

Función de Correlación de Tres Puntos (3PCF), su **estimación** y utilidad.

Fidel Sosa Nuñez

Universidad de Guanajuato, Campus León

July 16, 2020

Contenido

1 Introducción

- Modelo del Big Bang
- Datos Correlacionados

2 Funciones de Correlación

- Definiciones
- Contrastando Datos Discretos
- Histogramas
- Estimadores para la 2PCF y la 3PCF
- Isotropía y Anisotropía
 - 2PCF Anisotrópica

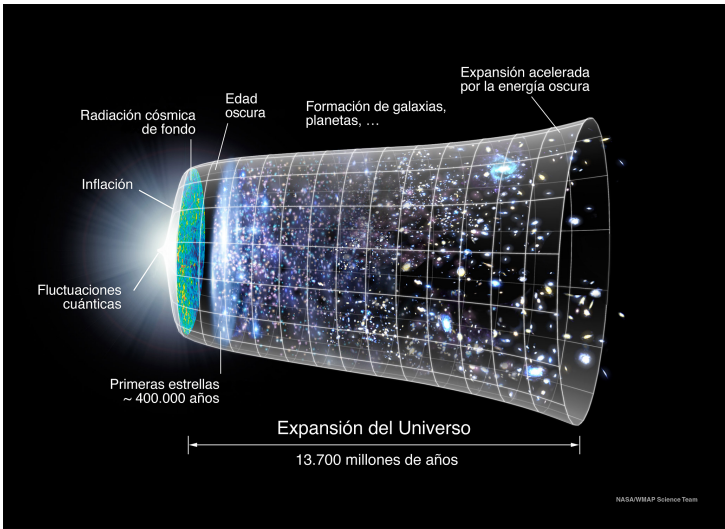
3 Algoritmos para las Funciones de Correlación

- Algoritmo de Fuerza Bruta (BFA)
- BFA para la 2PCF
- BFA para la 3PCF
- Histograma para la 2PCF Isotrópica

4 Ejemplos y Aplicaciones de las CF.

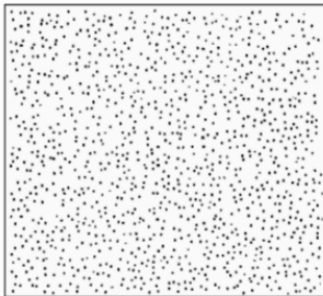
- Señal de BAO
- Redshift space distortions

Modelo del Big Bang

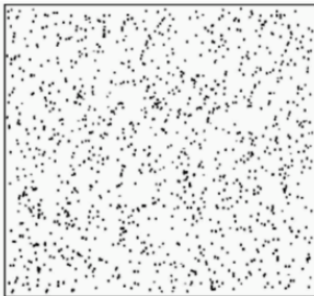


Estimación de Correlaciones en una muestra de datos

Distribuciones



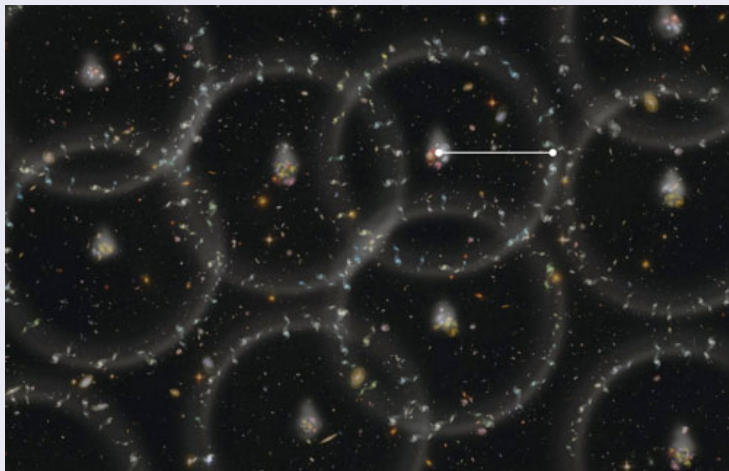
Aleatoria



No aleatoria

Distribuciones de Galaxias

Estimación de Correlaciones en una muestra de datos



Las Funciones de Correlación de Dos y Tres Puntos

Funciones de Correlación de Dos y Tres Puntos

$$dP_{12} = \rho^2 dV_1 dV_2 [1 + \xi(\mathbf{r}_{12})]$$

$$dP_{123} = \rho^3 dV_1 dV_2 dV_3 [1 + \xi(\mathbf{r}_{12}) + \xi(\mathbf{r}_{13}) + \xi(\mathbf{r}_{23}) + \zeta(\mathbf{r}_{12}, \mathbf{r}_{13}, \mathbf{r}_{23})]$$

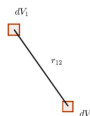
Las Funciones de Correlación de Dos y Tres Puntos

Funciones de Correlación de Dos y Tres Puntos

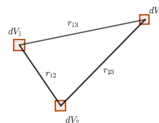
$$dP_{12} = \rho^2 dV_1 dV_2 [1 + \xi(\mathbf{r}_{12})]$$

$$dP_{123} = \rho^3 dV_1 dV_2 dV_3 [1 + \xi(\mathbf{r}_{12}) + \xi(\mathbf{r}_{13}) + \xi(\mathbf{r}_{23}) + \zeta(\mathbf{r}_{12}, \mathbf{r}_{13}, \mathbf{r}_{23})]$$

2PCF



3PCF

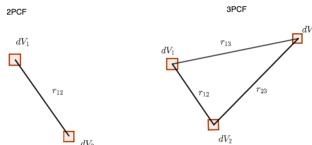


Las Funciones de Correlación de Dos y Tres Puntos

Funciones de Correlación de Dos y Tres Puntos

$$dP_{12} = \rho^2 dV_1 dV_2 [1 + \xi(\mathbf{r}_{12})]$$

$$dP_{123} = \rho^3 dV_1 dV_2 dV_3 [1 + \xi(\mathbf{r}_{12}) + \xi(\mathbf{r}_{13}) + \xi(\mathbf{r}_{23}) + \zeta(\mathbf{r}_{12}, \mathbf{r}_{13}, \mathbf{r}_{23})]$$



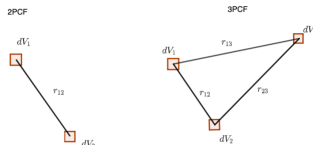
- Definición Infinitesimal.

Las Funciones de Correlación de Dos y Tres Puntos

Funciones de Correlación de Dos y Tres Puntos

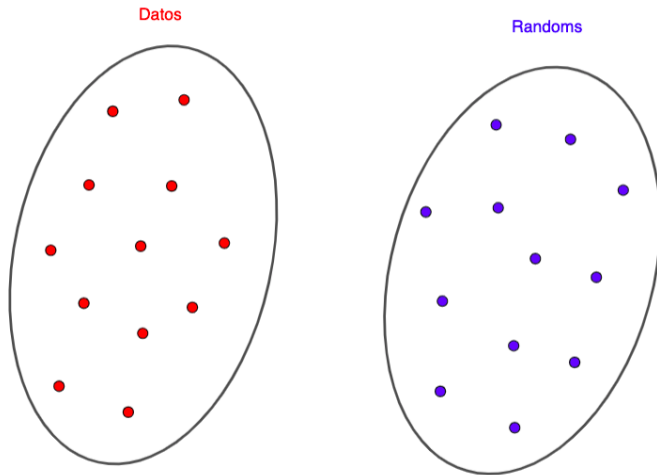
$$dP_{12} = \rho^2 dV_1 dV_2 [1 + \xi(\mathbf{r}_{12})]$$

$$dP_{123} = \rho^3 dV_1 dV_2 dV_3 [1 + \xi(\mathbf{r}_{12}) + \xi(\mathbf{r}_{13}) + \xi(\mathbf{r}_{23}) + \zeta(\mathbf{r}_{12}, \mathbf{r}_{13}, \mathbf{r}_{23})]$$



- Definición Infinitesimal.
- Trabajaremos con Muestras Discretas.

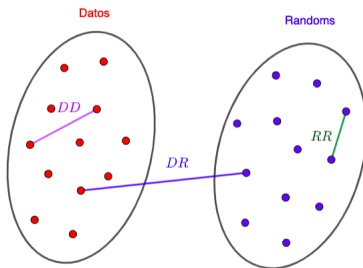
Archivos de Posiciones



Contrastando Datos con Pares (distancias)

Histogramas

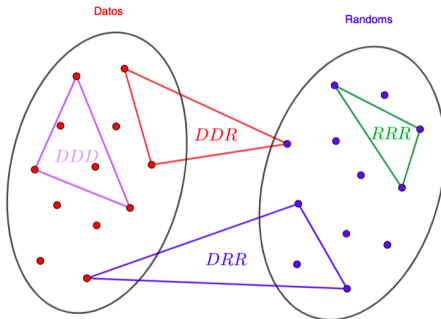
DD , DR y RR



Contrastando Datos con Tripletes (triángulos)

Histogramas

DDD, DDR, DRR, y RRR



Estimación de la 2PCF y la 3PCF

Estimadores de la 2PCF

$$\xi_{LS}^{(2)} = \frac{DD - 2DR + RR}{RR}$$

$$\xi_{HAM}^{(2)} = \frac{DD[RR]}{[DR]^2} - 1$$

Estimación de la 2PCF y la 3PCF

Estimadores de la 2PCF

$$\xi_{LS}^{(2)} = \frac{DD - 2DR + RR}{RR}$$

$$\xi_{HAM}^{(2)} = \frac{DD[RR]}{[DR]^2} - 1$$

Estimadores de la 3PCF

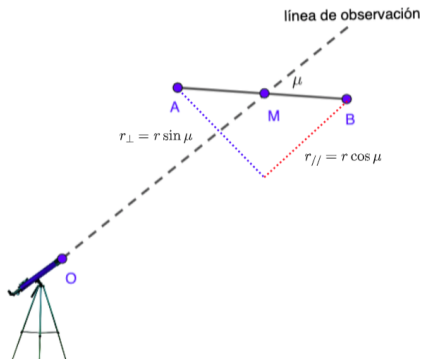
$$\xi_{SS}^{(3)} = \frac{DDD - 3DDR + 3DRR - RRR}{RRR}$$

$$\xi_{JB}^{(3)} = \frac{DDD[RRR]^2}{[DRR]^3} - 3\frac{DDR RRR}{[DRR]^2} + 2$$

Funciones de Correlación Isotrópicas y Anisotrópicas

- 2PCF isotrópica.
 - ① Es caracterizada por un solo parámetro (distancias, r_{ij}).
 - ② Histogramas unidimensionales.
- 2PCF anisotrópica.
 - ① Es caracterizada por dos parámetros (distancias y orientación, $\{r_{ij}, \theta_{ij}\}$).
 - ② Histogramas bidimensionales.
- 3PCF isotrópica.
 - ① Es caracterizada tres parámetros (3 distancias, $\{r_{12}, r_{13}, r_{23}\}$).
 - ② Histogramas tridimensionales.
- 3PCF anisotrópica.
 - ① La caracterizaremos más adelante con más de tres parámetros

2PCF Anisotrópica



Algoritmos.

Algoritmos.

- Algoritmos de Fuerza Bruta.

Algoritmos.

- Algoritmos de Fuerza Bruta.
- Algoritmos de Malla.

Algoritmos.

- Algoritmos de Fuerza Bruta.
- Algoritmos de Malla.
- Algoritmos de Vecinos Cercanos.

Algoritmos.

- Algoritmos de Fuerza Bruta.
- Algoritmos de Malla.
- Algoritmos de Vecinos Cercanos.
- Algoritmos de Árbol.

Algorithm 1 BFA(2PCF isotrópica)

Require: $L = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N\}$: Lista de puntos.

d_{max} : Distancia maxima requerida.

dl : Lista vacía para guardar los datos del histograma .

d : Variable para la distancia (se puede prescindir de estas variables.)

```
1: for  $1 \leq i < N$  do
2:   for  $i < j \leq N$  do
3:      $d = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|$ 
4:     if  $d < d_{max}$  then
5:        $dl.append(d)$ 
6:     end if
7:   end for
8: end for
9: return  $dl$ 
```

Algorithm 2 BFA(3PCF isotrópica)

Require: $L = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N\}$: Lista de puntos.

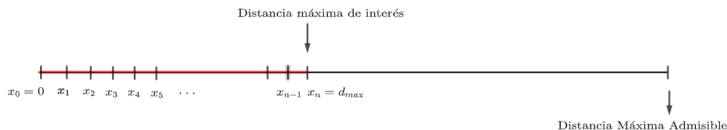
d_{max} : Distancia maxima requerida.

dl : Lista vacía para guardar los datos del histograma (tripletes).

d_1, d_2, d_3 : Variables las distancia (se puede prescindir de estas variables.)

```
1: for  $1 \leq i < N - 1$  do
2:   for  $i \leq j < N$  do
3:      $d_1 = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|$ 
4:     if  $d_1 < d_{max}$  then
5:       for  $j < k \leq N$  do
6:          $d_2 = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_k\|$ 
7:          $d_3 = \|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k\|$ 
8:         if  $d_2 < d_{max}$  and  $d_3 < d_{max}$  then
9:            $dl.append(\{d_1, d_2, d_3\})$ 
10:        end if
11:      end for
12:    end if
13:  end for
14: end for
15: return  $dl$ 
```

Construcción de Histogramas para la 2PCF Isotrópica



- n equi-particiones $\{x_0 = 0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}, x_n = d_{max}\}$ del intervalo $[0, d_{max}]$.
- Sub-intervalos de igual tamaño

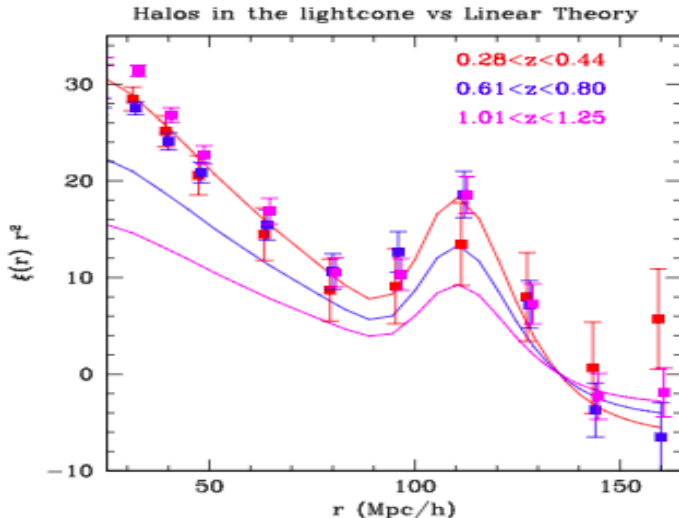
$$x_{i+1} - x_i = \frac{d_{max}}{n}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n-1.$$

- Cada sub-intervalos $(x_i, x_{i+1}]$ puede ser caracterizada por su punto medio

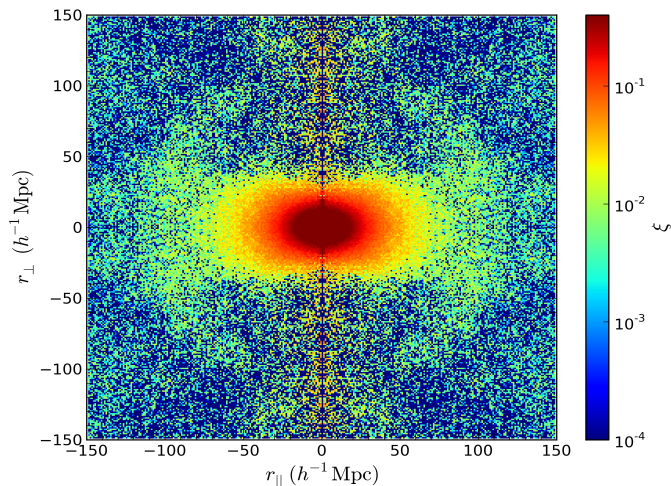
$$x_{i,i+1}^{(m)} = (i + 1/2) \frac{d_{max}}{n}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n-1.$$

Señal isotrópica de las Oscilaciones Acústicas de Bariones.

6 *Crocce et al.*



Señal anisotrópica de las Oscilaciones Acústicas de Bariones.



Comparación de Modelos de Gravedad usando la 3PCF.

