

# Redes Neurais e Aprendizagem Profunda

## APRENDIZADO DE MÁQUINA FUNÇÃO DE PREDIÇÃO

---

Zenilton K. G. Patrocínio Jr

[zenilton@pucminas.br](mailto:zenilton@pucminas.br)

# Função de Predição

Pode-se simplificar a tarefa de modelagem por meio de uma suposição “forte” sobre o modelo  $\hat{P}(X, Y)$  de que  $y = f(x)$ , isto é,  $y$  **assume um único valor** para um dado  $x$

## Exemplos:

- Regressão Linear:  $y = f(x)$  em que  $f$  é uma função linear e  $y$  é um valor real,  $y \in \mathbb{R}$
- Classificador (SVM, Floresta Randômica, etc.):  $y = f(x)$  representa a classe predita de  $x$  e  $y$  é o número/rótulo da classe,  $y \in \{1, \dots, k\}$

# Abordagem Paramétrica



$$f(\mathbf{x}, \mathbf{W}) \longrightarrow$$

**10** números,  
indicando “scores”  
de cada classe

**[32x32x3]**  
vetor de números  
(3072 no total)

# Abordagem Paramétrica



[32x32x3]  
vetor de números  
(3072 no total)

imagem

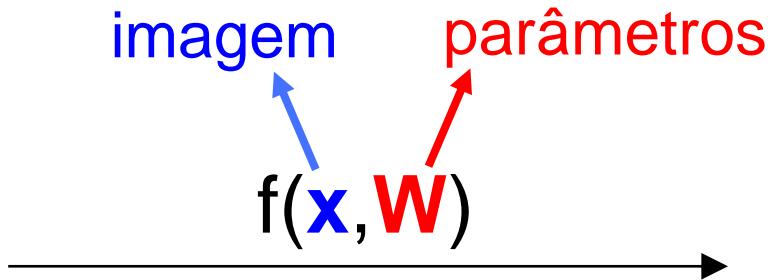
$$f(\mathbf{x}, \mathbf{W})$$

10 números,  
indicando “scores”  
de cada classe

# Abordagem Paramétrica



[32x32x3]  
vetor de números  
(3072 no total)



10 números,  
indicando “scores”  
de cada classe

# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear

$$f(x, W) = Wx$$

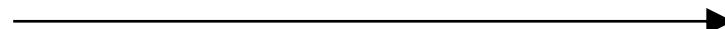


**[32x32x3]**  
vetor de números  
(3072 no total)

**10** números,  
indicando “scores”  
de cada classe

# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear

$$f(x, W) = W \boxed{x} \quad \text{3072x1}$$



10 números,  
indicando “scores”  
de cada classe

[32x32x3]  
vetor de números  
(3072 no total)

# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear



$$f(x, W) = Wx \quad \text{3072x1}$$

**10x1**

**[32x32x3]**  
vetor de números  
(3072 no total)



**10** números,  
indicando “scores”  
de cada classe

# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear



$$f(x, W) = \boxed{W} \boxed{x}$$

**10x1**      **10x3072**

**[32x32x3]**  
vetor de números  
(3072 no total)

10 números,  
indicando “scores”  
de cada classe

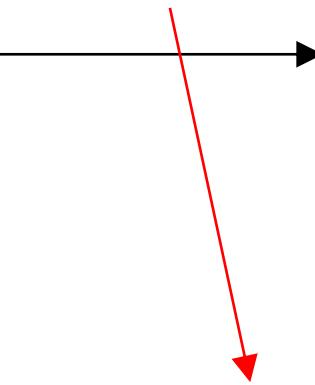
# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear



**[32x32x3]**  
vetor de números  
(3072 no total)

$$f(x, W) = \boxed{W} \boxed{x} \quad \textcolor{blue}{3072 \times 1}$$

**10x1**      **10x3072**



**10** números,  
indicando “scores”  
de cada classe

parâmetros ou “pesos”

# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear



**[32x32x3]**  
vetor de números  
(3072 no total)

$$f(x, W) = \boxed{W} \boxed{x} \quad \textcolor{blue}{3072 \times 1}$$

**10x1**                    **10x3072**

10 números,  
indicando “scores”  
de cada classe

parâmetros ou “pesos”

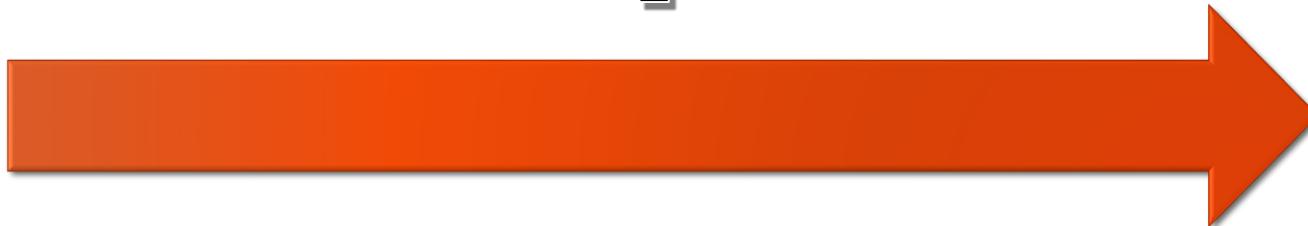
# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear

Exemplo com 4 pixels de uma imagem e 3 classes (**gato** / cão / navio)



Imagen de  
entrada

?



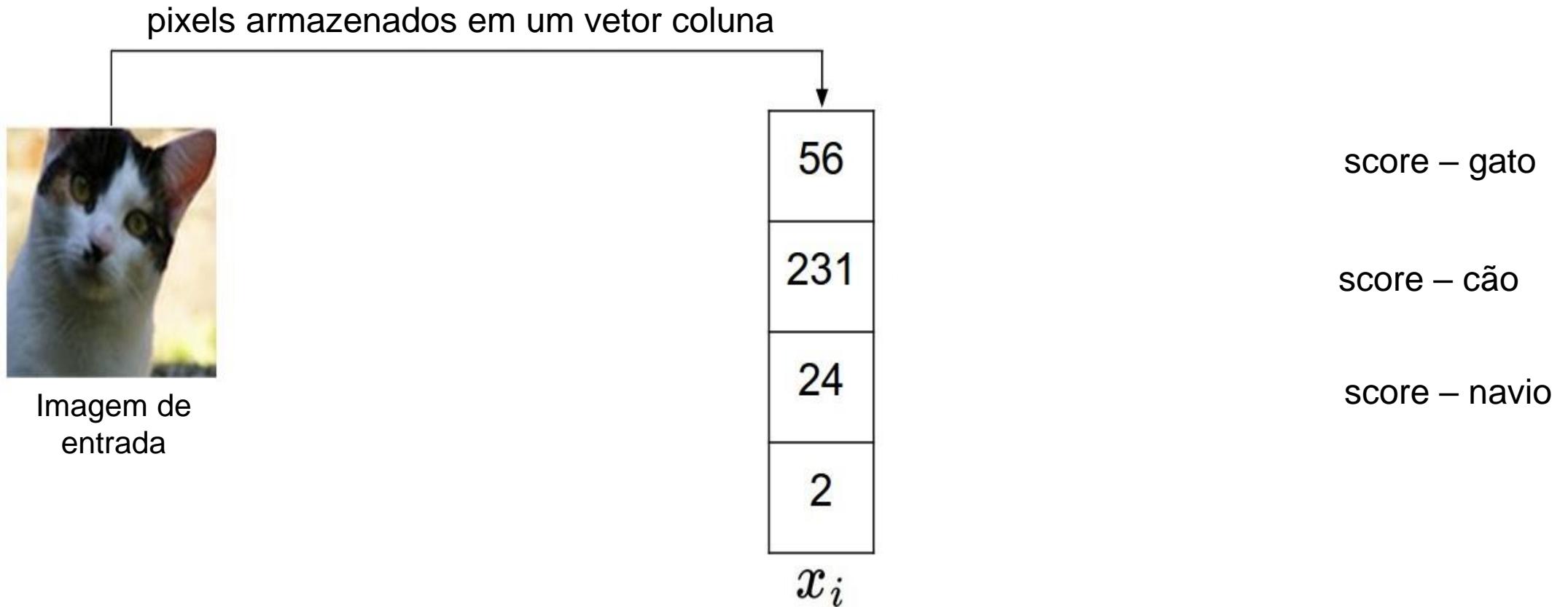
score – gato

score – cão

score – navio

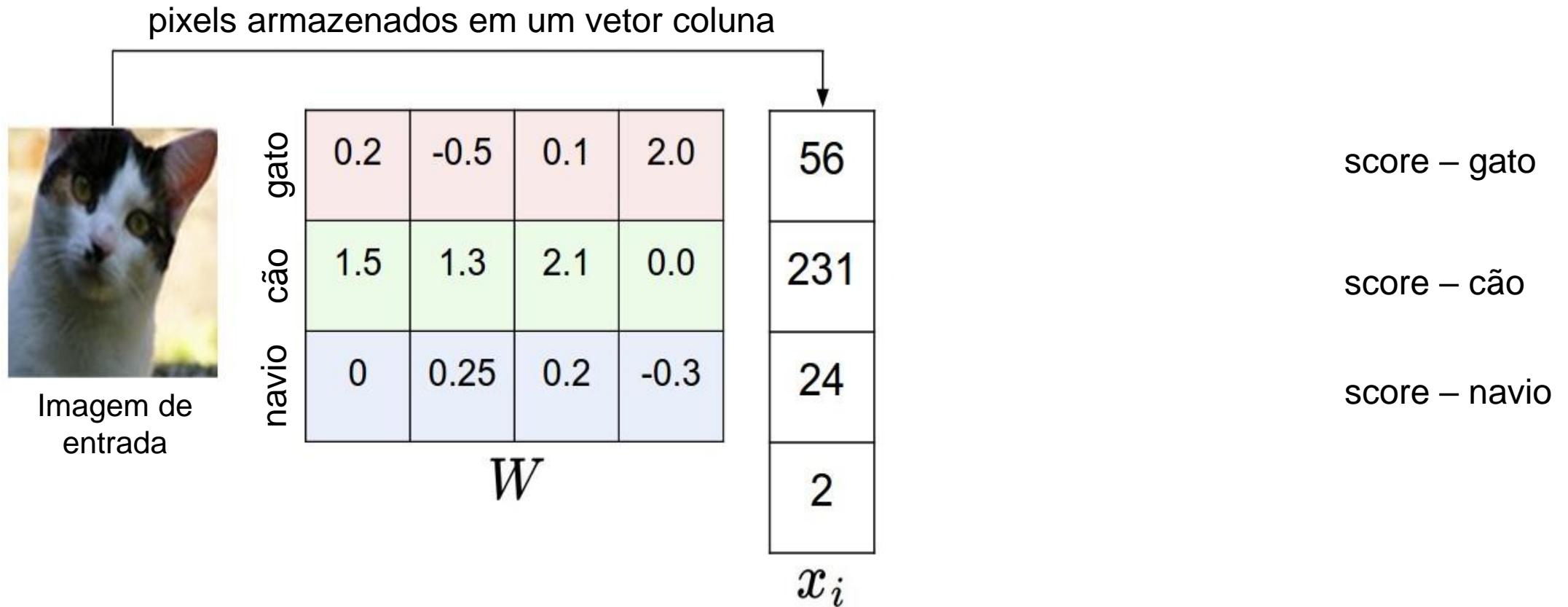
# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear

Exemplo com 4 pixels de uma imagem e 3 classes (**gato** / cão / navio)



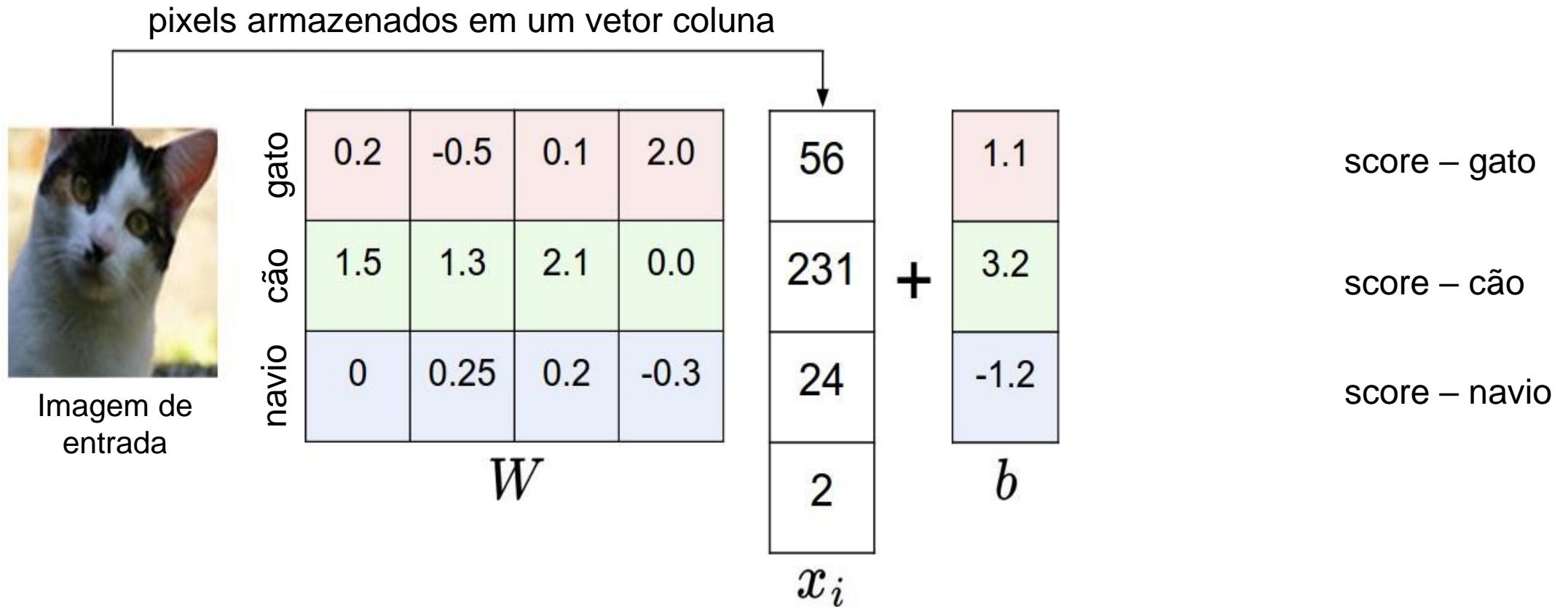
# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear

Exemplo com 4 pixels de uma imagem e 3 classes (**gato** / **cão** / **navio**)



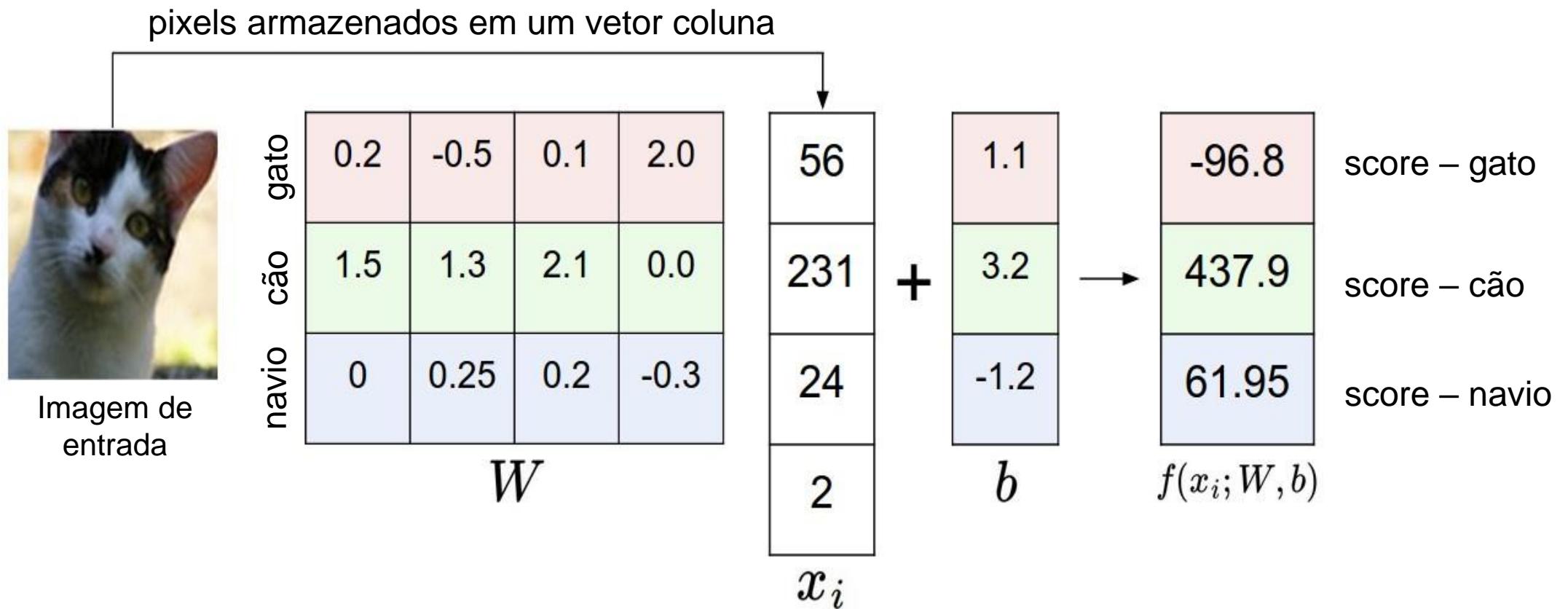
# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear

Exemplo com 4 pixels de uma imagem e 3 classes (**gato** / **cão** / **navio**)



# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear

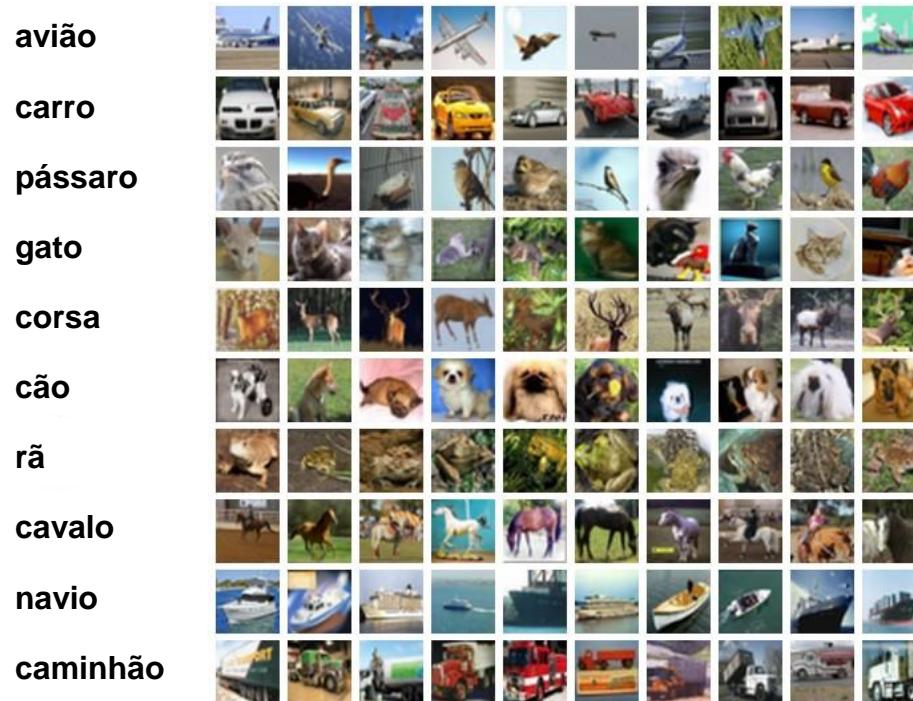
Exemplo com 4 pixels de uma imagem e 3 classes (**gato** / **cão** / **navio**)



# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear

Interpretando um classificador linear

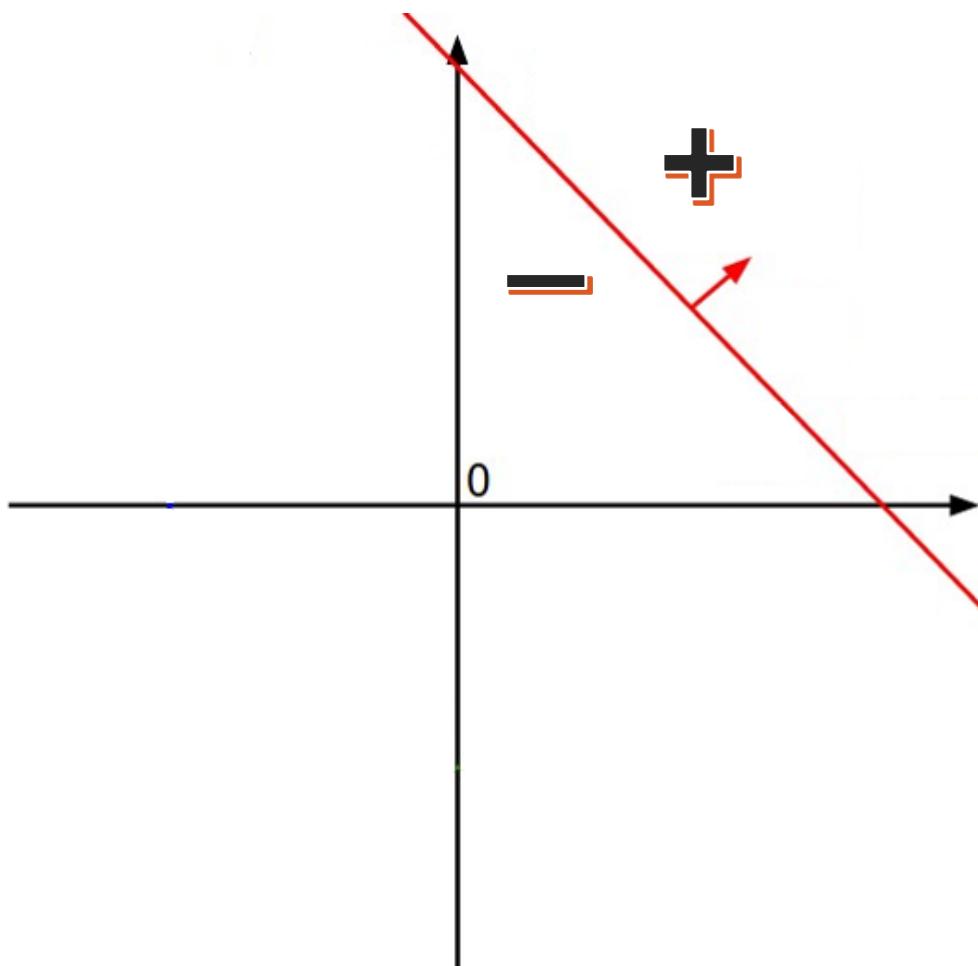
$$f(x_i, W, b) = Wx_i + b$$



# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear

Interpretando um classificador linear

$$f(x_i, W, b) = \boxed{Wx_i + b}$$



Uma linha da matriz de pesos corresponde a equação de hiperplano (fronteira linear)

Assim, o espaço é dividido em duas regiões: uma para a classificação positiva e outra a negativa

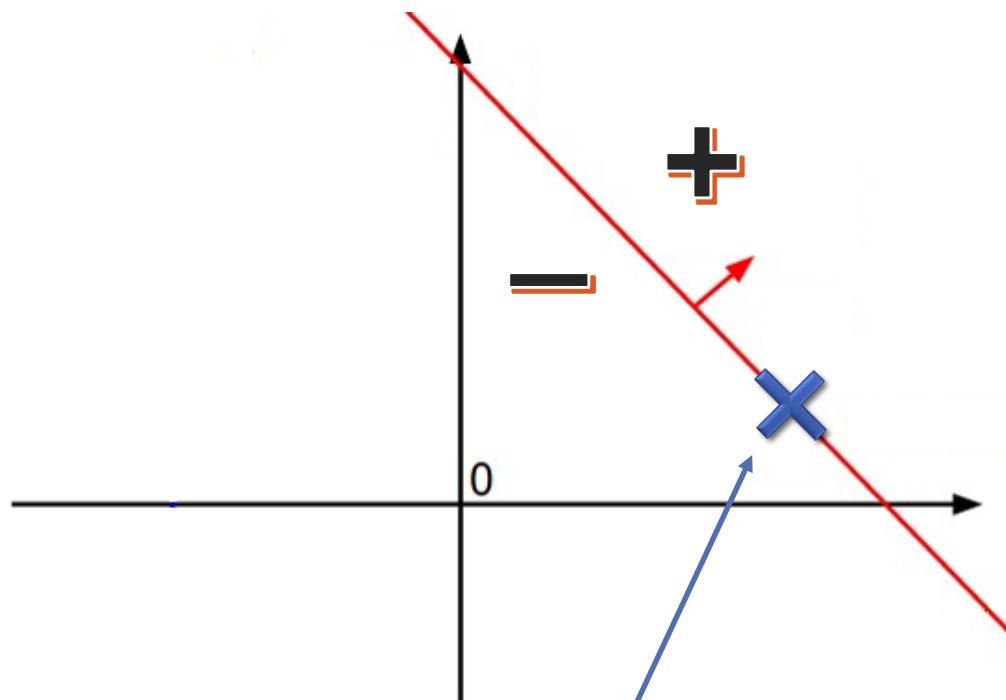
# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear

Interpretando um classificador linear

$$f(x_i, W, b) = \boxed{Wx_i + b}$$



Uma linha da matriz de pesos corresponde a equação de hiperplano (fronteira linear)



Assim, o espaço é dividido em duas regiões: uma para a classificação positiva e outra a negativa

Se  $f(x_i, W, b) = 0$  →  $x_i$  está sobre o hiperplano

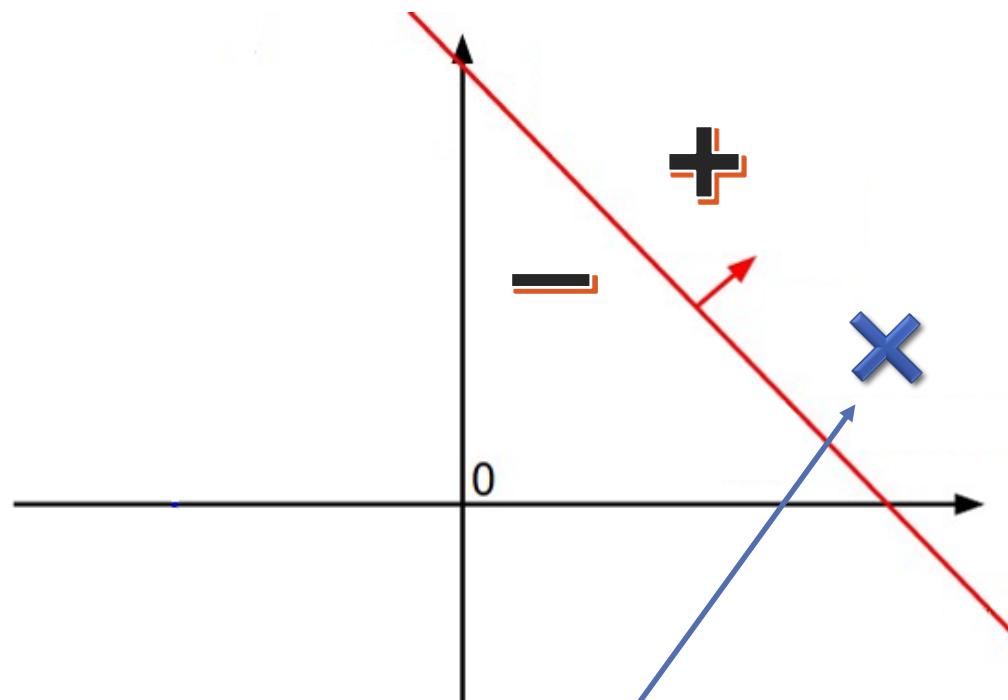
# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear

Interpretando um classificador linear

$$f(x_i, W, b) = \boxed{Wx_i + b}$$



Uma linha da matriz de pesos corresponde a equação de hiperplano (fronteira linear)



Assim, o espaço é dividido em duas regiões: uma para a classificação positiva e outra a negativa

Se  $f(x_i, W, b) > 0$  →  $x_i$  está na região positiva

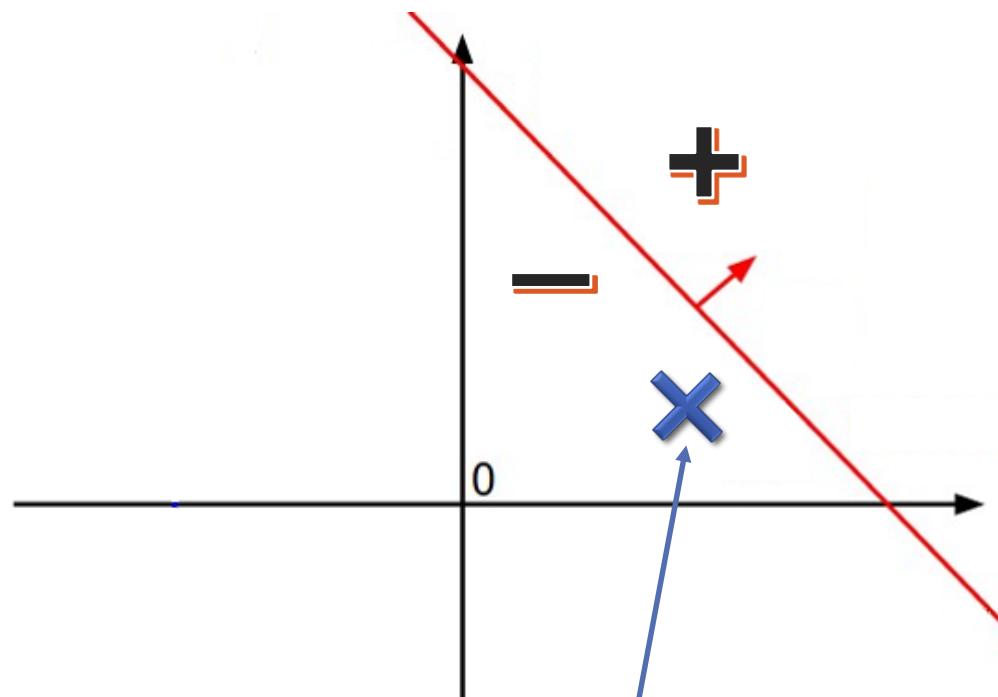
# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear

Interpretando um classificador linear

$$f(x_i, W, b) = \boxed{Wx_i + b}$$



Uma linha da matriz de pesos corresponde a equação de hiperplano (fronteira linear)



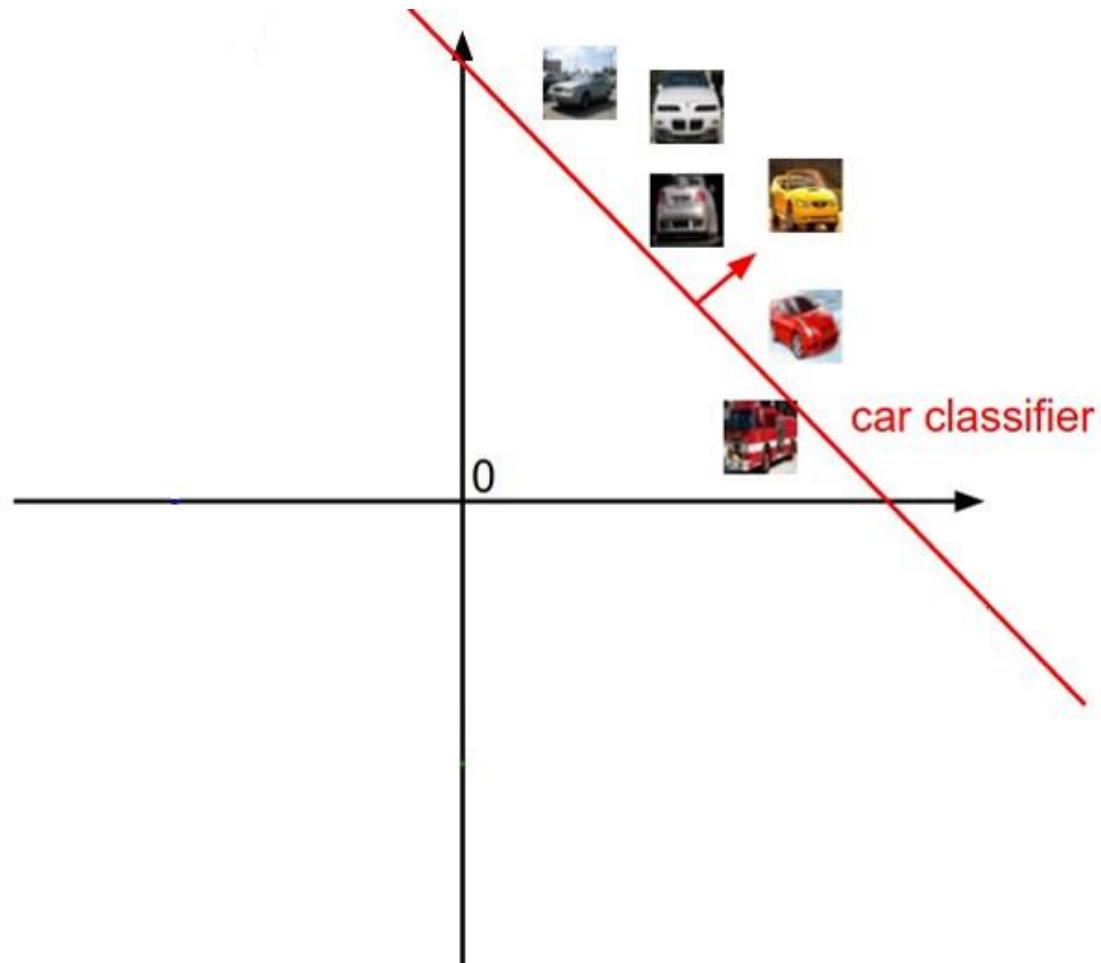
Assim, o espaço é dividido em duas regiões: uma para a classificação positiva e outra a negativa

Se  $f(x_i, W, b) < 0$  →  $x_i$  está na região negativa

# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear

Interpretando um classificador linear

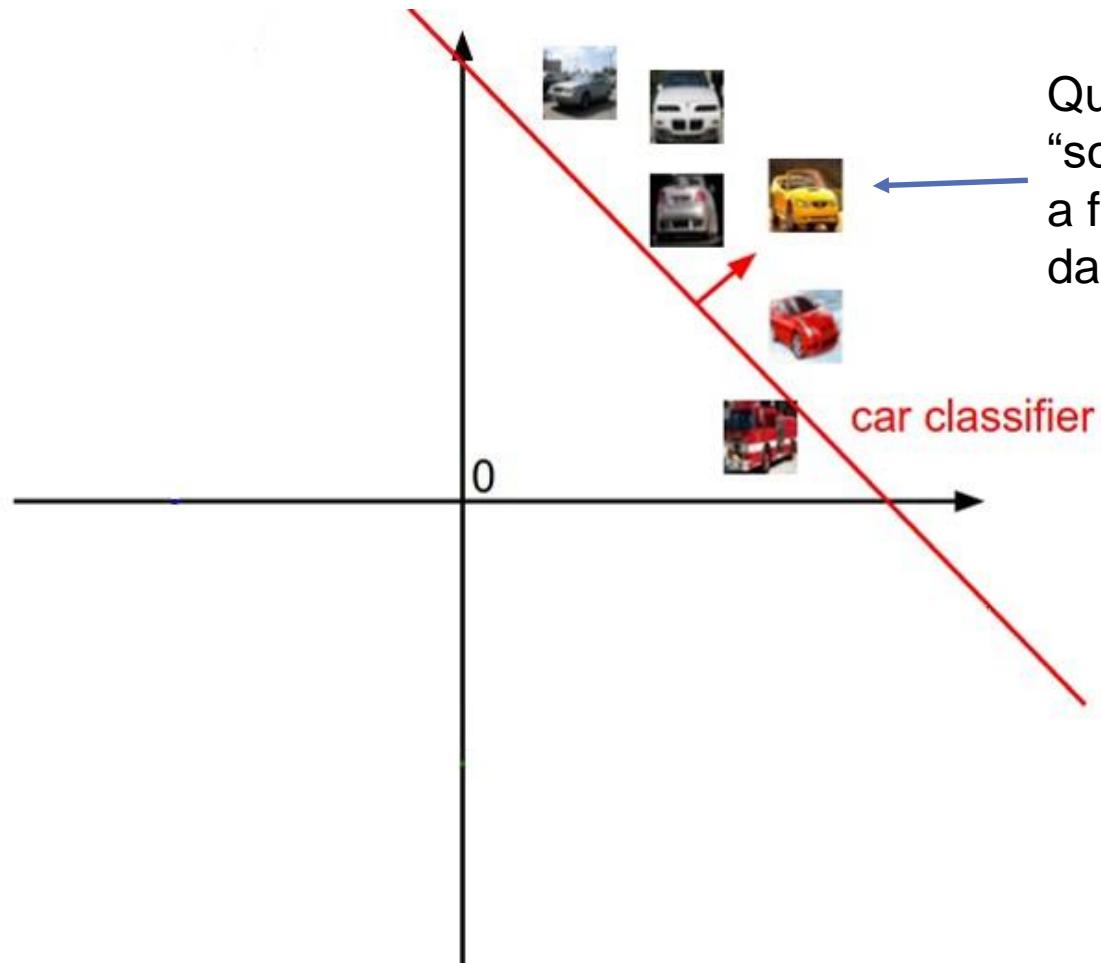
$$f(x_i, W, b) = Wx_i + b$$



# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear

Interpretando um classificador linear

$$f(x_i, W, b) = Wx_i + b$$



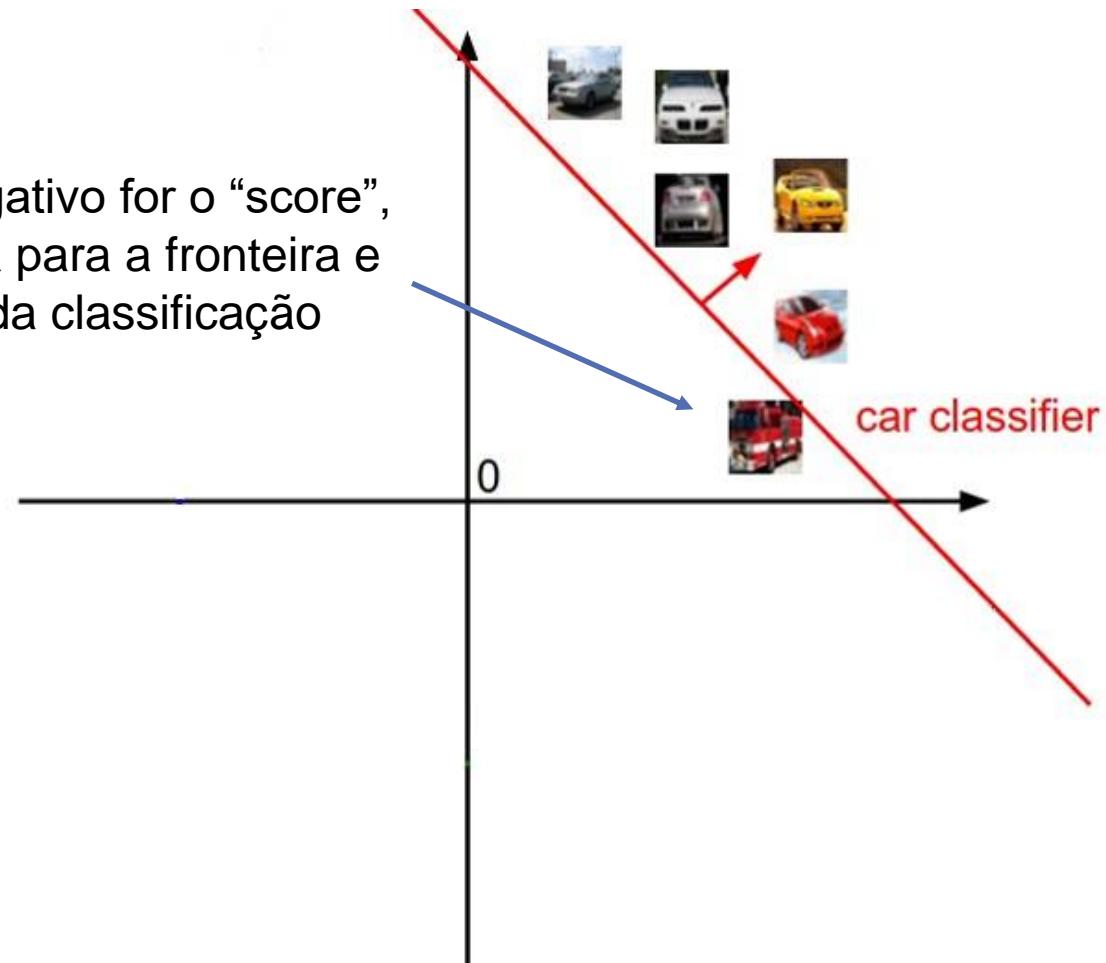
Quanto mais positivo for o “score”, maior a distância para a fronteira e maior a certeza da classificação positiva

# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear

Interpretando um classificador linear

$$f(x_i, W, b) = Wx_i + b$$

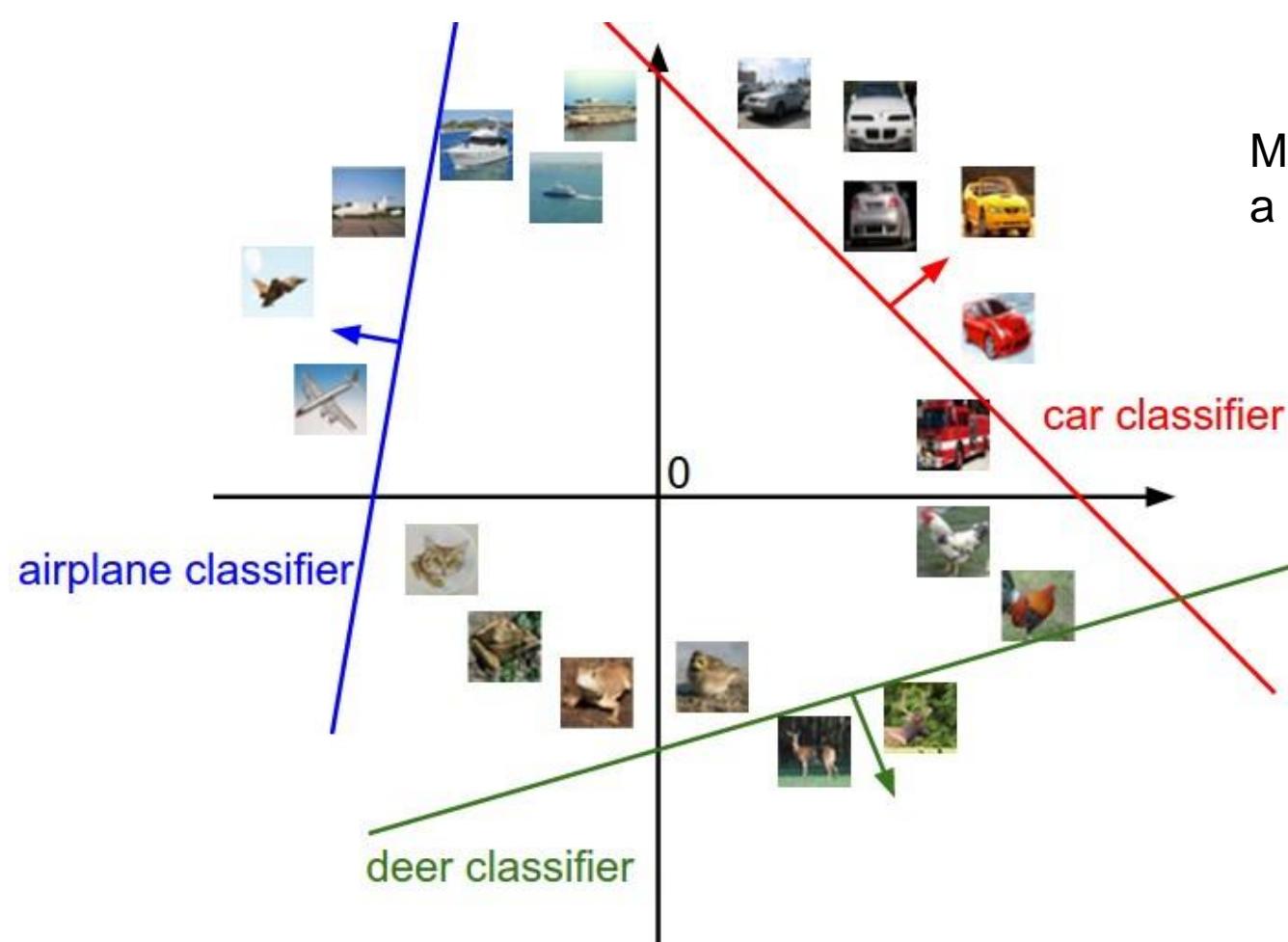
Quanto mais negativo for o “score”,  
maior a distância para a fronteira e  
maior a certeza da classificação  
negativa



# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear

Interpretando um classificador linear

$$f(x_i, W, b) = \boxed{Wx_i + b}$$



Matriz de pesos corresponde  
a várias fronteiras lineares

# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear

Exemplo de “scores” de classe para 3 imagens com uma matriz W aleatória



$$f(x_i, W, b) = Wx_i + b$$

avião	-3,45	-0,51	3,42
carro	-8,87	<b>6,04</b>	4,64
pássaro	0,09	5,31	2,65
gato	<b>2,9</b>	-4,22	5,1
corsa	4,48	-4,19	2,64
cão	8,02	3,58	5,55
rã	3,78	4,49	<b>-4,34</b>
cavalo	1,06	-4,37	-1,5
navio	-0,36	-2,09	-4,79
caminhão	-0,72	-2,93	6,14

# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear

Exemplo de “scores” de classe para 3 imagens com uma matriz W aleatória



$$f(x_i, W, b) = Wx_i + b$$

avião	-3,45	-0,51	3,42
carro	-8,87	<b>6,04</b>	4,64
pássaro	0,09	5,31	2,65
gato	<b>2,9</b>	-4,22	5,1
corsa	4,48	-4,19	2,64
cão	<b>8,02</b>	3,58	5,55
rã	3,78	4,49	<b>-4,34</b>
cavalo	1,06	-4,37	-1,5
navio	-0,36	-2,09	-4,79
caminhão	-0,72	-2,93	<b>6,14</b>

# Abordagem Paramétrica: Classificador Linear

Exemplo de “scores” de classe para 3 imagens com uma matriz W aleatória



$$f(x_i, W, b) = Wx_i + b$$

avião	-3,45	-0,51	3,42
carro	-8,87	<b>6,04</b>	4,64
pássaro	0,09	5,31	2,65
gato	<b>2,9</b>	-4,22	5,1
corsa	4,48	-4,19	2,64
cão	<b>8,02</b>	3,58	5,55
rã	3,78	4,49	<b>-4,34</b>
cavalo	1,06	-4,37	-1,5
navio	-0,36	-2,09	-4,79
caminhão	-0,72	-2,93	<b>6,14</b>



Deve-se encontrar com o treinamento um conjunto de parâmetros ou pesos que consiga obter os melhores resultados de predição