,69	1649,35	3947,59
2010	3753,45	670,34	1262,47	1721,23	3970,66
2011	3788,63	705,27	1325,63	1856,82	4026,31
2012	3741,50	798,67	1336,24	1881,94	3985,43
2013	3716,74	702,74	1620,51	1976,92	4087,92

Продолжение на след. стр.

Продолжение таблицы А.2

2014	3672,62	677,50	1712,50	2087,11	4013,05
2015	3675,54	715,47	1887,24	2281,58	4043,47
2016	3848,71	761,74	2146,99	2237,82	4541,58
2017	3932,67	817,67	2322,76	2486,88	4634,65
2018	4004,21	963,48	2515,65	2775,49	4838,21