

## Пробный билет по линейной алгебре

1 семестр 2023-24

1. Решить матричное уравнение  $\begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

2. Решить систему методом Крамера

$$\begin{cases} 5x + 8y - z = 7, \\ 2x - 3y + 2z = 9, \\ x + 2y + 3z = 1. \end{cases}$$

или

2. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_4 + x_5 = 2, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 3, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 1, \\ 4x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 5x_4 - 7x_5 = 4. \end{cases}$$

3. Найти фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 - 8x_4 = 0. \end{cases}$$

или

3. Вычислить  $A^{200}$ , если  $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ .

4. Найти уравнение прямой, проходящей через точку  $M(-2; 6)$  и составляющей с осью  $Ox$

угол, вдвое меньший угла, который составляет с осью  $Ox$  прямая  $\sqrt{3}y - 3x + 5 = 0$ .

или

4. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = 2\vec{p} - 3\vec{q}$  и

$\vec{b} = 2\vec{p} + \vec{q}$ , если  $|\vec{p}| = 3$ ,  $|\vec{q}| = 4$ , а угол между векторами  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$  составляет  $135^\circ$ .

или

4. Найти координаты точек  $A$  и  $B$ , если известно, что точки  $C(-6; 21)$  и  $D(-2; 11)$

делят отрезок  $AB$  в отношении  $1 : 2 : 1$ .

5. Дана треугольная пирамида с вершинами в точках  $A(2; -1; 2)$ ,  $B(2; 1; 3)$ ,  $C(1; 0; 1)$  и  $D(6; 4; 5)$ . Найти ее высоту, проведенную из точки  $D$ .

или

5. Доказать, что прямые

$$\begin{cases} 2x + 2y - z - 10 = 0, \\ x - y - z - 22 = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \frac{x+7}{3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-9}{4}$$

параллельны и найти расстояние между ними.

или

5. Доказать, что прямые

$$\frac{x+7}{3} = \frac{y+4}{4} = \frac{z+4}{-2} \quad \text{и} \quad \frac{x-21}{6} = \frac{y-21}{-4} = \frac{z-2}{-1}$$

являются скрещивающимися и вычислить расстояние между ними.

6. Уравнение кривой второго порядка  $x^2 - 2x + 4y + 5 = 0$  привести к каноническому виду, указать формулы перехода к системе координат, в которой уравнение линии принимает канонический вид, определить тип кривой второго порядка и ее эксцентриситет.

7. Решить уравнение  $x^4 - 2x^3 + 4x - 4 = 0$ , зная, что один из его корней равен  $x_1 = 1 - i$ .

8. В треугольнике  $ABC$  найти координаты центра вписанной окружности и ее радиус, если даны координаты вершин  $A(-1; 1)$  и  $B(-11; 6)$  и  $C(-7; -2)$ .