

<p>МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ</p> <p>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «МИРЭА – Российский технологический университет»</p> <p>Институт комплексной безопасности и специального приборостроения</p> <p>Кафедра высшей математики</p>	<p>ЗАЧЕТНЫЙ БИЛЕТ № 1</p> <p>Дисциплина: Линейная алгебра и аналитическая геометрия</p> <p>Форма обучения: очная</p> <p>Курс 1 Семестр 1</p>	<p>Утверждено на заседании кафедры (протокол № 1 от «___» 08 2019 г.)</p> <p>Заведующий кафедрой</p> <p>В.В. Соклов</p> <p>2019/2020 учебный год</p>
--	--	--

1. Вычислить расстояние между точками $A(1;1)$ и $B(4;6)$. $\sqrt{34}$
2. В пространстве даны точки $A(1;2;4)$, $B(0;4;2)$, $C(3;0;2)$. Вычислить косинус угла ABC . $-\frac{1}{3}$
3. В пространстве даны точки $A(1;2;0)$, $B(3;2;-1)$, $C(1;4;2)$. Вычислить векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$ и убедиться, что оно ортогонально каждому из векторов \overline{AB} и \overline{AC} . $\{2; -4; 4\}$
4. Вычислить объём пирамиды, вершины которой находятся в точках $A(2;0;1)$, $B(1;1;1)$, $C(2;1;-1)$, $D(4;3;3)$. 2

Доказать, что четыре точки $A(1;4;3)$, $B(1;1;2)$, $C(2;3;2)$, $D(2;0;1)$ лежат в одной плоскости.

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Найти обратную ей матрицу и выполнить проверку умножением.

6. Решить методом Гаусса систему уравнений
$$\begin{cases} x + y - 5z = 0 \\ 3x + 2y + 4z = 8 \\ 2x - 3y - 4z = -1 \end{cases} \quad (2; 3; -1)$$

7. Найти точку пересечения с осью OX прямой, проходящей через точки $A(1;2)$, $B(5;4)$. $(-3; 0)$
8. На плоскости даны точки $A(1;-3)$, $B(0;2)$, $C(-1;4)$. Составить уравнение прямой, содержащей высоту треугольника ABC , проведённую из вершины A . $-x + 2y + 7 = 0$
9. Найти точку пересечения с осью OX плоскости, проходящей через точки $A(1;2;3)$, $B(2;-1;1)$, $C(-1;-2;0)$. $(-15; 0; 0)$
10. В пространстве даны точки $A(1;2;0)$, $B(-1;6;4)$. Найти точку пересечения прямой AB с плоскостью $2x + 3y - z - 10 = 0$. $(0; 4; 2)$
11. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и определить тип

кривой: $x^2 + 4y^2 + 4x - 8y + 4 = 0$. $\frac{(x+2)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{1} = 1$

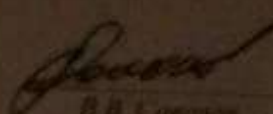
12. Найти комплексные корни квадратного уравнения $z^2 + 2z + 5 = 0$. $z = -1 \pm 2i$

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО
образования
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего образования
«МФЭА - Российский технологический
университет»
Институт кибербезопасности и цифровых
технологий
Кафедра высшей математики

Наименование:
Линейная алгебра и аналитическая
геометрия

18.03.01 Информационная безопасность

Форма обучения: очная
Курс 1 Семестр 1

наименование кафедры
программа № 1
Заведующий кафедрой

В.В. Соколов

1. Вычислить расстояние между точками $A(-1;2)$ и $B(4;-10)$.
2. В пространстве даны точки $A(3;-2;-1)$, $B(0;2;11)$, $C(3;2;3)$. Вычислить косинус угла BAC .
3. В пространстве даны точки $A(0;2;3)$, $B(-2;3;10)$, $C(3;2;-5)$. Вычислить векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$ и убедиться, что оно ортогонально каждому из векторов \overline{AB} и \overline{AC} .
4. Доказать, что четыре точки $A(1;4;3)$, $B(1;1;2)$, $C(2;3;2)$, $D(2;0;1)$ лежат в одной плоскости.
5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -5 & 7 \end{pmatrix}$. Найти обратную ей матрицу и выполнить проверку умножением.
6. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} x+3y+2z=5 \\ 2x+2y-3z=-1 \\ 5x-y+8z=7 \end{cases}$$
7. Найти точку пересечения с осью OX прямой, проходящей через точки $A(2;4)$, $B(7;5)$.
8. На плоскости даны точки $A(2;6)$, $B(-4;7)$, $C(-1;5)$. Составить уравнение прямой, содержащей высоту треугольника ABC , проведённую из вершины A .
9. Найти точку пересечения с осью OY плоскости, проходящей через точки $A(4;0;0)$, $B(3;2;1)$, $C(5;7;2)$.
10. В пространстве даны точки $A(-2;3;4)$, $B(0;1;2)$. Найти точку пересечения прямой AB с плоскостью $3x-2y-z+2=0$.
11. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и определить тип кривой: $4x^2 - y^2 + 16x + 2y + 11 = 0$.
12. Найти комплексные корни квадратного уравнения $z^2 + 6z + 13 = 0$.

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего образования
«МНЭРА – Российский технологический
университет»
Институт кибербезопасности и цифровых
технологий
Кафедра высшей математики

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

Дисциплина:
Линейная алгебра и аналитическая
геометрия

10.03.01 Информационная безопасность

Форма обучения: очная
Курс 1 Семестр 1

Утверждено
на заседании кафедры
протокол № 1

Заведующий кафедрой


В.В. Соколов

1. Вычислить расстояние между точками $A(1;-3)$ и $B(6;-1)$.
2. В пространстве даны точки $A(4;7;1)$, $B(6;10;4)$, $C(2;10;7)$. Вычислить косинус угла $\angle ACB$.
3. В пространстве даны точки $A(4;-3;7)$, $B(3;3;-1)$, $C(2;4;-3)$. Вычислить векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$ и убедиться, что оно ортогонально каждому из векторов \overline{AB} и \overline{AC} .
Вычислить объём пирамиды, вершины которой находятся в точках $A(1;2;1)$, $B(1;3;2)$, $C(3;4;2)$, $D(4;3;4)$.
5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 7 \end{pmatrix}$. Найти обратную ей матрицу и выполнить проверку умножением.
6. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ 6x + 5y - 3z = 11 \\ 2x + 4y - z = 6 \end{cases}$$
7. Найти точку пересечения с осью OX прямой, проходящей через точки $A(3;6)$, $B(-1;-2)$.
8. На плоскости даны точки $A(1;6)$, $B(-3;7)$, $C(-5;4)$. Составить уравнение прямой, содержащей высоту треугольника ABC , проведённую из вершины C .
9. Найти точку пересечения с осью OX плоскости, проходящей через точки $A(1;-1;1)$, $B(0;2;3)$, $C(1;2;4)$.
10. В пространстве даны точки $A(5;3;1)$, $B(3;7;1)$. Найти точку пересечения прямой AB с плоскостью $-2x + y + 4z - 1 = 0$.
11. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и определить тип кривой: $y^2 - 4x + 4y + 8 = 0$.
12. Найти комплексные корни квадратного уравнения $z^2 - 4z + 5 = 0$.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего образования
«МИРЭА – Российский технологический
университет»
Институт кибербезопасности и цифровых
технологий
Кафедра высшей математики

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

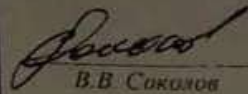
Дисциплина:
Линейная алгебра и аналитическая
геометрия

10.03.01 Информационная безопасность

Форма обучения: очная
Курс 1 Семестр 1

Утверждено
на заседании кафедры
протокол № 1

Заведующий кафедрой


В.В. Соколов

1. Вычислить расстояние между точками $A(2;3)$ и $B(-2;4)$.
 2. В пространстве даны точки $A(-4;5;-2)$, $B(-1;3;4)$, $C(-1;1;10)$. Вычислить косинус угла BAC .
 3. В пространстве даны точки $A(-2;2;2)$, $B(3;4;-1)$, $C(-5;1;4)$. Вычислить векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$ и убедиться, что оно ортогонально каждому из векторов \overline{AB} и \overline{AC} .
 4. Доказать, что четыре точки $A(3;1;4)$, $B(-1;6;1)$, $C(-1;1;6)$, $D(3;-4;9)$ лежат в одной плоскости.
 5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$. Найти обратную ей матрицу и выполнить проверку умножением.
 6. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 14 \\ x + y - z = 0 \\ 2x + y + z = 7 \end{cases}$$
 7. Найти точку пересечения с осью OY прямой, проходящей через точки $A(2;-1)$, $B(6;7)$.
 8. На плоскости даны точки $A(2;-3)$, $B(5;2)$, $C(1;0)$. Составить уравнение прямой, содержащей высоту треугольника ABC , проведённую из вершины A .
 9. Найти точку пересечения с осью OX плоскости, проходящей через точки $A(0;-1;1)$, $B(2;1;1)$, $C(1;-2;0)$.
 10. В пространстве даны точки $A(0;-1;3)$, $B(4;1;1)$. Найти точку пересечения прямой AB с плоскостью $3x + 2y - 2z - 10 = 0$.
 11. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и определить тип кривой: $x^2 + 9y^2 + 2x - 36y + 27 = 0$.
2. Найти комплексные корни квадратного уравнения $z^2 + 2z + 2 = 0$.

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего образования
«МИРЭА – Российский технологический
университет»
Институт комплексной безопасности и
специального приборостроения
Кафедра высшей математики

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

Дисциплина:
Линейная алгебра и аналитическая
геометрия

10.05.03 Информационная безопасность
автоматизированных систем

Форма обучения: очная
Курс 1 Семестр 1

Утверждено
на заседании кафедры
(протокол № 1
от « 27 » 08 2019 г.)

Заведующий кафедрой

В.В. Соколов
В.В. Соколов

2019/2020
учебный год

1. Вычислить расстояние между точками $A(-5;5)$ и $B(0;1)$.
2. В пространстве даны точки $A(7;4;-2)$, $B(-5;1;2)$, $C(5;6;-1)$. Вычислить косинус угла BAC .
3. В пространстве даны точки $A(-1;2;1)$, $B(-5;5;2)$, $C(4;-2;-1)$. Вычислить векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$ и убедиться, что оно ортогонально каждому из векторов \overline{AB} и \overline{AC} .
4. Доказать, что четыре точки $A(3;-1;7)$, $B(6;5;-1)$, $C(1;3;1)$, $D(8;1;5)$ лежат в одной плоскости.
5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$. Найти обратную ей матрицу и выполнить проверку умножением.
6. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} x + 2y + z = -2 \\ 2x + 3y - z = 3 \\ x - 4y + 3z = 0 \end{cases}$$
7. Найти точку пересечения с осью OX прямой, проходящей через точки $A(-1;-3)$, $B(7;3)$.
8. На плоскости даны точки $A(-1;2)$, $B(0;4)$, $C(-3;4)$. Составить уравнение прямой, содержащей высоту треугольника ABC , проведённую из вершины C .
9. Найти точку пересечения с осью OZ плоскости, проходящей через точки $A(1;0;3)$, $B(-1;0;5)$, $C(1;2;1)$.
10. В пространстве даны точки $A(1;3;0)$, $B(3;-1;2)$. Найти точку пересечения прямой AB с плоскостью $3x + y - 2z - 5 = 0$.
11. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и определить тип кривой: $y^2 - 6x - 2y - 11 = 0$.
12. Найти комплексные корни квадратного уравнения $z^2 - 4z + 13 = 0$.

БАСО-04-19

Косов Александр

№1


№1 $AB = (5; -4)$

№2

$A(7; 4; -2)$

$AB(-12; -3; -4)$

$AB(-2; 2; 1)$

<p>МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «МИРЭА – Российский технологический университет» Институт кибербезопасности и цифровых технологий Кафедра высшей математики</p>	<p>ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7</p> <p>Дисциплина: Линейная алгебра и аналитическая геометрия</p> <p>10.03.01 Информационная безопасность</p> <p>Форма обучения: очная Курс 1 Семестр 1</p>	<p>Утверждено на заседании кафедры протокол № 1</p> <p>Заведующий кафе  В.В. Соколов</p>
--	--	---

1. Вычислить расстояние между точками $A(-5;4)$ и $B(3;-2)$.
2. В пространстве даны точки $A(-2;5;3)$, $B(1;5;-1)$, $C(5;3;3)$. Вычислить косинус угла ABC .
3. В пространстве даны точки $A(-4;8;1)$, $B(-2;3;4)$, $C(-1;3;3)$. Вычислить векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$ и убедиться, что оно ортогонально каждому из векторов \overline{AB} и \overline{AC} .
4. Вычислить объём пирамиды, вершины которой находятся в точках $A(1;-2;1)$, $B(1;2;-1)$, $C(-1;2;1)$, $D(2;1;2)$.
5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Найти обратную ей матрицу и выполнить проверку умножением.
6. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} x + y + 2z = 4 \\ x + 4y - 2z = 3 \\ 2x - y + 7z = 8 \end{cases}$$
7. Найти точку пересечения с осью OX прямой, проходящей через точки $A(-7;3)$, $B(3;-2)$.
8. На плоскости даны точки $A(1;4)$, $B(9;7)$, $C(3;8)$. Составить уравнение прямой, содержащей высоту треугольника ABC , проведённую из вершины A .
9. Найти точку пересечения с осью OX плоскости, проходящей через точки $A(1;1;1)$, $B(1;2;-1)$, $C(3;2;1)$.
10. В пространстве даны точки $A(2;0;3)$, $B(1;1;1)$. Найти точку пересечения прямой AB с плоскостью $3x + 4y + z - 10 = 0$.
11. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и определить тип кривой: $x^2 + 4y^2 + 2x - 16y + 13 = 0$.
12. Найти комплексные корни квадратного уравнения $z^2 - 6z + 10 = 0$.

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего образования
«МИРЭА – Российский технологический
университет»
Институт кибербезопасности и цифровых
технологий
Кафедра высшей математики

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9

Дисциплина:
Линейная алгебра и аналитическая
геометрия

10.03.01 Информационная безопасность

Форма обучения: очная
Семестр I
Курс I

Утверждено
на заседании кафедры
протокол № 1


Заведующий кафедрой


В.В. Соколов

1. Вычислить расстояние между точками $A(6;5)$ и $B(7;2)$.
2. В пространстве даны точки $A(-3;1;4)$, $B(3;-1;1)$, $C(-2;3;6)$. Вычислить косинус угла BAC .
3. В пространстве даны точки $A(3;-1;6)$, $B(5;3;-1)$, $C(4;2;1)$. Вычислить векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$ и убедиться, что оно ортогонально каждому из векторов \overline{AB} и \overline{AC} .
4. Вычислить объём пирамиды, вершины которой находятся в точках $A(1;6;1)$, $B(2;6;2)$, $C(1;0;-2)$, $D(3;3;3)$.
5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$. Найти обратную ей матрицу и выполнить проверку умножением.
6. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 2x - 3y - 4z = 20 \\ 3x - 2y - 5z = 24 \end{cases}$$

7. Найти точку пересечения с осью OY прямой, проходящей через точки $A(2;5)$, $B(-2;-1)$.
8. На плоскости даны точки $A(3;-3)$, $B(5;-2)$, $C(4;-1)$. Составить уравнение прямой, содержащей высоту треугольника ABC , проведённую из вершины C .
9. Найти точку пересечения с осью OY плоскости, проходящей через точки $A(0;1;2)$, $B(4;3;1)$, $C(1;2;2)$.
10. В пространстве даны точки $A(1;4;0)$, $B(0;2;-1)$. Найти точку пересечения прямой AB с плоскостью $2x + y - 3z - 7 = 0$.
11. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и определить тип кривой: $x^2 + 4y^2 + 6x + 8y + 9 = 0$.
12. Найти комплексные корни квадратного уравнения $z^2 + 4z + 8 = 0$.

Министерство образования Российской Федерации Федеральное бюджетное учреждение образования "Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации" Факультет математики	ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 11 Дисциплина: Линейная алгебра 38.05.01 Экономическая безопасность Форма обучения: очная Семестр I Курс I	Утверждено на заседании кафедры протокол № 1 Заведующий кафедрой  В.В. Соколов
--	--	--

1. Вычислить расстояние между точками $A(9;-2)$ и $B(7;1)$.
2. В пространстве даны точки $A(5;2;-8)$, $B(6;2;4)$, $C(0;6;-6)$. Вычислить косинус угла BAC .
3. В пространстве даны точки $A(0;-1;5)$, $B(-2;2;1)$, $C(1;3;7)$. Вычислить векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$ и убедиться, что оно ортогонально каждому из векторов \overline{AB} и \overline{AC} .
4. Доказать, что четыре точки $A(1;0;1)$, $B(0;1;1)$, $C(1;1;-1)$, $D(0;2;-1)$ лежат в одной плоскости.
5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$. Найти обратную ей матрицу и выполнить проверку умножением.
6. Решить методом Гаусса систему уравнений
$$\begin{cases} x - y + 2z = 7 \\ 3x - 2y + z = 14 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$
7. Найти точку пересечения с осью OY прямой, проходящей через точки $A(3;-6)$, $B(-1;6)$.
8. На плоскости даны точки $A(4;1)$, $B(0;2)$, $C(3;-4)$. Составить уравнение прямой, содержащей высоту треугольника ABC , проведенную из вершины C .
9. Найти точку пересечения с осью OZ плоскости, проходящей через точки $A(2;1;5)$, $B(1;2;3)$, $C(-1;1;1)$.
10. В пространстве даны точки $A(-1;0;1)$, $B(3;2;1)$. Найти точку пересечения прямой AB с плоскостью $x + 3y - 5z + 1 = 0$.
11. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и определить тип кривой: $y^2 - 2x - 6y + 7 = 0$.
12. Найти комплексные корни квадратного уравнения $z^2 - 2z + 5 = 0$.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 1 \\ 3 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{\sim} \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 11 & -5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\sim} \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 11 & -5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\sim} \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 11 & -5 \end{pmatrix}$$

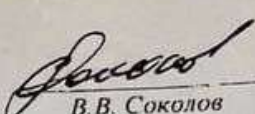
$$2(-2) + 3 \cdot \frac{5}{3} = -4 + 5 = -1$$

$$2 \cdot (-2) + 3 \cdot (-\frac{5}{3}) = -4 - 5 = -9$$


$$12x - 36 = y - 24$$

$$4x = y - 12$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} x=3 \\ y=-2 \\ z=1 \end{matrix}$$

<p>МИНОБРНАУКИ РОССИИ</p> <p>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования</p> <p>«МИРЭА – Российский технологический университет»</p> <p>Институт кибербезопасности и цифровых технологий</p> <p>Кафедра высшей математики</p>	<p>ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 13</p> <p>Дисциплина: Линейная алгебра и аналитическая геометрия</p> <p>10.03.01 Информационная безопасность</p> <p>Форма обучения: очная</p> <p>Курс 1 Семестр 1</p>	<p>Утверждено на заседании кафедры протокол № 1</p> <p>Заведующий кафедрой</p> <p> В.В. Соколов</p>
--	--	--

1. Вычислить расстояние между точками $A(-2;4)$ и $B(5;6)$.
2. В пространстве даны точки $A(-8;1;4)$, $B(6;3;-5)$, $C(4;-3;-2)$. Вычислить косинус угла ACB .
3. В пространстве даны точки $A(5;-2;-10)$, $B(3;3;-4)$, $C(2;2;-3)$. Вычислить векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$ и убедиться, что оно ортогонально каждому из векторов \overline{AB} и \overline{AC} .
4. Доказать, что четыре точки $A(1;1;1)$, $B(-1;2;2)$, $C(2;2;0)$, $D(0;3;1)$ лежат в одной плоскости.
5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 3 & -15 \end{pmatrix}$. Найти обратную ей матрицу и выполнить проверку умножением.
6. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} x + 2y - z = 4 \\ x - 4y + 3z = 2 \\ 2x + 2y + z = 4 \end{cases}$$
7. Найти точку пересечения с осью OX прямой, проходящей через точки $A(2;2)$, $B(0;6)$.
8. На плоскости даны точки $A(7;0)$, $B(4;2)$, $C(9;1)$. Составить уравнение прямой, содержащей высоту треугольника ABC , проведённую из вершины B .
9. Найти точку пересечения с осью OX плоскости, проходящей через точки $A(3;1;-1)$, $B(2;2;-1)$, $C(-4;-2;1)$.
10. В пространстве даны точки $A(-3;1;-1)$, $B(-1;-1;-3)$. Найти точку пересечения прямой AB плоскостью $5x + 3y - z + 8 = 0$.
11. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и определить тип кривой: $9x^2 + y^2 - 8y + 9 = 0$.
12. Найти комплексные корни квадратного уравнения $z^2 - 2z + 2 = 0$.

<p>МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «МИРЭА – Российский технологический университет» Институт кибербезопасности и цифровых технологий Кафедра высшей математики</p>	<p>ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 17</p> <p>Дисциплина: Линейная алгебра и аналитическая геометрия</p> <p>10.03.01 Информационная безопасность</p> <p>Форма обучения: очная Курс 1 Семестр 1</p>	<p>Утверждено на заседании кафедры протокол № 1</p> <p>Заведующий кафедрой</p> <p> В.В. Соколов</p>
--	---	--

1. Вычислить расстояние между точками $A(-4;9)$ и $B(2;4)$.
2. В пространстве даны точки $A(-2;-5;1)$, $B(-6;-1;-1)$, $C(2;7;5)$. Вычислить косинус угла BAC .
3. В пространстве даны точки $A(-13;-4;3)$, $B(7;-1;4)$, $C(-3;-2;3)$. Вычислить векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$ и убедиться, что оно ортогонально каждому из векторов \overline{AB} и \overline{AC} .
4. Доказать, что четыре точки $A(1;2;-1)$, $B(2;4;0)$, $C(3;2;1)$, $D(2;0;0)$ лежат в одной плоскости.
5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 11 & -7 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти обратную ей матрицу и выполнить проверку умножением.
6. Решить методом Гаусса систему уравнений

$$\begin{cases} -x - y + 2z = 4 \\ -2x + 4y + 3z = 11 \\ 4x - 2y + 3z = 11 \end{cases}$$
7. Найти точку пересечения с осью OY прямой, проходящей через точки $A(2;9)$, $B(4;6)$.
8. На плоскости даны точки $A(2;6)$, $B(7;0)$, $C(3;1)$. Составить уравнение прямой, содержащей высоту треугольника ABC , проведённую из вершины A .
9. Найти точку пересечения с осью OZ плоскости, проходящей через точки $A(2;0;0)$, $B(2;1;3)$, $C(3;1;4)$.
10. В пространстве даны точки $A(2;-1;4)$, $B(1;3;2)$. Найти точку пересечения прямой AB с плоскостью $3x + y - 4z - 7 = 0$.
11. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и определить тип кривой: $4x^2 - 9y^2 + 16x + 18y + 5 = 0$.
12. Найти комплексные корни квадратного уравнения $z^2 + 2z + 10 = 0$.

Проект зачётного/экзаменационного варианта по линейной алгебре 1-го семестра (пример)

1. На плоскости даны точки $A(3;7)$ и $B(-2;-5)$. Вычислить расстояние между ними.
[Комментарий: задача составляется так, чтобы результат был небольшим целым числом или корнем из такового.]
2. В пространстве даны точки $A(1;2;0)$, $B(3;2;-1)$, $C(1;4;2)$. Вычислить векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$ и убедиться, что оно ортогонально каждому из векторов \overline{AB} и \overline{AC} .
3. В пространстве даны точки $A(1;2;1)$, $B(4;-2;1)$, $C(0;0;3)$. Вычислить косинус угла BAC .
[Комментарий: задача составляется так, чтобы длины векторов были небольшими целыми числами.]
4. *Вариант 1.* Доказать, что четыре точки $A(1;2;1)$, $B(4;-2;1)$, $C(0;0;3)$, $D(3;-4;3)$ лежат в одной плоскости.
Вариант 2. Вычислить объём пирамиды, вершины которой находятся в точках $A(2;0;1)$, $B(1;1;1)$, $C(2;1;-1)$, $D(4;3;3)$. [Комментарий: задача из старого варианта.]
5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Найти обратную ей матрицу и выполнить проверку умножением.
[Комментарий: матрицы будут несимметричны, с определителем, отличным от 1.]
6. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 14 \\ x + y - z = 0 \\ 2x + y + z = 7 \end{cases}$$

[Комментарий: задача составляется так, чтобы решение состояло из небольших целых чисел; матрица системы удобна для метода Гаусса: не требуется ни перестановок строк, ни дробных коэффициентов, ни перемножения больших чисел.]
7. Найти точку пересечения с осью OX прямой, проходящей через точки $A(1;2)$, $B(5;4)$.
[Комментарий: задача из старого варианта. Задачи из старых вариантов, в которых искомая точка уже входит в число заданных, в новые варианты не войдут, будут исправлены.]
8. На плоскости даны точки $A(1;-3)$, $B(0;2)$, $C(-1;4)$. Составить уравнение прямой, содержащей высоту треугольника ABC , проведённую из вершины A .
9. Найти сумму координат точки пересечения с осью OX плоскости, проходящей через точки $A(1;2;3)$, $B(2;-1;1)$, $C(-1;-2;0)$. [Комментарий: задача из старого варианта. Задачи из старых вариантов, в которых искомая точка уже входит в число заданных, в новые варианты не войдут, будут исправлены.]
10. В пространстве даны точки $A(2;0;-1)$, $B(5;3;-7)$. Найти точку пересечения прямой AB с плоскостью $2x - 4y + 3z + 8 = 0$. [Комментарий: задача составляется так, что во всех вариантах плоскость и прямая пересекаются в одной точке, координаты которой являются небольшими целыми числами.]
11. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и определить тип кривой $9x^2 - 18x - 4y^2 + 16y - 7 = 0$. [Комментарий: во всех вариантах уравнение не содержит смешанного члена второго порядка. В некоторых вариантах встречаются пара пересекающихся прямых, одна точка, мнимый эллипс.]
12. Найти комплексные корни квадратного уравнения $z^2 - 6z + 18 = 0$.
[Комментарий: задача составляется так, что во всех вариантах дискриминант отрицателен и модуль его является квадратом натурального числа из первого десятка.]

Составила П. Д. Чернова

№1 На плоскости даны точки $A(3; 7)$ $B(-2; -5)$ вычислить расстояние между ними.

$$A(3; 7) \quad B(-2; -5) \quad \sqrt{(-2-3)^2 + (-5-7)^2} = \sqrt{25+144} = 13$$

№2 $\overline{AB} = \{2; 0; -1\}$ в пространстве даны точки, вычислить векторное произведение $\overline{AB} \times \overline{AC}$
 $\overline{AC} = \{0; 2; 2\}$ $A(1; 2; 0)$ $B(3; 2; -1)$ $C(1; 4; 2)$

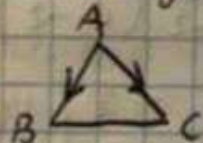
$$\overline{AB} \times \overline{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \end{vmatrix} = i \cdot 2 - j \cdot 4 + k \cdot 4 \quad \{2; -4; 4\}$$

$$a = \overline{AB} \times \overline{AC}; \quad \overline{AB} \cdot a = 2 \cdot 2 + 0 \cdot (-4) + (-1) \cdot 4 = 0$$

$$\overline{AC} \cdot a = 0 \cdot 2 + 2 \cdot (-4) + 2 \cdot 4 = 0 - 8 + 8 = 0$$

№3 В пространстве даны точки. Вычислить $\cos \angle BAC$

$$\overline{AB} = \{3; -4; 0\} \quad \overline{AC} = \{-1; -2; 2\}$$



$$A(1; 2; 1) \quad B(4; -2; 1) \quad C(0; 0; 3)$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{9+16+0} = \sqrt{25} = 5$$

$$|\overline{AC}| = \sqrt{1+4+4} = \sqrt{9} = 3$$

$$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = -1 \cdot 3 + (-4) \cdot (-2) + 0 = -3 + 8 = 5$$

$$\cos \alpha = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}{|\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}|} = \frac{5}{5 \cdot 3} = \frac{1}{3}$$

№4 а) доказать что 4 точки лежат в одной плоскости

$$A(1; 2; 1) \quad B(4; -2; 1) \quad C(0; 0; 3) \quad D(3; -4; 3)$$

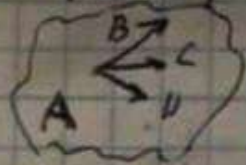
$$\overline{AB} = \{3; -4; 0\}$$

$$\overline{AC} = \{-1; -2; 2\}$$

$$\overline{AD} = \{2; -6; 2\}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -4 & 0 \\ -1 & -2 & 2 \\ 2 & -6 & 2 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -6 & 2 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} + 0 = 3 \cdot 8 - 4 \cdot 6 + 8 = 0 \Rightarrow$$

$$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \overline{AD} \cdot \overline{AC} = 0$$



8) Вычислить объем тетраэдра

$$A(2; 0; 1) \quad B(1; 1; 1) \quad C(2; 1; -1) \quad D(4; 3; 3)$$

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \{-1; 1; 0\} \\ \overline{AC} &= \{0; 1; -2\} \\ \overline{AD} &= \{2; 3; 2\} \end{aligned} \quad \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & 2 \end{vmatrix} = -1 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} + 0 = -1 \cdot 8 - 1 \cdot 4 = -12$$

$$V_{\text{тетр}} = \frac{1}{6} |\overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AD}| = 2$$

95 дана матрица, найти обратн. и выполнить проверку.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad M \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \quad \Delta = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = -2$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1.5 & -0.5 \end{pmatrix}$$

$$E = A \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{96} \quad & \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 14 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 7 \end{array} \right) \xrightarrow{(-1)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 14 \\ 0 & -1 & -4 & -14 \\ 2 & 1 & 1 & 7 \end{array} \right) \xrightarrow{(-2)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 14 \\ 0 & -1 & -4 & -14 \\ 0 & -3 & -5 & -21 \end{array} \right) \xrightarrow{(-3)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 14 \\ 0 & -1 & -4 & -14 \\ 0 & 0 & 7 & 21 \end{array} \right) \end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 14 \\ 0 & -1 & -4 & -14 \\ 0 & 0 & 7 & 21 \end{array} \right) \xrightarrow{(-1)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 14 \\ 0 & 1 & 4 & 14 \\ 0 & 0 & 7 & 21 \end{array} \right) \xrightarrow{:7} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 14 \\ 0 & 1 & 4 & 14 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right) \quad \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$x + 2y + 3z = 14$$

$$x = 1$$

решить систему

$$0 + y + 4z = 14$$

$$y = 2$$

мет. Гаусса

$$0 + 0 + z = 3$$

$$z = 3$$

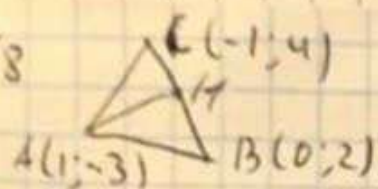
97 Найти Т. Пересек с осью OX прямой, проходящей через A(1; 2) B(5; 4)

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} \Rightarrow \frac{x-1}{5-1} = \frac{y-2}{4-2} \Rightarrow \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{2}$$

$$2(x-1) = 4(y-2) \Rightarrow 2x-2 = 4y-8 \Rightarrow 2x-4y = -6$$

$$y=0 \Rightarrow \text{т.к. OX} \quad 2x = -6 \quad x = -3$$

N8



$$\vec{BC} = \{-1; 2\} = \vec{N}$$

$$\begin{cases} x = 1 + (-1)t \\ y = -3 + 2t \end{cases} \text{ параметрич. вид}$$

$$AM = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$AM: -1(x-1) + 2(y+3)$$

Составить ур прямой,
содержащей высоту AM и
из вершины A

$$-x + 1 + 2y + 6 = 0; x - 2y - 7 = 0 \text{ (канонич. вид)}$$

N9

$x - x_A$	$y - y_A$	$z - z_A$	$A(1; 2; 3)$
$x_B - x_A$	$y_B - y_A$	$z_B - z_A$	$B(2; -1; 1)$
$x_C - x_A$	$y_C - y_A$	$z_C - z_A$	$C(-1; -2; 0)$

$$\begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z-3 \\ 1 & -3 & -2 \\ -2 & -4 & -3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (x-1) \begin{vmatrix} -3 & -2 \\ -4 & -3 \end{vmatrix} - (y-2) \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} + (z-3) \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -2 & -4 \end{vmatrix} = 0$$

(найти Т. пересек с Ox через точку)

$$= x - 1 + 7y - 14 - 10z + 30; x + 7y - 10z + 15 = 0$$

$$\text{Т.к. с осью } Ox \Rightarrow (x; 0; 0); x + 7 \cdot 0 - 10 \cdot 0 + 15 = 0$$

$$x + 15 = 0; x = -15 \text{ Ответ: } (-15; 0; 0)$$

N10 $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$ $2x - 4y + 3z + 8 = 0$
 $A(2; 0; -1) \quad B(5; 3; -7)$

Найти Т. пересек AB с плоск.

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y-0}{3} = \frac{z+1}{-6}$$

$$\begin{aligned} 3(x-2) &= 3(y-0) \Rightarrow 3x-6=3y & x &= 2+y \\ -6(y-0) &= 3(z+1) \Rightarrow -6y=3z+3 & z &= -2y-1 \end{aligned}$$

$$2(2+y) - 4y + 3(-2y-1) + 8 = 0$$

$$4+2y-4y-6y-3+8=0; -8y+9=0; y = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$$

$$x = \frac{25}{8}; z = -\frac{26}{8}$$

$$N1 \quad 9x^2 - 18x - 4y^2 + 16y - 7 = 0$$

$$B = 9x^2 - 4y^2 ; B = \begin{vmatrix} 9 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = -36$$

$\Delta < 0 \Rightarrow$ кривая II порядка гиперб. типа.

Если $\Delta = 0$ параболич. тип

Если $\Delta > 0$ эллиптит. вид

$$9(x^2 - 2x) - 4(y^2 - 4y) - 7 = 0$$

$$9((x-1)^2 - 1) - 4((y-2)^2 - 4) - 7 = 0$$

$$9(x-1)^2 - 9 - 4(y-2)^2 + 16 - 7 = 0$$

$$9(x-1)^2 - 4(y-2)^2 = 0$$

$$\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y-2)^2}{9} = 0$$

$$N2 \quad z^2 - 6z + 18 = 0$$

$$D = 36 - 4 \cdot 1 \cdot 18 = -36$$

$$\sqrt{D} = \pm 6i$$

$$z_{1,2} = \frac{6 \pm 6i}{2} = 3 \pm 3i$$

$$\begin{cases} z_1 = 3 - 3i \\ z_2 = 3 + 3i \end{cases}$$

$$\begin{cases} z_1 = 3 - 3i \\ z_2 = 3 + 3i \end{cases}$$

привести ур. кривой
к канонич. виду
и определить
тип

найти комплекс.
корни кв. в. ур-ния.