

# Redes Neurais e Aprendizagem Profunda

## REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

### MÉTODO DO GRADIENTE

---

Zenilton K. G. Patrocínio Jr  
[zenilton@pucminas.br](mailto:zenilton@pucminas.br)

# Gradiente da Função de Perda

O gradiente  $\nabla_W L(W)$  representa o vetor de derivadas parciais

$$\nabla_W L(W) = \left[ \frac{\partial L}{\partial W_{11}}, \frac{\partial L}{\partial W_{12}}, \dots, \frac{\partial L}{\partial W_{21}}, \frac{\partial L}{\partial W_{22}}, \dots \right]^T$$

# Gradiente da Função de Perda

O gradiente  $\nabla_W L(W)$  representa o vetor de derivadas parciais

$$\nabla_W L(W) = \left[ \frac{\partial L}{\partial W_{11}}, \frac{\partial L}{\partial W_{12}}, \dots, \frac{\partial L}{\partial W_{21}}, \frac{\partial L}{\partial W_{22}}, \dots \right]^T$$

em que, por exemplo,  $\frac{\partial L}{\partial W_{11}}$  mede o quão rápido varia a perda  $L$  em relação a uma variação do coeficiente  $W_{11}$  da matriz  $W$

# Gradiente da Função de Perda

O gradiente  $\nabla_W L(W)$  representa o vetor de derivadas parciais

$$\nabla_W L(W) = \left[ \frac{\partial L}{\partial W_{11}}, \frac{\partial L}{\partial W_{12}}, \dots, \frac{\partial L}{\partial W_{21}}, \frac{\partial L}{\partial W_{22}}, \dots \right]^T$$

em que, por exemplo,  $\frac{\partial L}{\partial W_{11}}$  mede o quão rápido varia a perda  $L$  em relação a uma variação do coeficiente  $W_{11}$  da matriz  $W$

Neste caso, para se minimizar o valor do risco empírico é necessário se igualar a zero o gradiente de  $L$  em relação à matriz  $W$ , isto é

$$\nabla_W L(W) = 0$$

considerando, assim, que  $L$  é uma função da matriz  $W$

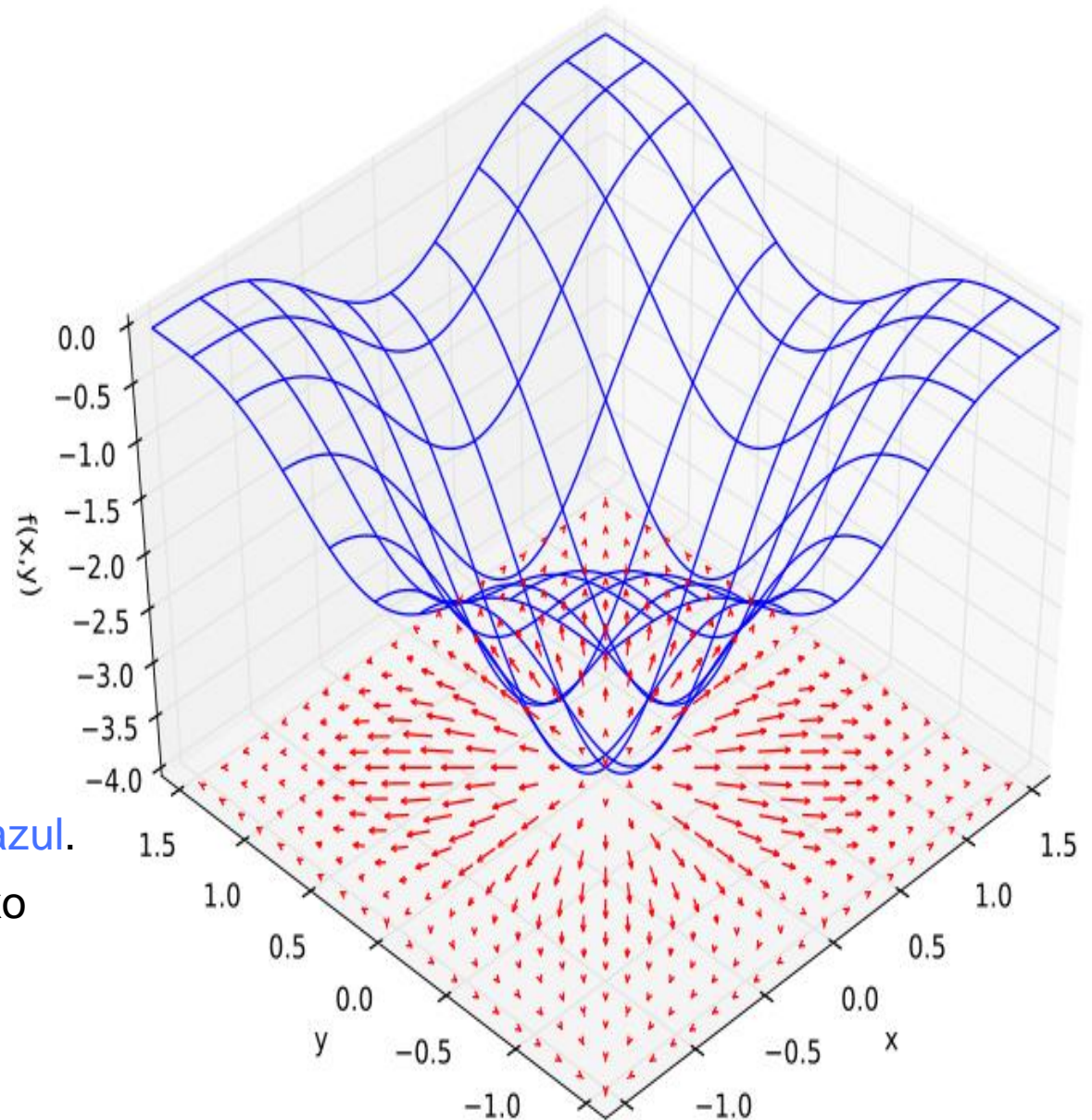
# Gradiente da Função de Perda

Quando  $\nabla_W L(W) = 0$ , então todas as derivadas parciais são nulas, ou ainda, a perda não se modifica em nenhuma direção

# Gradiente da Função de Perda

Quando  $\nabla_W L(W) = 0$ , então todas as derivadas parciais são nulas, ou ainda, a perda não se modifica em nenhuma direção

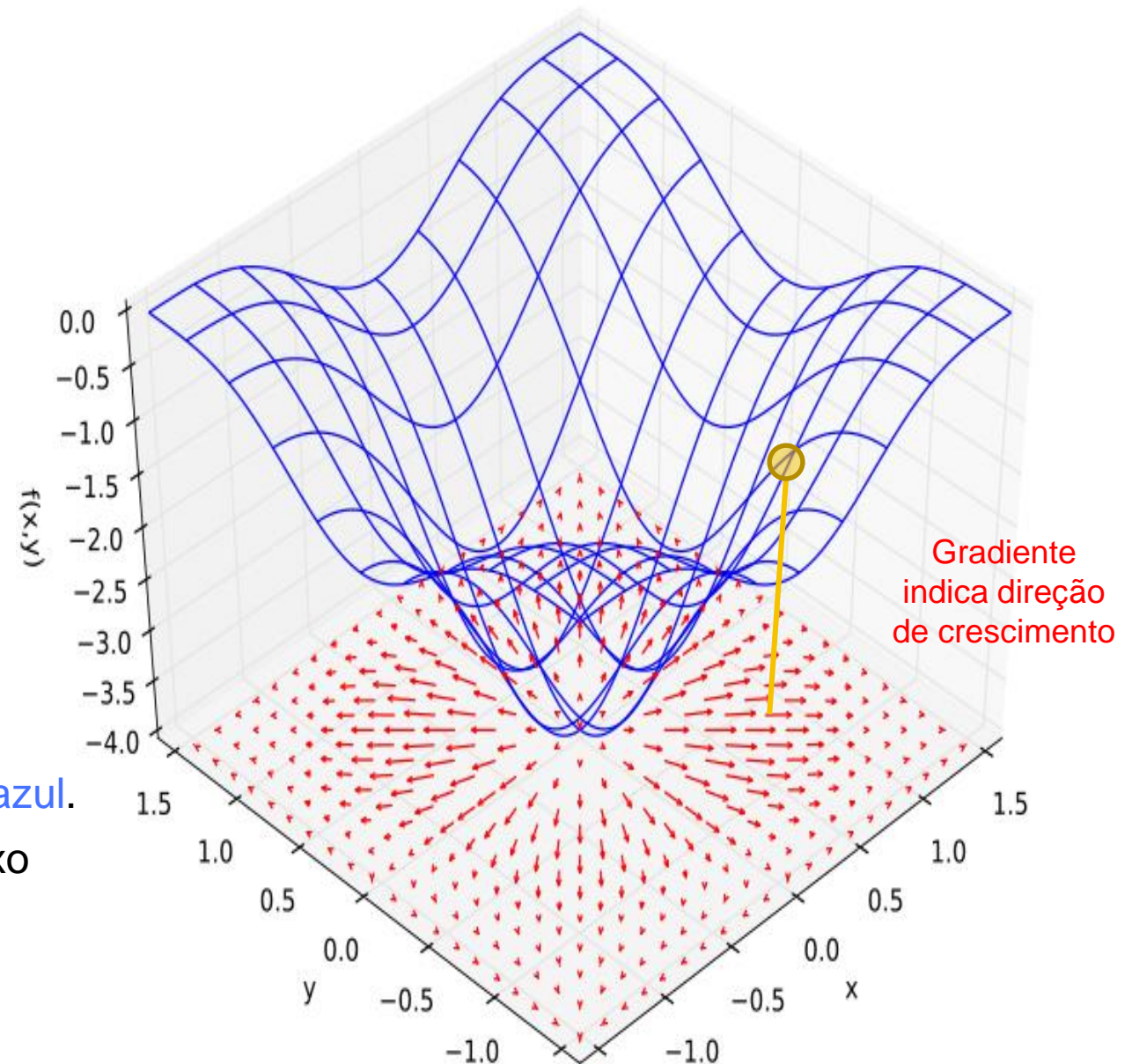
A superfície da perda aparece em azul.  
Os gradientes são mostrados abaixo como setas vermelhas.  
O gradiente é zero no mínimo.



# Gradiente da Função de Perda

Quando  $\nabla_W L(W) = 0$ , então todas as derivadas parciais são nulas, ou ainda, a perda não se modifica em nenhuma direção

A superfície da perda aparece em azul.  
Os gradientes são mostrados abaixo como setas vermelhas.  
O gradiente é zero no mínimo.



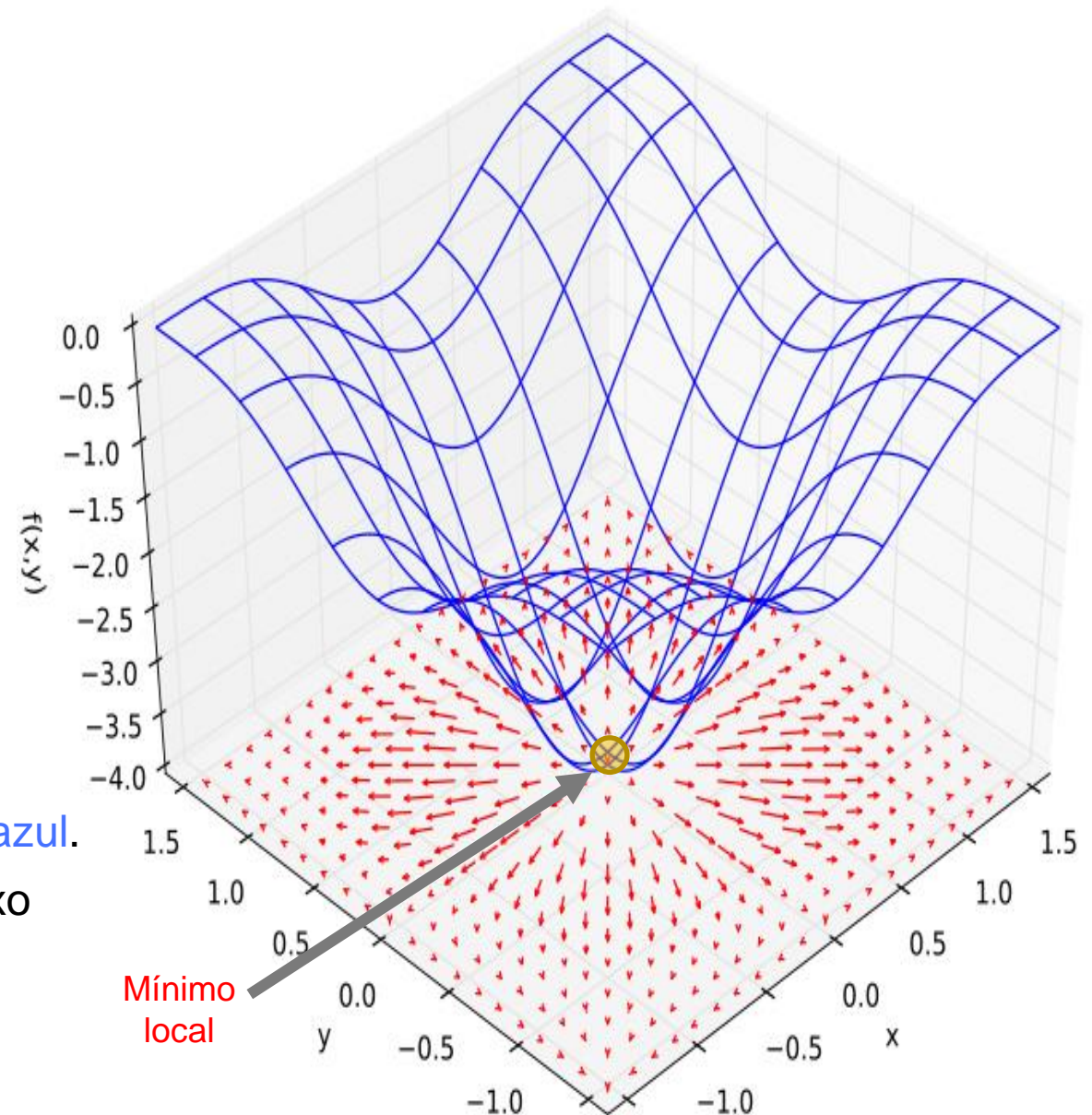


# Gradiente da Função de Perda

Quando  $\nabla_W L(W) = 0$ , então todas as derivadas parciais são nulas, ou ainda, a perda não se modifica em nenhuma direção

Portanto, obteve-se um ótimo local

A superfície da perda aparece em azul.  
Os gradientes são mostrados abaixo como setas vermelhas.  
O gradiente é zero no mínimo.



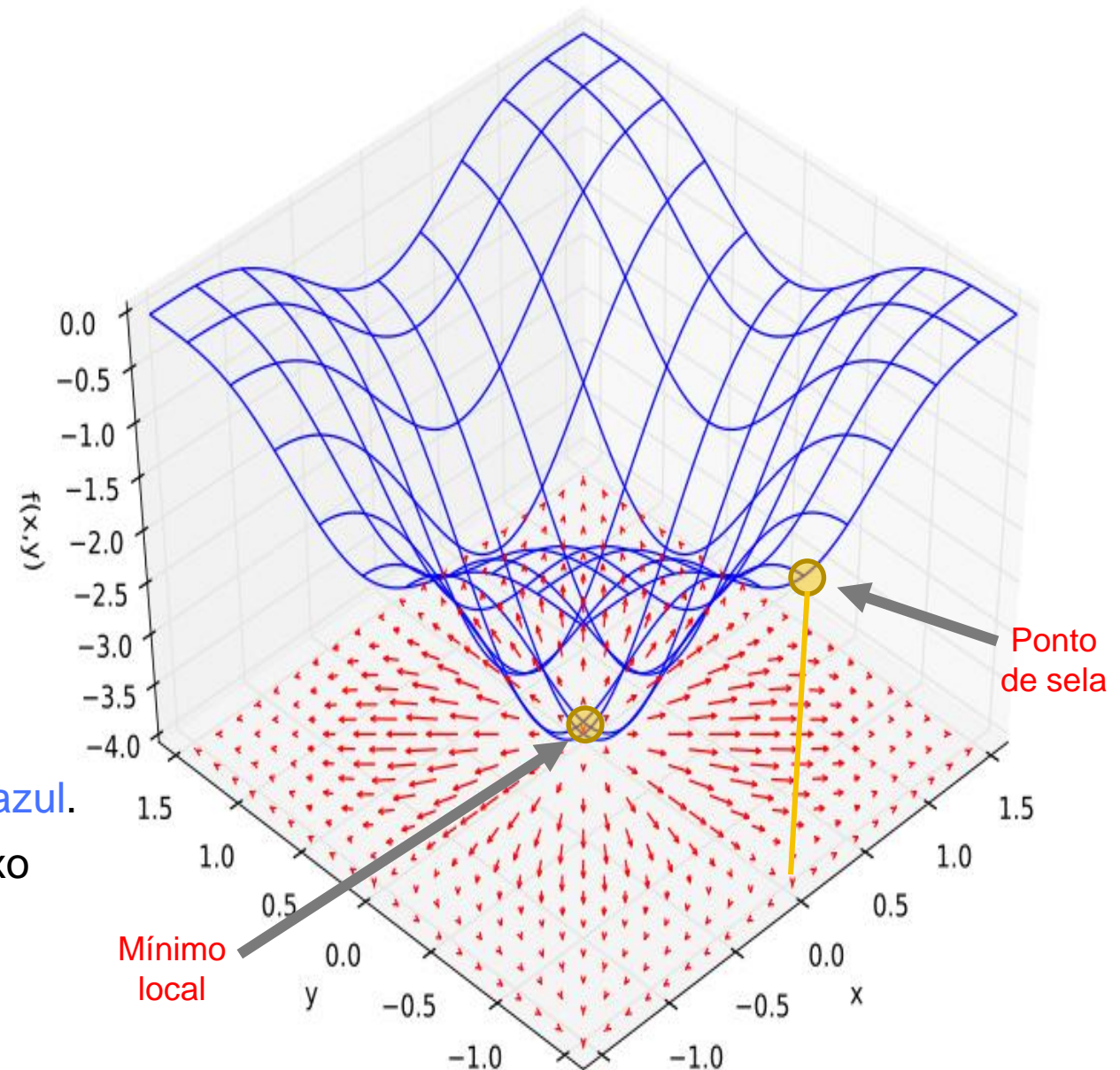


# Gradiente da Função de Perda

Quando  $\nabla_W L(W) = 0$ , então todas as derivadas parciais são nulas, ou ainda, a perda não se modifica em nenhuma direção

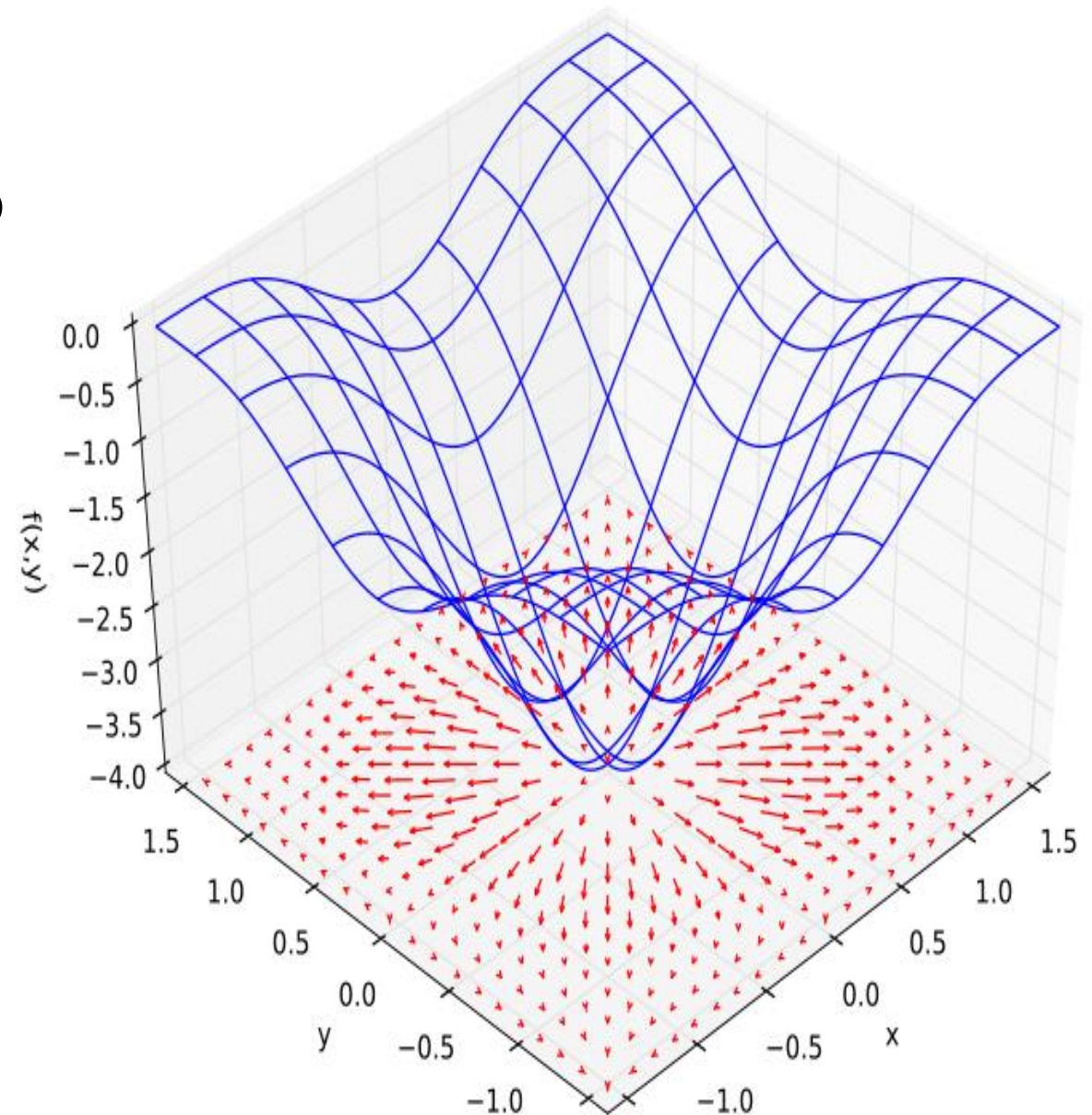
Portanto, obteve-se um ótimo local (ou, pelo menos, um ponto de sela)

A superfície da perda aparece em azul.  
Os gradientes são mostrados abaixo como setas vermelhas.  
O gradiente é zero no mínimo.



# Método do Gradiente (ou Descida Mais Íngreme)

Para se alcançar um ponto de mínimo deve-se seguir a direção contrária ao gradiente,



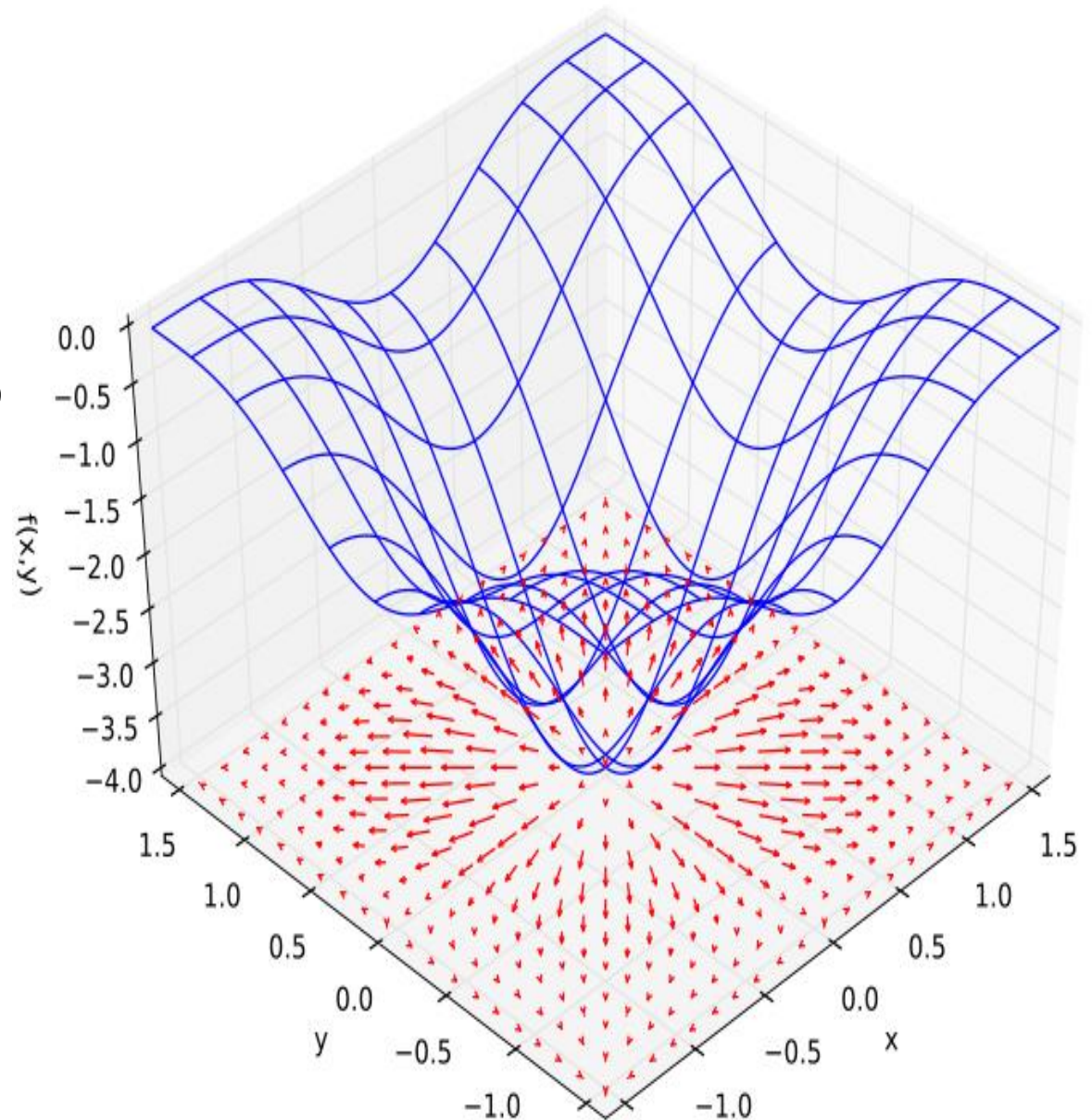


# Método do Gradiente (ou Descida Mais Íngreme)

Para se alcançar um ponto de mínimo  
deve-se seguir a direção contrária ao  
gradiente,

isto é, deve-se dar passos na direção

$$-\nabla_W L(W)$$



# Método do Gradiente (ou Descida Mais Íngreme)

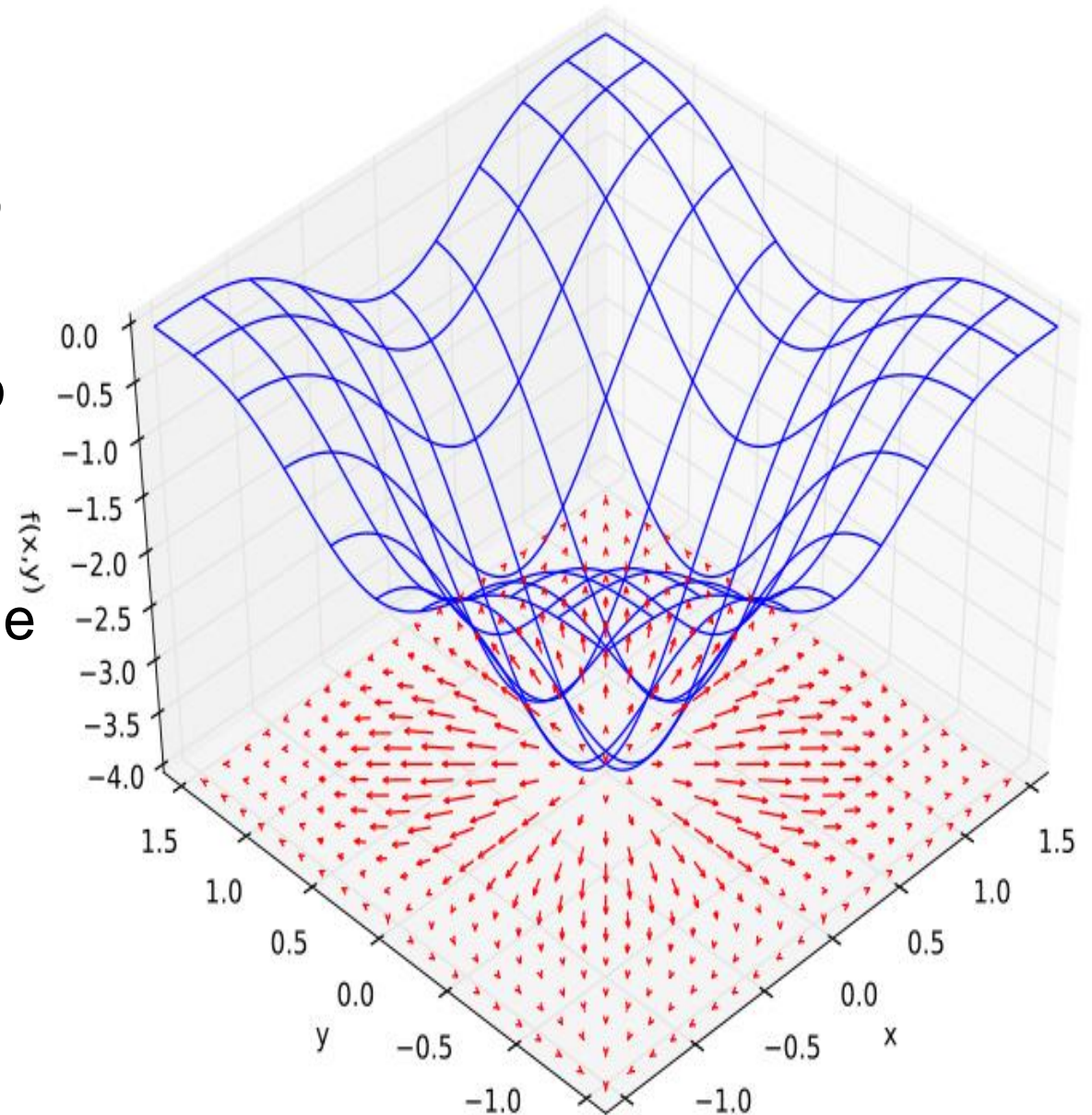
Para se alcançar um ponto de mínimo deve-se seguir a direção contrária ao gradiente,

isto é, deve-se dar passos na direção

$$-\nabla_W L(W)$$

Mais precisamente, seja  $W^t$  a matriz de pesos no passo  $t$  então

$$W^{t+1} = W^t - \alpha \nabla_W L(W)$$





# Método do Gradiente (ou Descida Mais Íngreme)

Para se alcançar um ponto de mínimo deve-se seguir a direção contrária ao gradiente,

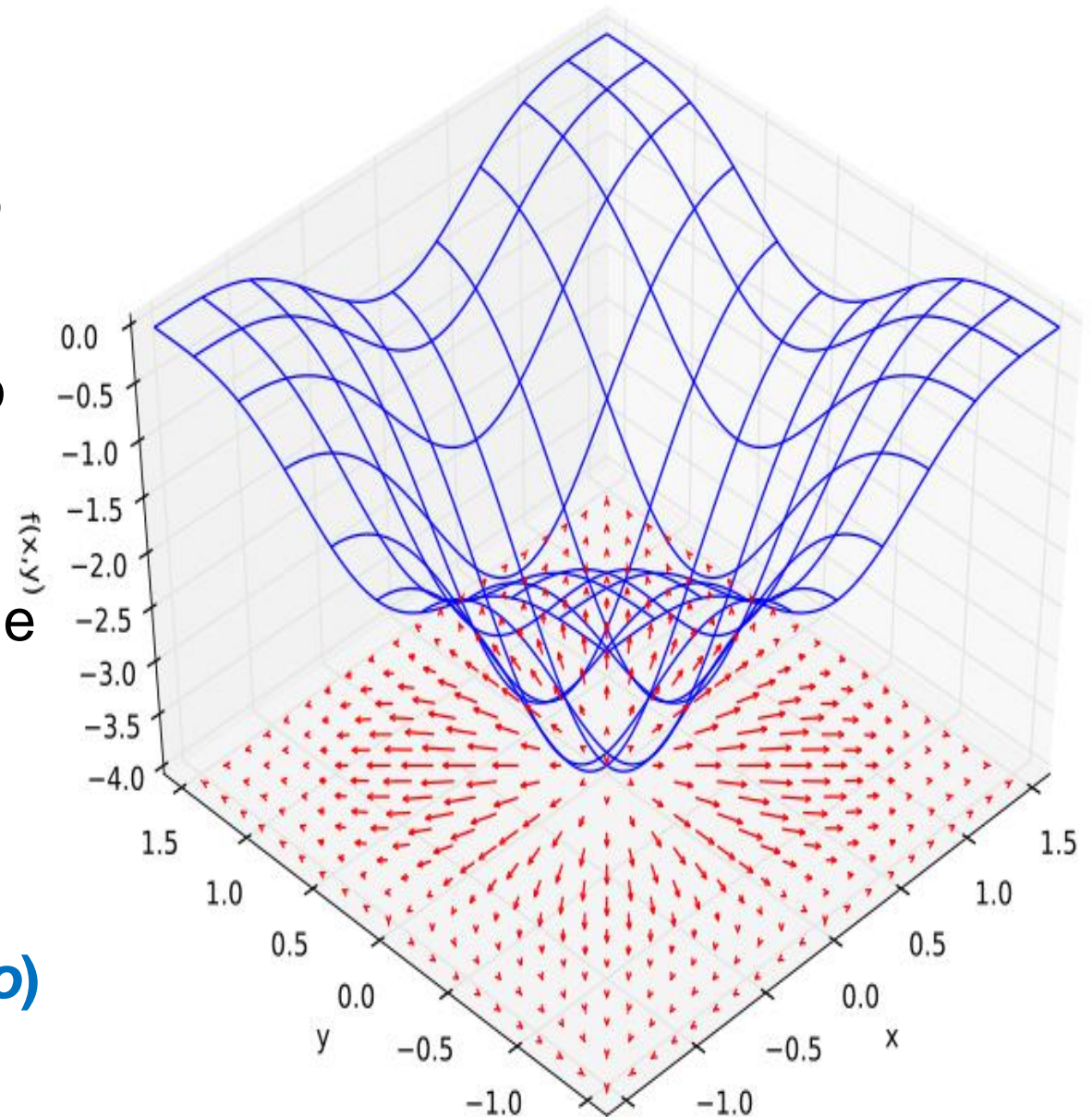
isto é, deve-se dar passos na direção

$$-\nabla_W L(W)$$

Mais precisamente, seja  $W^t$  a matriz de pesos no passo  $t$  então

$$W^{t+1} = W^t - \alpha \nabla_W L(W)$$

em que  $\alpha$  é chamado de **taxa de aprendizado (ou tamanho do passo)**



# Método do Gradiente (ou Descida Mais Íngreme)

Para se alcançar um ponto de mínimo deve-se seguir a direção contrária ao gradiente,

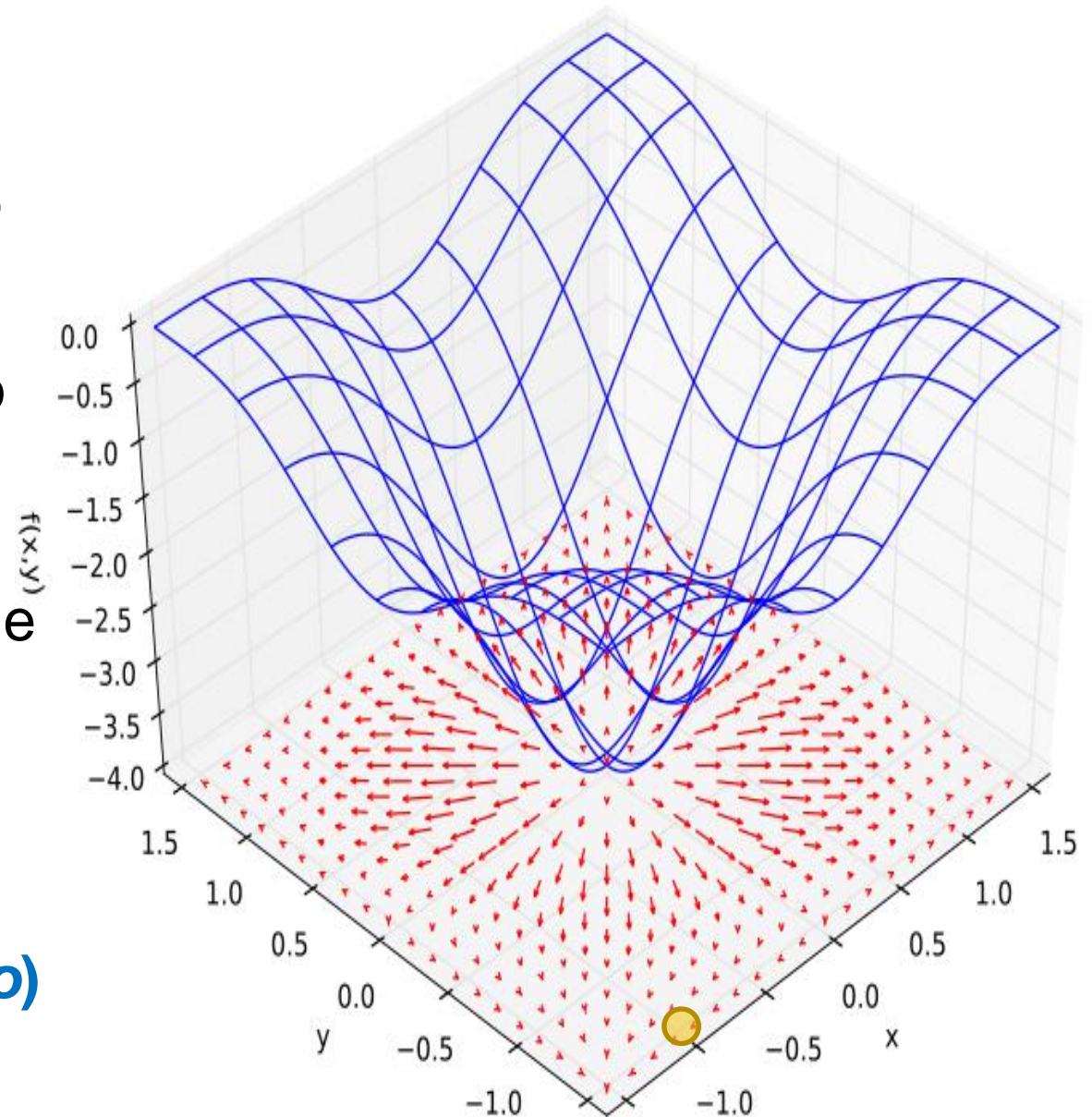
isto é, deve-se dar passos na direção

$$-\nabla_W L(W)$$

Mais precisamente, seja  $W^t$  a matriz de pesos no passo  $t$  então

$$W^{t+1} = W^t - \alpha \nabla_W L(W)$$

em que  $\alpha$  é chamado de **taxa de aprendizado (ou tamanho do passo)**





# Método do Gradiente (ou Descida Mais Íngreme)

```
# Vanilla Gradient Descent
```

```
while True:
```

```
    weights_grad = evaluate_gradient(loss_fun, data, weights)
```

```
    weights += - step_size * weights_grad # perform parameter update
```

# Método do Gradiente (ou Descida Mais Íngreme)

```
# Vanilla Gradient Descent
```

```
while True:
```

```
    weights_grad = evaluate_gradient(loss_fun, data, weights)
```

```
    weights += - step_size * weights_grad # perform parameter update
```

