Та самая

ШВОНЬ

Только теперь еще немного более

ЛЕГЕНДАРНАЯ

ШИЗИКА

3 семестр

Оглавление

1. Волновые свойства света

1.1. Расстояние между двумя точками прозрачной диэлектрической среды $l = 4$ м. Показатель преломления среды $n = 1{,}5$. Чему равна оптическая длина пути L от одной точки до другой?

Показатель преломления света – оптическая характеристика прозрачной однородной среды, показывающая, во сколько раз скорость света в вакууме больше скорости света в данной среде:

$$n = \frac{c}{v}.$$

Оптическая длина пути между точками A и B прозрачной среды – расстояние, на которое свет распространился бы в вакууме за время его прохождения от точки A до точки B в среде. Поскольку скорость света в любой среде меньше его скорости в вакууме, оптическая длина пути всегда больше реально проходимого расстояния. В однородной среде оптическая длина пути равна

$$L = nl,$$

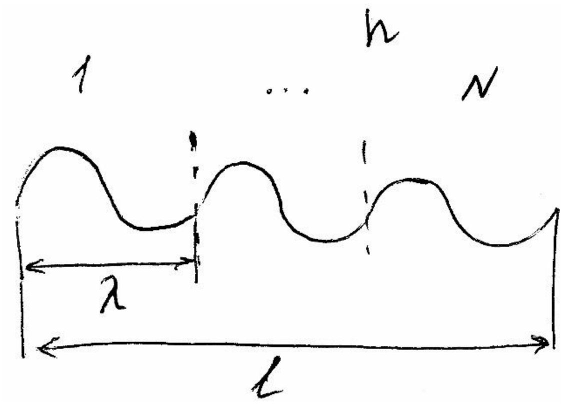
где n – показатель преломления среды, l – расстояние AB.

$$L = nl = 1{,}5 \cdot 4 = 6 \text{ м}$$

1.2. Определить длину отрезка l_1, на котором укладывается столько же длин волн света в вакууме, сколько их укладывается на отрезке l_2 длиной 3 мм в воде (показатель преломления воды $n = 1{,}33$).

Пройденный волной оптический путь равен $L = nl$. *Число длин волн*, укладывающихся на этом отрезке, найдем как отношение длины отрезка к длине волны света:

$$N = \frac{L}{\lambda} = \frac{nl}{\lambda}.$$



$$L_1 = l_1 - \text{в вакууме}$$

$$L_2 = nl_2 - \text{в воде}$$

$$N = \frac{nl}{\lambda} - \text{количество длин волн}$$

$$\frac{l_1}{\lambda} = \frac{nl_2}{\lambda}$$

$$l_1 = l_2 n = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}33 = 3{,}99 \text{ мм}$$

1.3. Определить разность фаз $\Delta\varphi$ двух интерференционных лучей, имеющих оптическую разность хода $\Delta = 1{,}5\lambda$.

Оптическая разность хода волн – разность оптических длин путей, проходимых волнами:

$$\Delta = L_2 - L_1 = l_2 n_2 - l_1 n_1.$$

Оптическая разность хода отличается от обычной разности хода тем, что она учитывает показатель преломления среды. Это связано с тем, что при переходе света из одной среды в другую изменяется его длина волны.

Разность фаз световых волн, распространяющихся в среде, обычно выражают через оптическую разность хода:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda_0},$$

где λ_0 – длина волны света в вакууме.

Такое соотношение можно получить, положив у двух когерентных волн $x_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_{01})$ и $x_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_{02})$ одинаковую начальную фазу $\varphi_{01} = \varphi_{02}$. Тогда

$$\Delta\varphi = \omega(t_2 - t_1) = \omega\left(\frac{l_2}{v_2} - \frac{l_1}{v_1}\right) = \frac{\omega}{c}(l_2 n_2 - l_1 n_1).$$

Так как $\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$, то имеем окончательно

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}(L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta.$$

Когерентность подразумевает выполнение у волн двух условий:

1) Одинаковая частота: $\nu_1 = \nu_2$;

2) Постоянная разность фаз: $\varphi_2(t) - \varphi_1(t) = const$.

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot \frac{3}{2}\lambda}{\lambda} = 3\pi \text{ рад}$$

1.4. Скорость распространения электромагнитных волн в некоторой среде v равна 250 Мм/с. Определить их частоту ν в вакууме, если длина этих электромагнитных волн в этой среде $\lambda = 250$ м.

По определению *длина волны* – расстояние, которое волна проходит за время, равное периоду колебаний:

$$\lambda = vT,$$

где v – скорость распространения волны в данной среде.

Период и *частота колебаний* – взаимно обратные величины:

$$T = \frac{1}{\nu}; \qquad \nu = \frac{1}{T}.$$

Период колебаний – время, за которое волна совершает одно полное колебание. *Частота колебаний* определяет, сколько колебаний в единицу времени совершает волна.

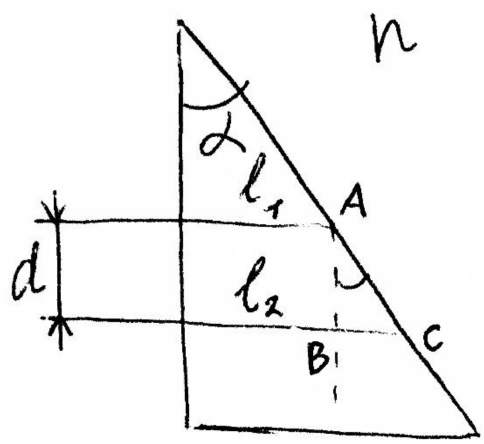
$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu}$$

$$\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{250 \cdot 10^6}{250} = 1 \text{ МГц}$$

1.5. Скорость распространения электромагнитных волн в некоторой среде v равна 200 Мм/с. Определить длину электромагнитных волн λ в этой среде, если их частота колебаний в вакууме $\nu = 2$ МГц.

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu} = \frac{200 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^6} = 100 \text{ м}$$

1.6.* Два параллельных световых пучка, отстоящих друг от друга на расстоянии $d = 5$ см, падают на кварцевую призму ($n = 1{,}49$) с преломляющим углом $\alpha = 25°$. Определите оптическую разность хода Δ этих пучков на выходе их из призмы.



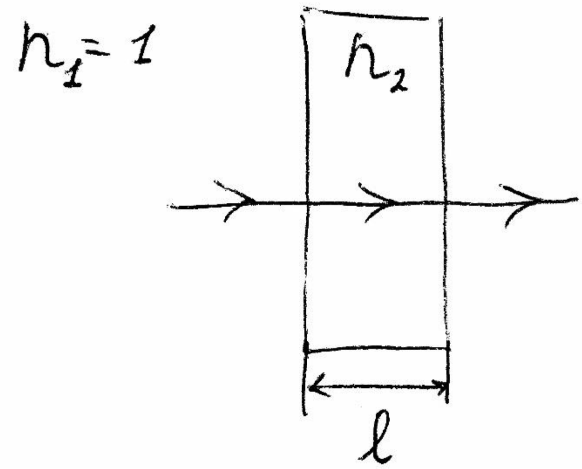
$$\Delta = (l_2 - l_1)n$$

$$\Delta = BC \cdot n$$

$$BC = d \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$\Delta = d \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot n = 5 \cdot 10^{-2} \cdot \operatorname{tg} 25° \cdot 1{,}49 = 3{,}47 \text{ см}$$

1.7.* На пути световой волны, идущей в воздухе, поставили стеклянную пластинку ($n = 1{,}49$) толщиной $l = 1$ мм. Во сколько раз изменится оптическая длина пути L, если волна падает на пластинку нормально?



$$L_1 = l$$

$$L_2 = nl$$

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{nl}{l} = 1{,}49$$

1.8. Световой пучок с длиной волны $\lambda = 450$ нм нормально падает на стеклянную пластинку ($n = 1{,}49$) толщиной $l = 1$ мм. Найти, сколько длин волн укладывается внутри этой пластинки при прохождении пучка через пластинку.

$$L = \lambda N$$

$$N = \frac{L}{\lambda} = \frac{nl}{\lambda} = \frac{1{,}49 \cdot 10^{-3}}{450 \cdot 10^{-9}} = 3311$$

1.9. На пути светового пучка с длинной волны $\lambda = 450$ нм, идущей в воздухе, поставили стеклянную пластинку ($n_2 = 1{,}49$). Во сколько раз изменится длина волны светового пучка в пластинке?

$$n_1 = \frac{c}{v_1}; \qquad n_2 = \frac{c}{v_2}$$

$$n_1 v_1 = n_2 v_2$$

$$\lambda_1 = v_1 T; \qquad \lambda_2 = v_2 T$$

$$n_1 \frac{\lambda_1}{T} = n_2 \frac{\lambda_2}{T}$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{1{,}49} = 0{,}67$$

2. Интерференция света. Дифракция света

Колебание разделяет пространство на три области: точки, до которых волна еще не дошла, точки, которые в данный момент времени испытывают на себе воздействие этой волны, и точки, через которые волна уже прошла. *Фронтом волны* называется поверхность, которая отделяет часть пространства, уже вовлеченную в волновой процесс, от области, в которой колебания еще не возникли.

Волновой поверхностью называется геометрическое место точек волны, колеблющихся в одинаковой фазе. Что бы это ни значило.

Согласно *принципу Гюйгенса-Френеля*, каждая точка волнового фронта, то есть среды, до которой дошло возмущение, сама становится источником вторичных сферических волн. Причем такие волны будут когерентны между собой. Принцип Гюйгенса-Френеля имеет наглядное истолкование: частицы среды, до которых доходят колебания, в свою очередь, колеблясь, приводят в движение соседние частицы среды, с которыми они взаимодействуют.

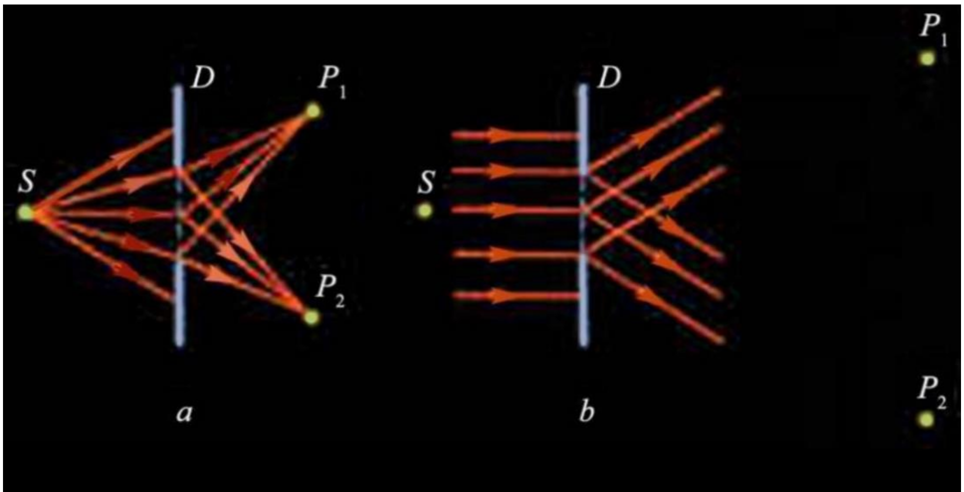
Для того, чтобы, зная положение волновой поверхности в момент времени t, найти ее положение в следующий момент времени $t + \Delta t$, нужно каждую точку волновой поверхности рассматривать как источник вторичных волн. Поверхность, касательная ко всем вторичным волнам, представляет собой волновую поверхность в следующий момент времени.

2.1. На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Постоянная решетки $d = 4$ мкм. Определить наибольший порядок спектра k, полученный с помощью этой решетки.

Монохроматический свет – световая волна, обладающая очень малым разбросом длин волн (частот), в идеале – одной длиной волны (частотой), постоянной во времени.

Дифракция света – огибание волнами препятствий, то есть отклонение световой волны от прямолинейного распространения при прохождении через малые отверстия. При этом важно, чтобы размер этих отверстий был порядка длины падающей на них волны, иначе дифракции не произойдет.

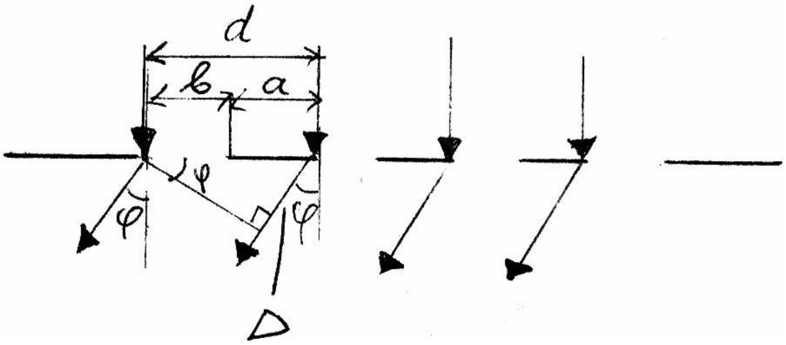
Обычно различают два вида дифракции. Если источник света и точка наблюдения находятся от препятствия настолько далеко, что лучи, падающие на препятствие, и лучи, идущие в точку наблюдения, образуют практически параллельные пучки, говорят о *дифракции Фраунгофера*. Если источник света и точка наблюдения находятся от препятствия на конечном расстоянии, то говорят о *дифракции Френеля*.



a – дифракция Френеля;
b – дифракция Фраунгофера

Дифракционная решетка – оптический прибор, действие которого основано на использовании явления дифракции света. Представляет собой систему параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками.

Дифракция света на дифракционной решетке при нормальном падении лучей



а) Условие главных максимумов интенсивности:

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda_0,\ \ k = 0, 1, 2, \ldots,$$

где $\Delta = d\sin\varphi$ – оптическая разность хода, $d = a + b = \frac{10^{-3}}{N}$ – период (постоянная) дифракционной решетки, b – ширина щели, a – ширина непрозрачной части, N – число штрихов на единицу длины, φ – угол дифракции (угол между нормалью к поверхности решетки и направлением дифрагированных волн), k – порядок главного максимума, λ_0 – длина падающей волны в вакууме;

б) Условие главных минимумов интенсивности:

$$b\sin\varphi = \pm k\lambda_0,\ \ k = 0, 1, 2, \ldots .$$

Детальный расчет интерференционной картины показывает, что в промежутках между главными максимумами существуют так называемые *дополнительные максимумы* и *минимумы*. Однако, ввиду очень малой их интенсивности, в реальных экспериментах мы их не увидим. И слава богу.

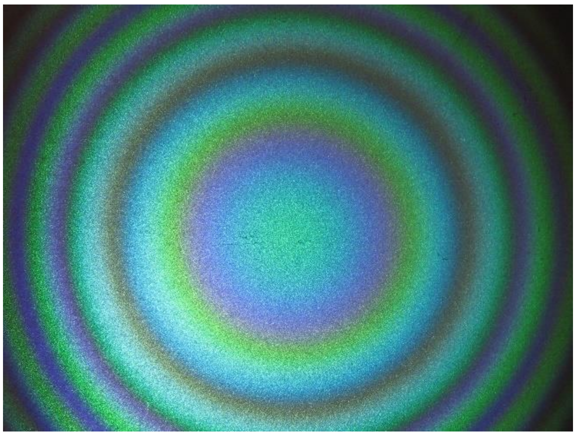
$$d\sin\varphi = k\lambda$$

$$k = \frac{d\sin\varphi}{\lambda}$$

$$k_{max} = \frac{d}{\lambda} = \frac{4\cdot10^{-6}}{600\cdot10^{-9}} = 6{,}67 \to 6$$

2.2.* В опыте Юнга расстояние между щелями $d = 1$ мм, а расстояние от щелей до экрана равно $l = 3$ м. Определите положение x, относительно главного максимума, третьей темной полосы, если щели освещать монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0{,}5$ мкм.

Интерференция света – перераспределение интенсивности света в результате наложения нескольких световых волн. *Стационарной интерференционной картиной* называется интерференция света, характеризующаяся образованием регулярного чередования в пространстве областей повышенной и пониженной интенсивности света, получающейся в результате наложения когерентных световых пучков.



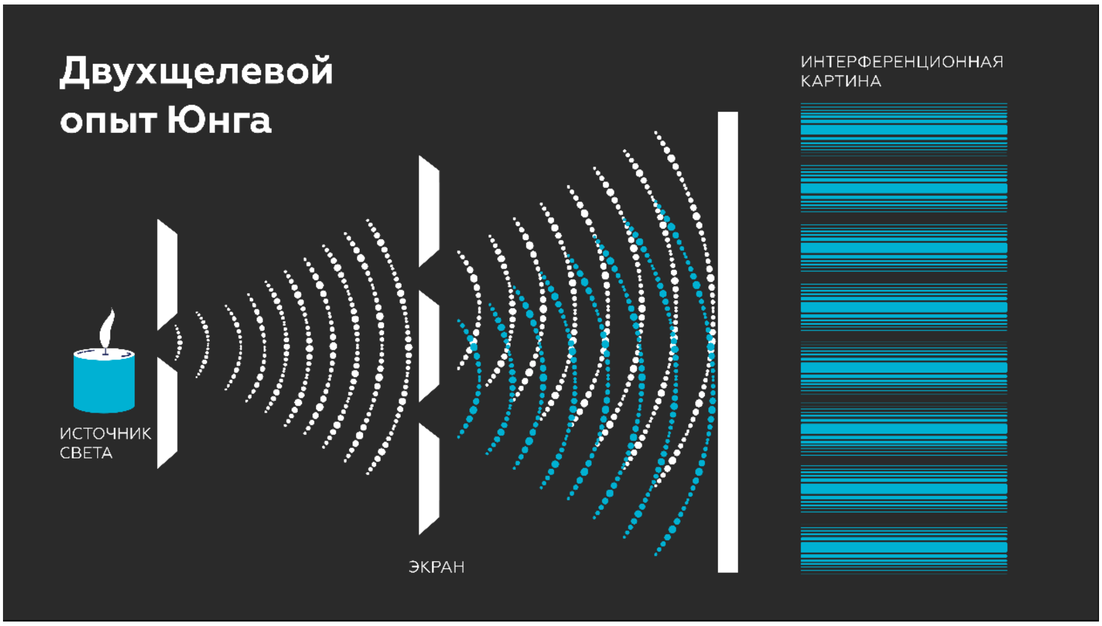
Условие максимумов интенсивности света при интерференции:

$$\Delta = \pm 2m\frac{\lambda_0}{2}, m = 0, 1, 2, \dots .$$

Условие минимумов интенсивности света при интерференции:

$$\Delta = \pm(2m + 1)\frac{\lambda_0}{2}, m = 0, 1, 2, \dots .$$

Опыт Юнга. Яркий свет солнечных лучей направляют на первый непрозрачный экран с небольшой прорезью, чтобы создать источник монохроматического света, то есть пучок света с небольшим разбросом частот. Затем полученный пучок падает на второй экран, на котором проделаны две узкие щели на небольшом расстоянии друг от друга. При этом размер каждой щели примерно соответствует длине волны излучаемого первой прорезью света. В результате этого образуются два когерентных источника света с одинаковой частотой и постоянной разностью фаз колебания. Волны из этих источников начинают накладываться друг на друга, что ведет к их взаимному усилению или ослаблению на разных участках, то есть образуется устойчивая интерференционная картина максимумов и минимумов амплитуды колебаний. В результате на третьем экране можно наблюдать череду светлых и темных полос. Темные полосы будут возникать там, где волны от двух щелей загасили друг друга, светлые – там, где они усилились.



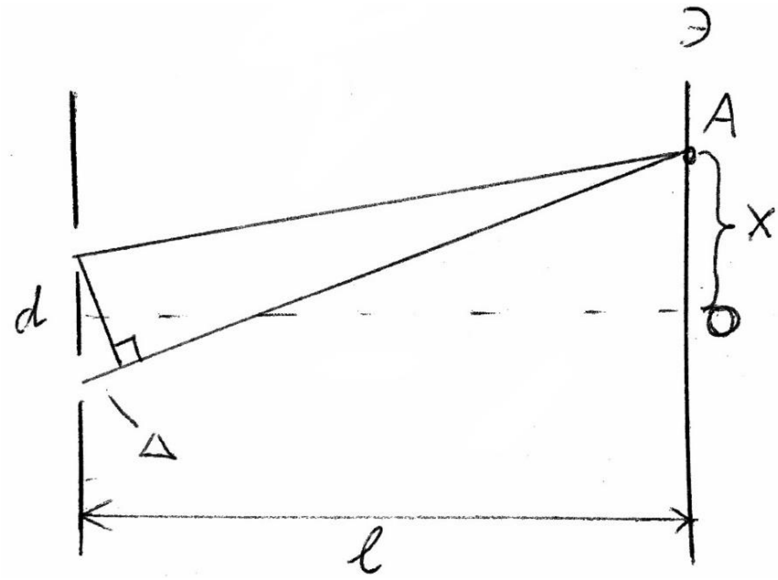
Условия для интерференции

1) *Когерентность источника света*. Интерференционную картину возможно наблюдать только при наложении когерентных источников света, но создать два различных когерентных источника практически невозможно. Поэтому все интерференционные опыты основаны на создании при помощи различных оптических систем двух или нескольких вторичных источников из одного первичного, которые будут когерентны. В опыте Юнга когерентными источниками являются две щели на втором экране.

2) *Влияние ширины щелей*. Интерференционная картина возникает на экране, когда ширина щелей приближается к длине волны проходящего через них монохроматического света. Если ширину прорезей увеличивать, то освещенность

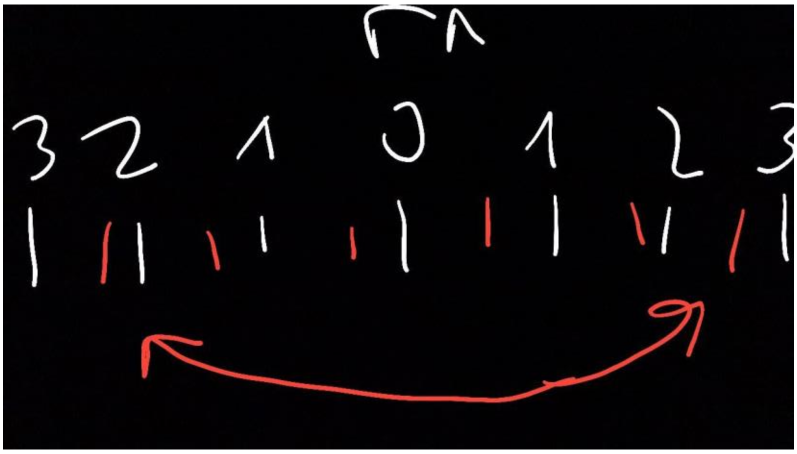
экрана будет возрастать, но выраженность минимумов и максимумов интерференционной картины будет падать вплоть до полного ее исчезновения.

3) *Влияние расстояния между щелями*. Частота следования интерференционных полос увеличивается прямо пропорционально расстоянию между щелями, в то время как ширина дифракционной картины остается неизменной и зависит только от ширины щелей.



$$x = \Delta \cdot \frac{l}{d} = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \cdot \frac{l}{d} \text{ (см. решение)}$$

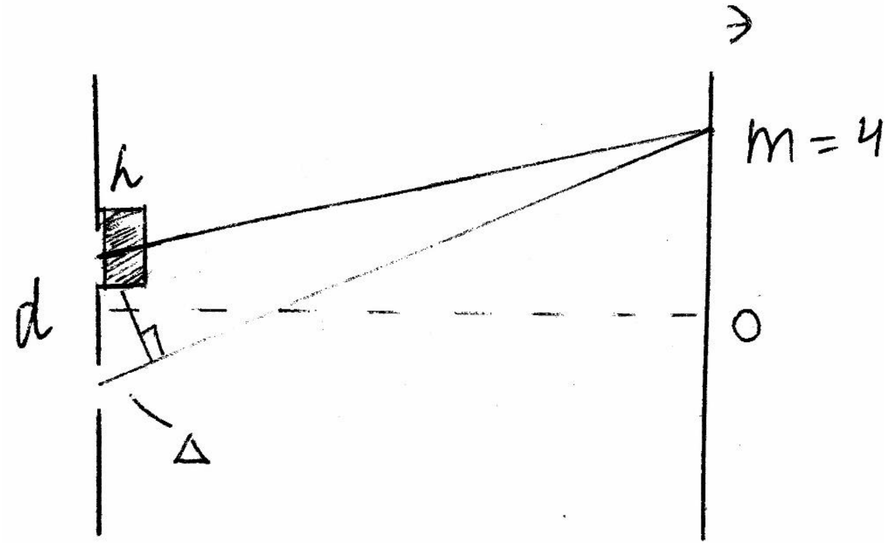
Отсчет максимумов начинается с главного максимума, который имеет нулевой номер



Поэтому третий по счету максимум имеет номер $m = 2$ (не 3)

$$x = \frac{5\lambda l}{2d} = 3{,}75 \text{ мм}$$

2.3.* Если в опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей поместить перпендикулярно этому лучу тонкую стеклянную пластинку ($n = 1{,}5$), то интерференционная картина смещается на $m = 4$ полосы. Длина волны $\lambda = 0{,}5$ мкм. Определить толщину пластинки.



$$L_1 = h$$

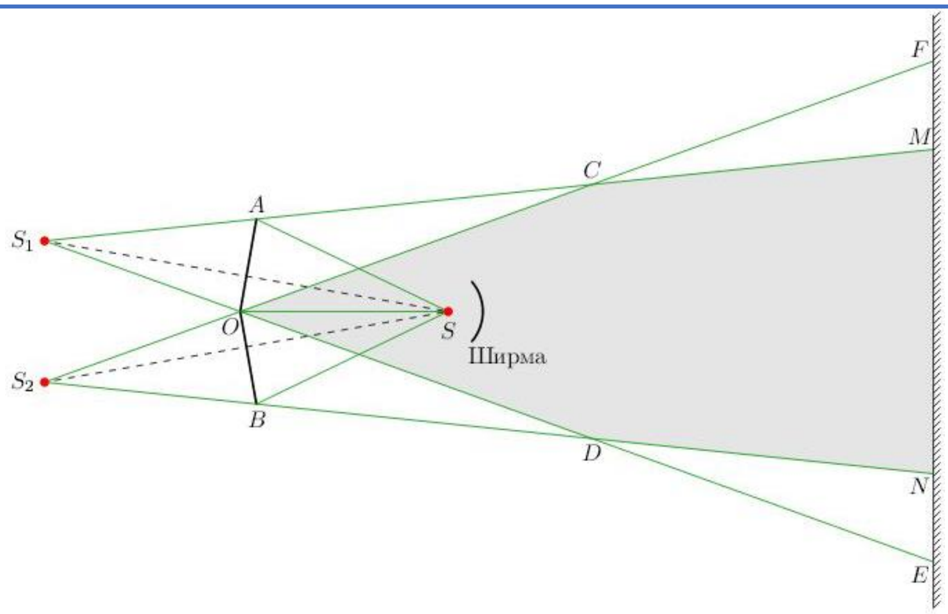
$$L_2 = hn$$

$$\Delta = L_2 - L_1 = h(n-1) = m\lambda$$

$$h = \frac{m\lambda}{n-1} = \frac{4 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-6}}{1{,}5 - 1} = 4 \text{ мкм}$$

2.4.* Определите, во сколько раз изменится ширина интерференционных полос b на экране в опыте с зеркалом Френеля, если фиолетовый светофильтр ($\lambda_1 = 0{,}4$ мкм) заменить красным ($\lambda_2 = 0{,}7$ мкм).

Зеркала Френеля. Два плоских зеркала OA и OB образуют почти развернутый угол и создают два близко расположенных мнимых изображения S_1 и S_2 точечного источника света S. Вдали расположен экран, ширма закрывает экран от прямых лучей источника. На экран, таким образом, попадают лишь лучи, отраженные от зеркал.



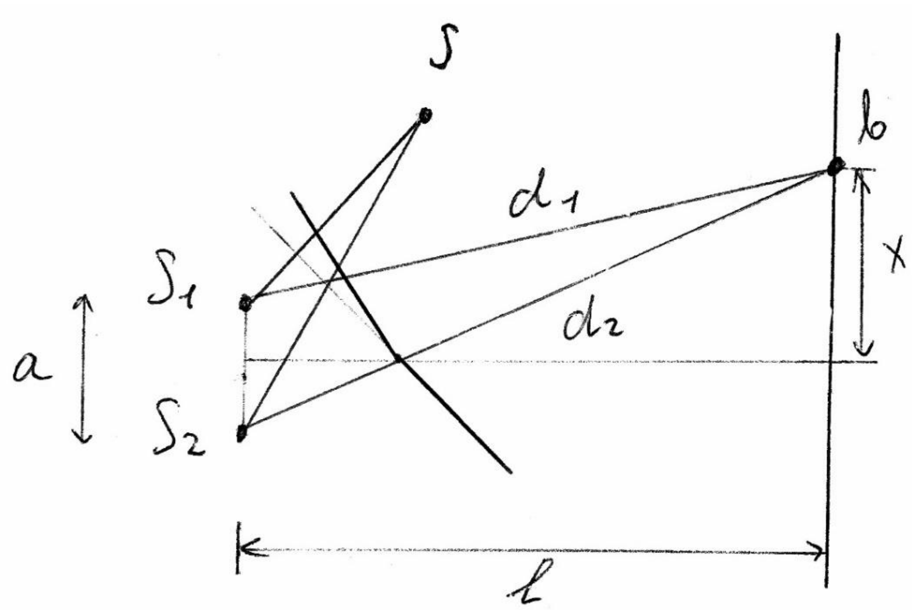
Лучи, отраженные зеркалом OA, образуют пучок $MAOE$, который как бы исходит из мнимого изображения S_1 источника S. Аналогично, лучи, отраженные зеркалом OB, образуют пучок $FOBN$, как бы исходящий из мнимого изображения S_2.

Эти пучки оказываются когерентными, поскольку когерентны мнимые источники S_1 и S_2, ведь эти источники – изображения одного и того же источника S, поэтому их частоты совпадают, и сдвиг фаз между ними равен нулю. Следовательно, в области $MCODN$, где перекрываются пучки, можно наблюдать устойчивую интерференционную картину. Фактически, в каждой точке данной области в каждый момент времени накладывается сама на себя одна и та же волна – с одним и тем же фиксированным для данной точки сдвигом фаз, определяемым разностью хода от источников S_1 и S_2.

Ширина интерференционных полос, наблюдаемых в опыте с зеркалами Френеля, равна

$$b = \frac{\lambda l}{a},$$

где $a = S_1S_2$, l – расстояние от прямой S_1S_2 до экрана.



$$d_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2$$

$$d_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2$$

$$d_2^2 - d_1^2 = \underbrace{(d_2 - d_1)}_{\Delta l} \underbrace{(d_2 + d_1)}_{\substack{2l, \\ \text{т.к. углы малые}}} = 2ax$$

$$\Delta l = \frac{ax}{l} = \Delta = m\lambda$$

$$x_m = m\frac{\lambda l}{a} - \text{координата полосы}$$

$$\Delta x = b = x_{m+1} - x_m = \frac{m\lambda l}{a} + \frac{\lambda l}{a} - \frac{m\lambda l}{a} = \frac{\lambda l}{a}$$

$$b_1 = \frac{\lambda_1 l}{a}$$

$$b_2 = \frac{\lambda_2 l}{a}$$

$$\frac{b_2}{b_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{0{,}7 \cdot 10^{-6}}{0{,}4 \cdot 10^{-6}} = 1{,}75$$

2.5.* В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света равно $a = 0{,}5$ мм, расстояние от них до экрана равно $l = 5$ м. В желтом свете ширина интерференционных полос равна $b = 6$ мм. Определите длину волны λ желтого света.

$$b = \frac{\lambda l}{a}$$

$$\lambda = \frac{ba}{l} = \frac{6 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3}}{5} = 600 \text{ нм}$$

2.6. На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Постоянная решетки $d = 2$ мкм. Определить полное число максимумов дифракционного спектра k, полученного с помощью этой решетки.

$$d \sin\varphi = k\lambda$$

$$k = \frac{d \sin\varphi}{\lambda}$$

$$k = \frac{d}{\lambda} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{600 \cdot 10^{-9}} = 3$$

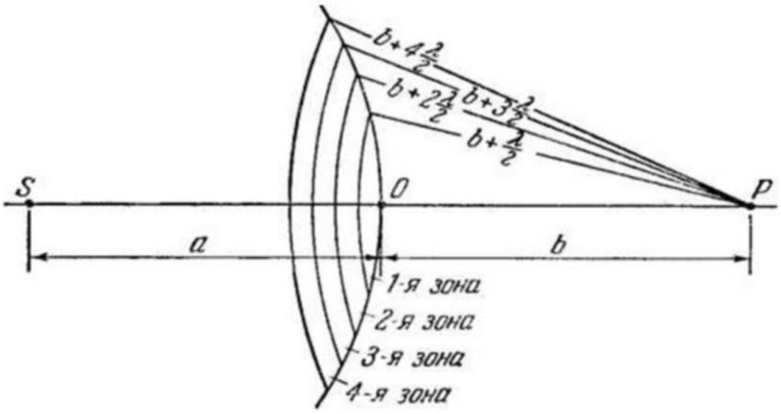
Мы определили максимальный порядок спектра – третий

Самих максимумов будет больше: -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3

Тогда ответ $2 \cdot 3 + 1 = 7$

2.7.* Определите радиус r_3 третьей зоны Френеля для случая плоской волны. Расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения равно $b = 1{,}5$ м. Длина волны $\lambda = 0{,}6$ мкм.

Зоной Френеля называется кольцеобразная часть волновой поверхности с такими внутренним и внешним радиусами, что разность хода волны, прошедшей через внутренний край зоны, и волны, прошедшей через внешний край зоны Френеля равна половине длины волны. Волна, идущая через какую-либо зону Френеля, и волна, идущая через соседнюю с ней зону, имеют сдвиг по фазе на π и, приходя в точку наблюдения, деструктивно интерферируют – гасят друг друга.



$$b_m = b + m\frac{\lambda}{2}$$

Радиус m-ой зоны Френеля

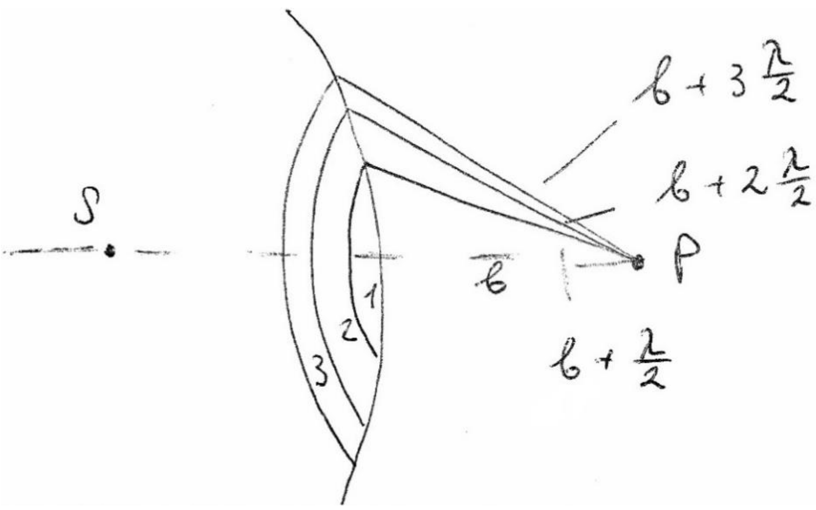
а) Для сферической волны:

$$r_m = \sqrt{\frac{mab\lambda}{a+b}};$$

б) Для плоской волны:

$$r_m = \sqrt{mb\lambda}.$$

У *сферических волн* волновые поверхности имеют форму концентрических сфер. Такие волны распространяются в однородной среде от точечного источника. Волна называется *плоской*, если ее волновые поверхности представляют собой совокупность параллельных плоскостей.



$$r^2 + b^2 = \left(b + m\frac{\lambda}{2}\right)^2$$

$$r^2 = mb\lambda + m^2\frac{\lambda^2}{4}$$

$$\lambda \ll b \Longrightarrow r \approx \sqrt{mb\lambda}$$

$$r_3 = \sqrt{3 \cdot b\lambda} = \sqrt{3 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 10^{-6}} = 1{,}64 \text{ мм}$$

2.8.* Определите радиус r_4 четвертой зоны Френеля, если радиус второй зоны Френеля для плоского волнового фронта равен $r_2 = 2$ мм.

$$r_4 = \sqrt{4b\lambda}$$

$$r_2 = \sqrt{2b\lambda}$$

$$\frac{r_4}{r_2} = \sqrt{\frac{4b\lambda}{2b\lambda}}$$

$$r_4 = \sqrt{2}r_2 = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 2{,}83 \text{ мм}$$

2.9. На дифракционную решетку нормально падает естественный свет. Для длины волны $\lambda_1 = 630$ нм максимум третьего порядка виден под углом $\varphi = 60°$. Какая длина волны имеет максимум четвертого порядка при том же угле?

$$d\sin\varphi = 3\lambda_1$$

$$d\sin\varphi = 4\lambda_2$$

$$\lambda_2 = \frac{3}{4}\lambda_1 = \frac{3}{4} \cdot 630 \cdot 10^{-9} = 472{,}5 \text{ нм}$$

2.10. Монохроматический свет нормально падает на дифракционную решетку. Определите угол дифракции φ_2, соответствующий максимуму четвертого порядка, если максимум третьего порядка отклонен на угол $\varphi_1 = 18°$.

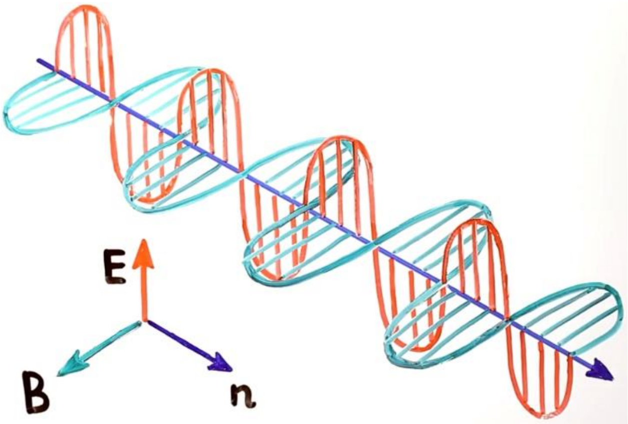
$$d\sin\varphi_1 = m_1\lambda$$

$$d \sin \varphi_2 = m_2 \lambda$$

$$\varphi_2 = \arcsin\left(\frac{m_2}{m_1} \sin \varphi_1\right) = \arcsin\left(\frac{4}{3} \sin 18°\right) = 24{,}33°$$

3. Поляризация света

Свет, как и все электромагнитные волны, является поперечной волной, то есть такой волной, у которой векторы напряженности электрического поля $\vec{E}$ и магнитной индукции $\vec{B}$ взаимно перпендикулярны направлению распространения волны (вектору нормали к волновой поверхности).

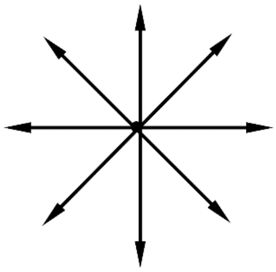


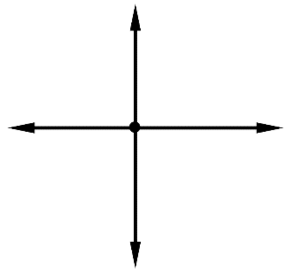
Для описания световой волны принято использовать вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$, так как световые ощущения в органах зрения вызывает преимущественно электрическая составляющая электромагнитной волны. Поэтому вектор $\vec{E}$ также называют *световым вектором*.

Свет, в котором направления колебаний светового вектора $\vec{E}$ каким-либо образом упорядочены, называется *поляризованным*.

У света от естественных источников направление вектора $\vec{E}$ в каждый момент времени непредсказуемо, и излучение такого источника является неполяризованным. Можно сказать, что в естественном свете направление колебаний вектора напряженности электрического поля быстро и беспорядочно изменяется, причем все направления колебаний равновероятны.

Неполяризованный свет изображается в виде двойных стрелок, имеющих самое разное направление. Однако, любое колебание можно разложить на два взаимно перпендикулярные колебания. *Естественный свет* удобно, поэтому, рассматривать как совокупность двух некогерентных световых волн, поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях со случайно изменяющимися фазами колебаний.





Поляризатор – это оптический прибор, пропускающий колебания, совершаемые лишь в одной плоскости, называемой *плоскостью пропускания*, и полностью или частично задерживающий все остальные колебания в зависимости от угла между направлением $\vec{E}$ и плоскостью пропускания поляризатора.

После прохождения через идеальный поляризатор получается *линейно*- или *плоско-поляризованный свет*, в котором колебания вектора $\vec{E}$ происходят только в одной определенной плоскости. После прохождения через несовершенный поляризатор получается *частично поляризованный свет* – свет, у которого колебания в определенном направлении преобладает над колебаниями в другом направлении. Частично поляризованный свет можно представить как наложение естественного и линейно-поляризованного света.

Эллиптически-поляризованный свет получается при наложении двух когерентных волн, линейно поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях. У такой волны конец вектора $\vec{E}$ в любой точке пространства, вращаясь, описывает эллипс за один период светового колебания.

Частным случаем эллиптической поляризации является *циркулярная* или *круговая поляризация*. У волн с таким видом поляризации конец вектора $\vec{E}$ при вращении описывает окружность.

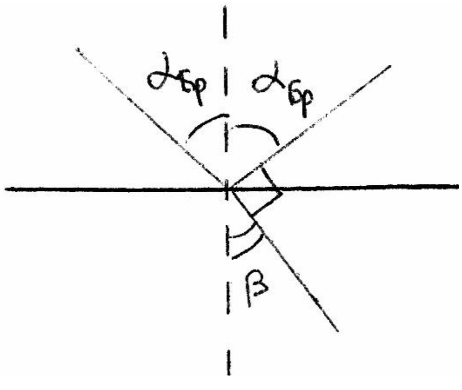
Чтобы исследовать, является ли свет после прохождения поляризатора действительно линейно-поляризованным, на пути лучей ставят второй поляризатор, который называют *анализатором*. Оба поляризатор и анализатор – суть один и тот же оптический прибор, а различие между ними состоит лишь в их функции. Поляризатор выделяет из естественного света пучок с одним направлением колебаний вектора $\vec{E}$, а анализатор определяет, каково направление этих колебаний.

3.1.* Определите, под каким углом θ к горизонту должно находиться Солнце, чтобы лучи, отраженные от поверхности озера ($n = 1{,}33$), были максимально поляризованы.

Известно, что при падении света на границу раздела двух сред он частично отражается от нее. Другая часть световой волны испытывает преломление, то есть проходит дальше, изменяя свое направление.

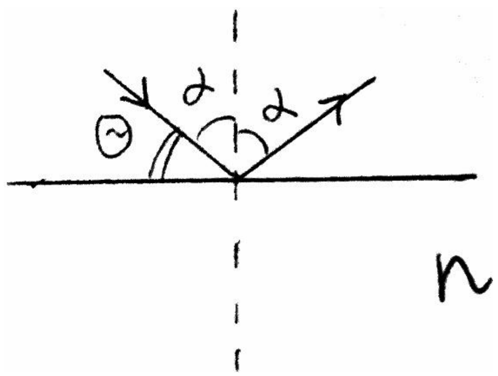
Как показывают опыты, степень поляризации волн при их отражении и преломлении на границе двух диэлектрических сред зависит от угла падения лучей. Существует некоторый угол падения, при котором отраженный свет оказывается полностью поляризован. Этот угол получил название *угла Брюстера*. Преломленная волна в этом случае остается частично поляризованной, но с максимальной степенью поляризации. Значение угла Брюстера $\alpha_{\text{Бр}}$ зависит от показателей преломления n_1 и n_2 сред, на границе которых происходит отражение и преломление, и определяется из соотношения, называемого законом Брюстера.

Закон Брюстера – если луч падает на границу раздела двух сред под таким углом $\alpha_{\text{Бр}}$, что отраженный и преломленный лучи перпендикулярны, то отраженный луч будет полностью поляризован, а степень поляризации преломленного луча будет максимальной.



Выражение для закона Брюстера:

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{Бр}} = \frac{n_2}{n_1}.$$



$$\operatorname{tg} \alpha = n$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} n = 53°$$

$$\theta = 90° - 53° = 37°$$

3.2. Степень поляризации частично поляризованного света равна $P = 0{,}5$. Во сколько раз отличается максимальная интенсивность света, пропускаемого через анализатор, от минимальной?

Интенсивностью света называют величину, равную модулю среднего по времени значения плотности потока энергии, переносимой световой волной:

$$I = \left| \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \vec{S}\, dt \right| = \left| \frac{1}{\tau} \int_0^\tau [\vec{E} \times \vec{H}]\, dt \right|,$$

где $\vec{E}$ и $\vec{H}$ – векторы напряженности электрического и магнитного полей соответственно, $\vec{S}$ – вектор Пойнтинга, равный количеству энергии, переносимой в единицу времени через единичную площадь, нормальную к направлению распространения волны. Размерность $[S] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

Таким образом, интенсивность света характеризует численное значение средней энергии, переносимой световой волной в единицу времени через единицу площади поверхности, перпендикулярной направлению распространения волны.

Степенью поляризации называется величина

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}.$$

Этот параметр изменяется в пределах от нуля до единицы, то есть $0 \leq P \leq 1$. Если свет полностью поляризован, то $I_{min} = 0$ и $P = 1$. Для естественного света $P = 0$, поскольку в этом случае интенсивность проходимого через поляризатор света вообще не зависит от положения его плоскости пропускания, а, значит, $I_{max} = I_{min}$.

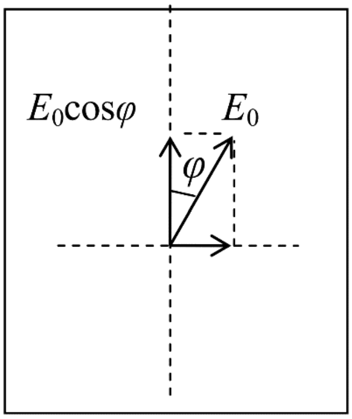
$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{1}{2}$$

$$2I_{max} - 2I_{min} = I_{max} + I_{min}$$

$$I_{max} = 3I_{min}$$

$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = 3$$

3.3. Найти угол φ между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, проходящего через поляризатор и анализатор, уменьшается в 4 раза.



Представим колебание светового вектора как сумму двух взаимно перпендикулярных колебаний, одно из которых совпадает с плоскостью пропускания поляризатора. Если амплитуда колебаний светового вектора в падающей волне равна E_0, то поляризатор пропустит колебания с амплитудой $E_0 \cos\varphi$. Поскольку интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды, имеем

$$I = I_0 \cos^2 \varphi.$$

Это выражение носит название *закона Малюса*, который показывает, как уменьшается интенсивность поляризованного света при прохождении через поляризатор.

В естественном свете нет выделенного направления колебаний светового вектора, и угол между направлением вектора $\vec{E}$ и плоскостью пропускания поляризатора может принимать все возможные значения от 0 до 2π. Чтобы рассчитать уменьшение интенсивности такого света при пропускании его через поляризатор, в законе Малюса необходимо взять среднее по всем углам значение квадрата косинуса, равное $\frac{1}{2}$. В результате получим

$$I = I_0 < \cos^2 \varphi >= \frac{1}{2} I_0.$$

Таким образом, интенсивность прошедшего через поляризатор естественного света уменьшается вдвое. Этот результат является вполне ожидаемым, если вспомнить, что такой свет можно представить в виде совокупности двух волн одинаковой интенсивности, поляризованных в двух взаимно перпендикулярных направлениях и имеющих случайные фазы.

Поставим на пути естественного света два поляризатора, плоскости пропускания которых образуют между собой угол φ. Применив закон Малюса для каждого из них, получим, что на выходе из такой системы интенсивность света равна

$$I = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \varphi.$$

Интенсивность полученной поляризованной волны будет, таким образом, равна $\frac{I_0}{2}$, если эти плоскости параллельны ($\varphi = 0$). Если же они перпендикулярны друг другу (такие поляризаторы называют скрещенными), свет вообще не пройдет через эту систему.

$$I = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \varphi = \frac{1}{4} I_0$$

$$\cos^2 \varphi = \frac{1}{2}$$

$$\varphi = 45°$$

3.4. Угол Брюстера при падении света из воздуха на кристалл каменной соли равен $\alpha_{\text{Бр}} = 57°$. Определить скорость света v в этом кристалле.

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{Бр}} = n = \frac{c}{v}$$

$$v = \frac{c}{\operatorname{tg} \alpha_{\text{Бр}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\operatorname{tg}(57°)} = 1{,}95 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

3.5. Угол между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора равен $45°$. Во сколько раз уменьшится интенсивность света, выходящего из анализатора, если угол увеличить до $60°$?

$$I_1 = \frac{I_0}{2} \cos^2 45°$$

$$I_2 = \frac{I_0}{2} \cos^2 60°$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{\cos 60°}{\cos 45°}\right)^2 = 2$$

3.6. Анализатор в 2 раза уменьшает интенсивность света, проходящего к нему от поляризатора. Определить угол между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора. Потерями света в анализаторе пренебречь.

$$I_2 = I_1 \cos^2 \varphi = \frac{I_1}{2}$$

$$\cos^2 \varphi = \frac{1}{2}$$

$$\varphi = 45°$$

3.7. Угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора составляет 30°. Определите во сколько раз изменится интенсивность, если угол между главными плоскостями станет равен 45°.

$$I_1 = \frac{I_0}{2}\cos^2 30°$$

$$I_2 = \frac{I_0}{2}\cos^2 45°$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{\cos 30°}{\cos 45°}\right)^2 = 1{,}5$$

3.8. Определите степень поляризации света P, который представляет собой смесь естественного света с плоско-поляризованным, если интенсивность поляризованного света равна интенсивности естественного.

Обозначим интенсивность поляризованной составляющей как $I_п$, а интенсивность естественной составляющей как $I_е$. Тогда, используя закон Малюса, максимальную интенсивность прошедшего через поляризатор света можно записать в виде

$$I_{max} = I_п + \frac{1}{2}I_е.$$

Минимальная интенсивность прошедшего света будет равна

$$I_{min} = \frac{1}{2}I_е.$$

Используем эти выражения для получения еще одной формулы для степени поляризации

$$P = \frac{I_п}{I_п + I_е}.$$

$$P = \frac{I_п}{I_п + I_е} = \frac{I_п}{2I_п} = \frac{1}{2}$$

3.9. Степень поляризации частично поляризованного света равна $P = 0{,}6$. Во сколько раз уменьшится интенсивность света после прохождения через поляризатор, если угол между главной плоскостью поляризатора и плоскостью поляризации поляризованной компоненты света равен $\varphi = 60°$?

$$P = \frac{I_\text{п}}{I_\text{п} + I_\text{е}} = 0{,}6$$

$$I_\text{п} = 0{,}6 I_\text{п} + 0{,}6 I_\text{е}$$

$$I_\text{е} = \frac{2}{3} I_\text{п}$$

$$I_1 = I_\text{п} + I_\text{е} = I_\text{п} + \frac{2}{3} I_\text{п} = \frac{5}{3} I_\text{п}$$

$$I_2 = I_\text{п} \cos^2 \varphi + \frac{1}{2} I_e = \frac{1}{4} I_\text{п} + \frac{1}{3} I_\text{п} = \frac{7}{12} I_\text{п}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{12 \cdot 5}{7 \cdot 3} = \frac{20}{7} = 2{,}86$$

3.10. Во сколько раз уменьшится интенсивность поляризованного света после прохождения через поляризатор, если угол между главной плоскостью поляризатора и плоскостью поляризации света равен $60°$?

$$I_1 = I_0 \cos^2 60° = \frac{I_0}{4}$$

$$\frac{I_0}{I_1} = 4$$

3.11. Свет, отраженный под углом Брюстера от поверхности стекла, проходит через систему из двух поляризаторов, главные плоскости которых расположены под углом $30°$ друг относительно друга. Какая максимальная часть света может пройти через эту систему?

$$I_1 = I_0 \cos^2 30° = 0{,}22 I_0$$

4. Тепловое излучение

В силу природы поведения молекул при изменении температуры тела изменяются его линейные размеры – при нагревании тела увеличивается скорость движения его частиц, они начинают чаще взаимодействовать, и, как следствие, объем тела растет. Аналогично для охлаждения. Из этого можно сделать вывод, что температура тел связана с движением частиц, из которых они состоят. Все частицы находятся в непрерывном движении, которое называется тепловым.

Тепловое движение атомов и молекул – хаотическое непрерывное движение частиц тела. Интенсивность теплового движения определяется температурой тела – чем выше температура, тем оно интенсивнее.

Тепловое излучение – электромагнитное излучение, совершающееся за счет внутренней энергии тела, то есть за счет энергии теплового движения атомов и молекул.

Термодинамическое равновесие – состояние системы, при котором в условиях изолированности системы от окружающей среды остаются неизменными во времени такие величины этой системы, как температура, давление и объем.

В общем случае любое тело отражает, поглощает и пропускает падающее на него излучение. Поэтому для падающего на тело потока излучения можно написать:

$$\Phi = \Phi_{\text{отр}} + \Phi_{\text{погл}} + \Phi_{\text{прош}},$$

откуда

$$\frac{\Phi_{\text{отр}}}{\Phi} + \frac{\Phi_{\text{погл}}}{\Phi} + \frac{\Phi_{\text{прош}}}{\Phi} = 1.$$

Отношение $\frac{\Phi_{\text{погл}}}{\Phi}$ называется *поглощательной способностью* тела $a_{\lambda,T}$, а отношение $\frac{\Phi_{\text{отр}}}{\Phi}$ – *отражательной способностью* $\rho_{\lambda,T}$. Индексы λ и T указывают на то, что оба эти параметра зависят от длины волны излучения и температуры тела. Отношение $\frac{\Phi_{\text{прош}}}{\Phi}$, называемое пропускательной способностью, в рамках курса интереса не имеет.

Тело, которое полностью поглощает падающее на его поверхность электромагнитное излучение вне зависимости от его длины волны и своей температуры, называется *абсолютно черным телом*. Поглощательная способность такого тела тождественно равна единице $a = 1$, а отражательная способность $\rho = 0$. Несмотря на название, абсолютно черное тело само может испускать электромагнитное излучение любой частоты и визуально иметь цвет. Спектр излучения абсолютно черного тела определяется только его температурой.

Примерами абсолютно черных тел могут служить сажа, черный бархат, солнце, уголь.

Тело, поглощательная способность которого одинакова для всех длин волн, но меньше единицы, называется *серым телом*. Для таких тел $a = const < 1$. Можно выделить также *абсолютно белое тело*, для которого $a = 0$, а $\rho = 1$.

Однако, для большинства тел поглощательная и отражательная способности сильно зависят от λ, а также от T, но уже в меньшей степени.

Испускательная способность или *спектральная плотность энергетической светимости тела* $r_{\lambda,T}$ – количество энергии, испускаемой в единицу времени единицей поверхности тела в единичном интервале длин волн по всем направлениям. Размерность $[r_{\lambda,T}] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}$.

Закон излучения Кирхгофа – физический закон, утверждающий, что для заданных длины волны λ и температуры T отношение испускательной и поглощательной способностей всех тел не зависит от их формы и химической природы и является универсальной функцией длины волны и температуры:

$$\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} = \varphi(\lambda, T).$$

Данное соотношение выполняется для всех тел и, в частности, для абсолютно черного тела. Поскольку в этом случае $a = 1$, то нетрудно сделать вывод, что функция Кирхгофа есть не что иное, как *испускательная способность абсолютно черного тела*.

4.1. Энергетическая светимость абсолютно черного тела R уменьшилась в 16 раз. Определить, во сколько раз при этом уменьшилась его термодинамическая температура T.

Проинтегрировав испускательную способность $r_{\lambda,T}$ по всем длинам волн, получим характеристику, называемую энергетической светимостью:

$$R_T = \int_0^\infty r_{\lambda,T} d\lambda.$$

Энергетическая светимость – основная количественная характеристика теплового излучения. Энергетической светимостью называется энергия, испускаемая единицей поверхности тела в единицу времени во всех направлениях. Энергетическую светимость иногда обозначают индексом T, так как она сильно зависит от температуры тела. Размерность $[R] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

Закон Стефана-Больцмана – закон излучения абсолютно черного тела, определяющий зависимость энергетической светимости излучения абсолютно черного тела от его температуры. Согласно этому закону, энергетическая светимость излучения абсолютно черного тела прямо пропорциональна четвертой степени его температуры:

$$R = \sigma T^4,$$

где $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ – постоянная Стефана-Больцмана.

$$R_2 = \frac{1}{16} R_1$$

$$\sigma T_2^4 = \frac{1}{16} \sigma T_1^4$$

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4 = 16$$

$$\frac{T_1}{T_2} = 2$$

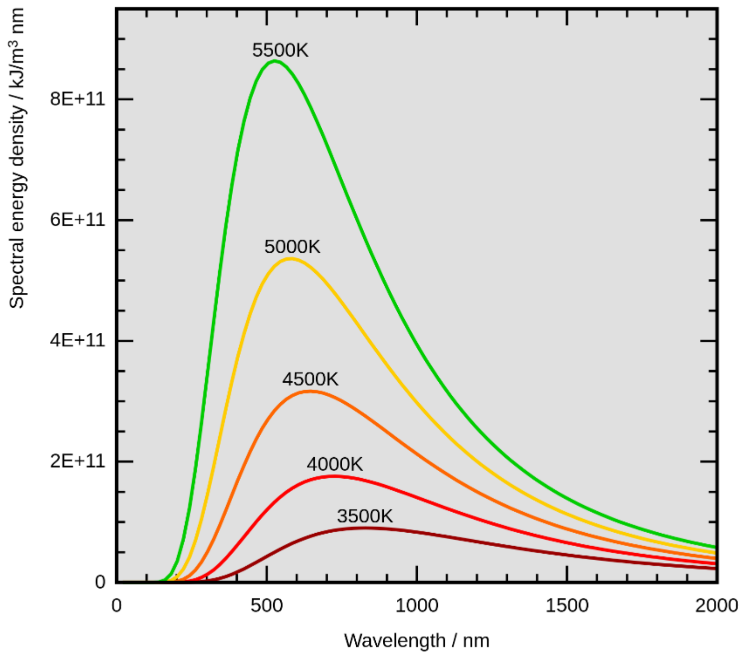
4.2. Температура абсолютно черного тела T изменилась от $T_1 = 600$ К до $T_2 = 1800$ К. Во сколько раз уменьшилась при этом длина волны, на которую приходится максимум излучения?

Закон смещения Вина – длина волны, на которую приходится максимум испускательной способности абсолютно черного тела, обратно пропорциональна его температуре:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T},$$

где λ_{max} – длина волны излучения с максимальной интенсивностью, $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м · К – постоянная Вина.

Из формулы и графика видно, что при повышении температуры тела максимум сдвигается в коротковолновом или в высокочастотном направлении. На графике горизонтальной оси соответствует длина волны излучения, вертикальной оси – испускательная способность тела.



$$\lambda_1 = \frac{b}{T_1}$$

$$\lambda_2 = \frac{b}{T_2}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{1800}{600} = 3$$

4.3. Определить мощность P, излучаемую из смотрового окошка площадью $S = 8$ см^2 плавильной печи, если ее температура $T = 1200$ К.

Поскольку энергетическая светимость есть количество потока излучения, приходящееся на единицу поверхности, эту величину можно также выразить следующим образом:

$$R = \frac{\Phi}{S}.$$

Другое обозначение:

$$R = \frac{P}{S},$$

где под P понимается мощность излучения тела.

Тогда, применив закон Стефана-Больцмана, можно получить следующее равенство:

$$\sigma T^4 = \frac{P}{S}.$$

$$\sigma T^4 = \frac{P}{S}$$

$$P = \sigma T^4 S = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 1200^4 \cdot 8 \cdot 10^{-4} = 94{,}06$$

4.4. Температура верхних слоев Солнца равна $T = 5300$ К. Считая Солнце черным телом, определить длину волны λ, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости Солнца.

$$\lambda = \frac{b}{T} = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{5300} = 547{,}20 \text{ нм}$$

4.5. Энергетическая светимость черного тела $R = 10\,\frac{\text{кВт}}{\text{м}^2}$. Определите длину волны λ, соответствующую максимуму спектральной плотности энергетической светимости этого тела.

$$R = \sigma T^4$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{R}{\sigma}}$$

$$\lambda = \frac{b}{T} = b\sqrt[4]{\frac{\sigma}{R}} = 2{,}9 \cdot 10^{-3}\sqrt[4]{\frac{5{,}67 \cdot 10^{-8}}{10 \cdot 10^3}} = 4475{,}01 \text{ нм}$$

4.6. Определите, как и во сколько раз изменится мощность излучения черного тела P, если длина волны, соответствующая максимуму его спектральной плотности энергетической светимости, сместилась с $\lambda_1 = 720$ нм до $\lambda_2 = 400$ нм.

$$P_1 = S\sigma T_1^4 = S\sigma\left(\frac{b}{\lambda_1}\right)^4$$

$$P_2 = S\sigma\left(\frac{b}{\lambda_2}\right)^4$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^4 = \left(\frac{720 \cdot 10^{-9}}{400 \cdot 10^{-9}}\right)^4 = 10{,}5$$

4.7. Мощность излучения абсолютно черного тела $P = 34$ кВт. Найти температуру T этого тела, если известно, что его поверхность $S = 0{,}6$ м^2.

$$\sigma T^4 = \frac{P}{S}$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{P}{\sigma S}} = \sqrt[4]{\frac{34 \cdot 10^3}{5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 0{,}6}} = 1000 \text{ К}$$

4.8. Какую энергетическую светимость R имеет абсолютно черное тело, если максимум спектральной плотности его энергетической светимости приходится на длину волны $\lambda = 484$ нм?

$$T = \frac{b}{\lambda}$$

$$R = \sigma T^4 = \sigma \left(\frac{b}{\lambda}\right)^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{484 \cdot 10^{-9}}\right)^4 = 7{,}31 \cdot 10^7 \ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

4.9. Мощность излучения абсолютно черного тела $P = 10$ кВт. Найти площадь излучающей поверхности тела S, если максимум спектральной плотности его энергетической светимости приходится на длину волны $\lambda = 700$ нм.

$$T = \frac{b}{\lambda}$$

$$\sigma T^4 = \frac{P}{S}$$

$$S = \frac{P}{\sigma T^4} = \frac{P}{\sigma}\left(\frac{\lambda}{b}\right)^4 = \frac{10 \cdot 10^3}{5{,}67 \cdot 10^{-8}} \cdot \left(\frac{700 \cdot 10^{-9}}{2{,}9 \cdot 10^{-3}}\right)^4 = 5{,}99 \ \text{см}^2$$

4.10. При нагревании абсолютно черного тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась от $\lambda_1 = 690$ нм до $\lambda_2 = 500$ нм. Во сколько раз увеличилась при этом энергетическая светимость тела R?

$$T = \frac{b}{\lambda}$$

$$R_1 = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_1}\right)^4$$

$$R_2 = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_2}\right)^4$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^4 = \left(\frac{690 \cdot 10^{-9}}{500 \cdot 10^{-9}}\right)^4 = 3{,}63$$

4.11. Найдите длину волны λ, на которую приходится максимум спектра электромагнитного излучения человека с нормальной температурой тела $T_н$.

$$T_н = 273 + 37 = 310\ \text{К}$$

$$\lambda = \frac{b}{T_н} = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{310} = 9354{,}84\ \text{нм}$$

4.12. Найдите длину волны λ, на которую приходится максимум спектра реликтового излучения. Температура излучения $T = 2{,}725$ К.

Реликтовое излучение – космическое электромагнитное излучение, имеющее спектр абсолютно черного тела с температурой $T = 2{,}725$ К. Это излучение сохранилось с начальных этапов существования вселенной и непрерывно распределено по небесной сфере. Реликтовое излучение называют «эхом Большого взрыва» и рассматривают как одно из главных подтверждений одноименной теории.

$$\lambda = \frac{b}{T} = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{2{,}725} = 1{,}06\ \text{мм}$$

5. Строение атома. Волновые свойства вещества

Квант можно перевести с английского как «количество» или «порция». Это название указывает на то, что одной из основ квантовой механики является принцип квантования, согласно которому энергия излучения поглощается и передается не непрерывно, а порциями, то есть квантами. Это верно для очень многих объектов микромира, в первую очередь для атомов и электронов. Таким образом, *квант* – это минимальная и неделимая порция электромагнитного излучения.

Квант света называют фотоном. *Фотон* – фундаментальная частица и переносчик электромагнитного взаимодействия. Это частица способна существовать, только двигаясь со скоростью света, поэтому масса покоя фотона равна нулю.

Энергия фотона:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda},$$

где $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с – постоянная Планка, ν – частота фотона, λ – длина волны фотона.

5.1. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла $\lambda_{max} = 275$ нм. Чему равна работа выхода электронов из металла?

Фотоэффект – явление воздействия света или любого другого электромагнитного излучения на вещество, сопровождающееся передачей энергии фотонов электронам вещества.

Явление фотоэффекта состоит в том, что электроны в атоме вещества поглощают энергию фотонов электромагнитного излучения и приобретают энергию, достаточную для разрыва связей с ядром. В результате электрон покидает свою орбиту и либо становится свободным электроном в веществе (*внутренний фотоэффект*), либо выходит из вещества в окружающее пространство (*внешний фотоэффект*).

Итак, электроны, расположенные в веществе, поглощают падающий на вещество свет. Поглотив квант света, электрон увеличивает свою энергию настолько, что может вылететь из вещества (или стать свободными электронами в веществе). Таким образом, фотоны выбивают электроны из вещества, если их энергия достаточно велика для этого. Электроны, вылетевшие из вещества под действием света, называются *фотоэлектронами*.

Поскольку ток – это направленный поток заряженных частиц, то при облучении вещества светом достаточной энергии создается ток, который называется *фототоком*.

Работой выхода фотоэффекта называется минимально необходимая работа, которую должен совершить фотон для разрыва связи электрона вещества с ядром атома вещества. Работа выхода фотоэффекта определяется только природой вещества и состоянием его поверхности.

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$E = A_в + T_m,$$

где $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ – энергия фотона, $T_m = \frac{m_e v_m^2}{2}$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона, $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг – масса электрона.

Фактически это закон сохранения энергии. Часть энергии фотона идет на вырывание электрона, остальное – на сообщение ему кинетической энергии. Данное уравнение справедливо только для тех электронов, скорость которых, а, значит, и кинетическая энергия, имеет максимальное значение $\frac{m_e v_m^2}{2} = T_m$. Это именно те электроны, которым нужна минимальная энергия для вылета, то есть $A_в$.

Положив в уравнении фотоэффекта кинетическую энергию вылетевшего электрона равной нулю ($E = 0$), что происходит в случае, когда энергии падающих на поверхность вещества фотонов хватает только на совершение работы выхода ($h\nu = A_в + 0 = A_в$), получим соотношение, называемое красной границей фотоэффекта.

Красная граница фотоэффекта – наименьшая частота света ν_{min}, при которой возможен внешний фотоэффект. При частоте излучения ниже ν_{min} фотоэффект не наблюдается при сколь угодно большой интенсивности излучения, так как энергии фотонов не хватает даже для совершения работы выхода. Частота ν_{min} зависит только от работы выхода электрона:

$$\nu_{min} = \frac{A_в}{h}.$$

Красной границей также называют соотношение

$$\lambda_{max} = \frac{hc}{A_в},$$

которое можно получить, вспомнив, что длина волны света в вакууме $\lambda = cT = \frac{c}{\nu}$.

Преобразование Дж в эВ и наоборот:

$$1 \text{ эВ} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

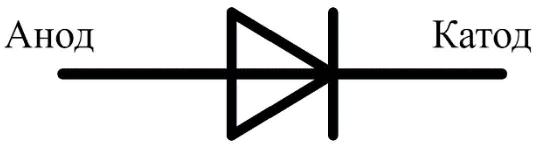
$$1 \text{ Дж} = \frac{1}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \text{ эВ}$$

$$A_{\text{в}} = h\nu_{min} = \frac{hc}{\lambda_{max}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{275 \cdot 10^{-9}} = 7{,}23 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 4{,}52 \text{ эВ}$$

5.2. Фотокатод освещается монохроматическим светом, энергия фотонов которого $E = 4$ эВ. Работа выхода электронов из материала катода $A_{\text{в}} = 2{,}5$ эВ. Определить запирающее напряжение $U_{\text{з}}$.

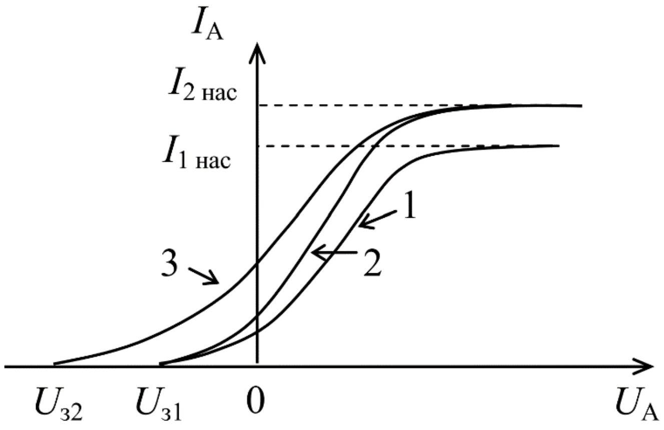
Электрод – конструктивный элемент электронных и электротехнических приборов и устройств (например, электровакуумного или полупроводникового прибора, гальванического элемента), представляющий собой проводник определенной формы. Электрод служит для непосредственного соединения участка электрической цепи, приходящегося на рабочую среду (вакуум, газ, жидкость), с внешней цепью.

Анод и катод – разновидности электродов. *Анод* характеризуется тем, что движение электронов во внешние цепи направлено от него. *Катод*, напротив, характеризуется тем, что движение электронов во внешней цепи направлено к нему.



Вольтамперная характеристика фотоэффекта – зависимость фототока от напряжения между электродами. По мере увеличения напряжения фототок постепенно возрастает, то есть все большее число электронов достигает анода. Фототок увеличивается вплоть до своего максимального значения, называемого *током насыщения*. Опыт показывает, что значение тока насыщения возрастает с увеличением интенсивности света.

Для прекращения фототока на анод надо подать некоторое отрицательное напряжение, называемое запирающим напряжением. *Запирающее напряжение* – это отрицательное напряжение между анодом и катодом, при котором фототок равен нулю. Это происходит потому, что электронам приходится совершать дополнительную работу по преодолению электростатических сил, и они оказываются неспособны достичь анода и создать ток во внешней цепи.



Кривые 1 и 2 на рисунке получены при использовании монохроматического света с одной и той же длиной волны, но разной интенсивности. Хорошо видно, что задерживающее напряжение в обоих случаях одинаково.

Кривая 3 получена при облучении катода светом той же интенсивности, что и для второй кривой, но с меньшей длиной волны. В этом случае абсолютная величина задерживающего напряжения, а значит и максимальная скорость фотоэлектронов возрастает.

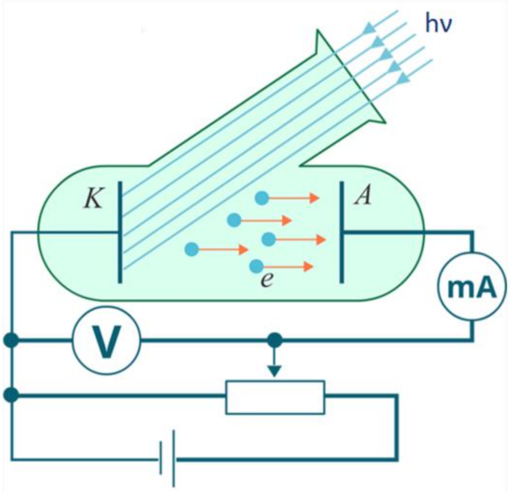
Запирающее напряжение определяется выражением

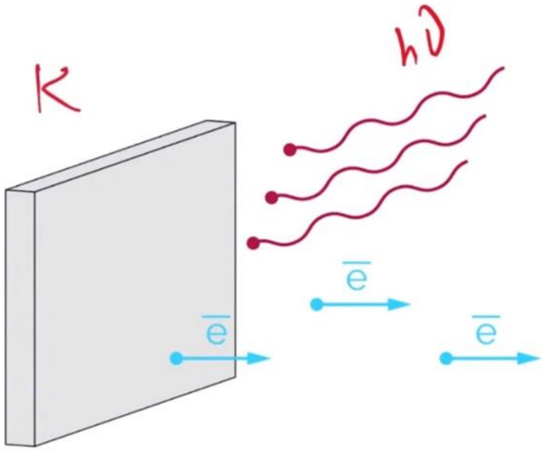
$$eU_з = T_m,$$

где $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл – модуль заряда электрона, $T_m = \frac{m_e v_m^2}{2}$ – максимальная кинетическая энергия электрона.

Это напряжение определяется максимальной кинетической энергией фотоэлектронов, так как при таком напряжении даже самые быстрые электроны не долетают до анода.

Схема *установки Столетова* для фотоэффекта





Катод К и анод А находятся внутри вакуумной трубки. На катод подается электромагнитное излучение $h\nu$, в результате чего из него вылетают электроны по причине фотоэффекта – фотоны излучения выбивают электроны из катода. В результате этого фотоэлектроны e текут по направлению к аноду. Упорядоченное движение заряженных частиц называется током, поэтому в установке образуется фототок – ток, создаваемый фотонами.

Реостат, расположенный в нижней части установки (отмечен стрелкой), позволяет варьировать напряжение на катоде и аноде. В результате такого варьирования в трубке будет возникать ускоряющее (–/+) или замедляющее (+/–) напряжение, соответственно увеличивающее или уменьшающее кинетическую энергию T фотоэлектронов. В случае, если величина замедляющего напряжения окажется достаточной для того, чтобы полностью прекратить достижение электронами анода, ток в цепи прекратится. Такое напряжение и будет называться запирающим.

Законы Столетова для внешнего фотоэффекта

1) Сила фототока насыщения, возникающего при освещении монохроматическим светом, пропорциональна световому потоку, падающему на катод:

$$I_{нас} = k\Phi,$$

где k – коэффициент пропорциональности;

2) Максимальная кинетическая энергия выбиваемых светом электронов возрастает с ростом частоты (уменьшением длины волны) света и не зависит от его интенсивности;

3) Для каждого вещества при определенном состоянии его поверхности существует граничная частота света, ниже которой фотоэффект не наблюдается. Эта частота и соответствующая ей длина волны называется красной границей фотоэффекта.

$$E = A_{\text{в}} + eU_{\text{з}}$$

$$U_{\text{з}} = \frac{1}{e}(E - A_{\text{в}}) = 4 - 2{,}5 = 1{,}5 \text{ В}$$

По определению 1 эВ равен энергии, необходимой для переноса элементарного заряда в электростатическом поле между точками с разницей потенциалов в 1 В. Логично, что при делении эВ на Кл получается ни что иное, как В:

$$\frac{\text{эВ}}{\text{Кл}} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{В}}{\text{Кл}} = \text{В}.$$

5.3. Во сколько раз уменьшится длина волны де Бройля λ частицы, если напряжение ускоряющего электрического поля увеличится в 100 раз?

Французский шизик Луи де Бройль высказал гипотезу о том, что, поскольку свет ведет себя в одних случаях как волна, а в других – как частица, то и объекты природы, которые мы считаем частицами (элементарные частицы, атомы, молекулы и т. д.), могут обладать волновыми свойствами. Де Бройль предположил, что длина волны, отвечающая материальной частице, связана с ее импульсом так же, как и у фотона, то есть соотношением $p = \frac{h}{\lambda}$. Иначе говоря, любой частице с массой m, движущейся со скоростью v, соответствует волна, для которой длина волны равна

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

Величину λ называют *дебройлевской длиной волны* частицы. Эта длина волны для обычных тел слишком мала, чтобы ее можно было обнаружить. Ситуация меняется, если речь идет об элементарных частицах. Так как масса частицы входит в знаменатель формулы, то частице с очень малой массой соответствует достаточно большая длина волны.

Под воздействием ускоряющего электрического поля приобретаемая электроном кинетическая энергия равна

$$\frac{mv^2}{2} = eU,$$

откуда скорость электронов $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$. Тогда электронам соответствует длина волны де Бройля, равная

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2emU}}.$$

$$\lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2emU}}$$

$$\lambda_2 = \frac{h}{\sqrt{200emU}}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{h}{\sqrt{2emU}} \cdot \frac{\sqrt{200emU}}{h} = \sqrt{100} = 10$$

5.4. Масса альфа-частицы приблизительно в четыре раза превышает массу нейтрона. Определить отношения длин волн де Бройля этих частиц, если нейтрон и альфа-частица двигаются с одинаковыми скоростями.

Альфа-частица – ядро атома гелия ^4He, то есть положительно заряженная частица, образованная двумя протонами и двумя нейтронами. Масса альфа-частицы составляет 4 а. е. м. Альфа-частица является наиболее прочным и компактным из всех известных ядер (после протона).

Атомная единица массы (а.е.м.) – внесистемная единица массы, применяемая для масс молекул, атомов, атомных ядер и элементарных частиц. Атомная единица массы определяется как $\frac{1}{12}$ массы свободного покоящегося атома углерода ^{12}C, находящегося в основном состоянии. $1\text{ а. е. м.} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг.

$$\lambda_1 = \frac{h}{4mv}$$

$$\lambda_2 = \frac{h}{mv}$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{h}{mv} \cdot \frac{4mv}{h} = 4$$

5.5. На сколько (в эВ) изменилась энергия электрона в атоме водорода при излучении фотона с длиной волны $\lambda = 4{,}86 \cdot 10^{-7}$ м?

Значение постоянной Планка в Дж · с:

$$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

Значение постоянной Планка в эВ · с:

$$h = 4{,}14 \cdot 10^{-15}\text{ эВ} \cdot \text{с}.$$

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4{,}14 \cdot 10^{-15} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{4{,}86 \cdot 10^{-7}} = 2{,}56\text{ эВ}$$

5.6. Электрон в атоме водорода переходит с третьей орбиты на первую. Во сколько раз при этом изменяется радиус электронной орбиты r?

Вращаясь вокруг атома, электроны образуют *энергетические уровни* или *электронные орбиты*, и все электроны в пределах одной орбиты имеют приблизительно одинаковую энергию. Чем дальше электроны находятся от ядра, тем большей энергией обладают, то есть самые «сильные» электроны с наибольшей энергией находятся на внешней орбите. Количество электронных орбит совпадает с номером периода химического элемента.

Резерфорд выдвинул планетарную модель строения атома, согласно которой атом состоит из тяжелого положительно заряженного ядра очень малых размеров, вокруг которого по некоторым орбитам движутся электроны. Название «планетарная» у такой модели атома отражает аналогию атома с Солнечной системой, в которой планеты движутся по некоторым определенным орбитам вокруг массивного притягивающего центра – Солнца.

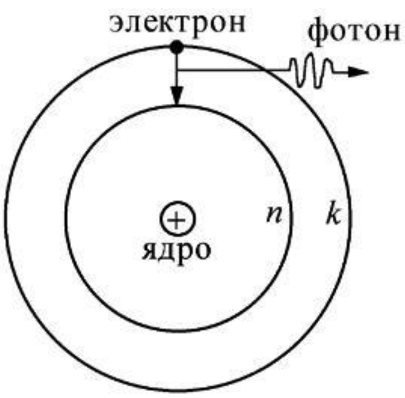
При этих предположениях Бор сформулировал основные положения теории атома водорода в виде трех постулатов.

1) Электрон в атоме может двигаться только по определенным стационарным орбитам, каждой из которых можно приписать определенный номер. Причем движущийся по такой орбите электрон, вопреки законам классической электродинамики, не излучает энергию.

2) Разрешенными стационарными орбитами являются только те орбиты, для которых момент импульса (векторная физическая величина, характеризующая количество вращательного движения) электрона может принимать только дискретные значения, кратные приведенной постоянной Планка. Поэтому для n-ой стационарной орбиты должно выполняться условие квантования:

$$mv_n r_n = n\hbar,$$

где n – главное квантовое число, оно же обозначает номер орбиты и соответствующего энергетического уровня, v_n – скорость электрона на орбите с номером n, а r_n – радиус этой орбиты, $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с – приведенная постоянная Планка.



3) Излучение или поглощение кванта излучения происходит при переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую. Величина кванта равна разности энергий тех стационарных состояний, между которыми совершается переход

$$h\nu = E_m - E_n,$$

где ν – частота испускаемого или поглощаемого электромагнитного излучения, E_m и E_n – энергии стационарных состояний, между которыми происходит переход, $m > n$.

Иными словами, атом может находиться в некоторых дискретных состояниях с определенным значением энергии, и испускать или поглощать конкретные порции энергии при переходе из одного состояния в другое. Здесь следует отметить, что строго стационарным является только одно из этих состояний – состояние с минимальной энергией. Это состояние называется *основным*, и в нем атом может находиться сколь угодно долго. Все остальные состояния атома называются *возбужденными*.

Постулаты Бора стали важным шагом на пути построения квантовой механики, однако они работают только для одноэлектронных систем и неприменимы уже в случае простейшего двухэлектронного атома – гелия. Причина такой ограниченности теории Бора в том, что она полуклассическая и использует второй закон Ньютона.

Энергия стационарного состояния вычисляется по формуле

$$E_n = \frac{E_1}{n^2},$$

где $E_1 = -13{,}5$ эВ – энергия первого стационарного состояния.

Для определения радиуса орбиты r_n используем второй закон Ньютона:

$$\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} = \frac{m_e v_n^2}{r_n},$$

где Z – порядковый номер атома, ε_0 – электрическая постоянная, v_n – скорость электрона на n-ой орбите радиуса r_n.

Левая часть равенства соответствует закону Кулона, правая – второму закону Ньютона для движущегося по орбите атома электрону с центростремительным ускорением $a_ц = \frac{v_n^2}{r_n}$.

Подставив в уравнение выше выраженную из условия квантования скорость $v_n = \frac{n\hbar}{m_e r_n}$, получим

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e Z e^2} n^2.$$

Для радиуса первой орбиты ($n = 1$) в атоме водорода ($Z = 1$), называемого *боровским радиусом*

$$a = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_0 e^2} = 0{,}529 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

С учетом этого радиус n-орбиты будем рассчитывать, как

$$r_n = an^2.$$

$$r_1 = 9a$$

$$r_2 = a$$

$$\frac{r_1}{r_2} = 9$$

5.7. Найти эквивалентную массу фотона m для излучения с длиной волны $\lambda = 700$ нм.

Согласно *формуле эквивалентности массы и энергии* Эйнштейна, энергия системы в состоянии покоя равна ее массе, умноженной на квадрат скорости света в вакууме:

$$E_0 = mc^2,$$

где E_0 – энергия покоя, m – масса покоя системы. Показателем эквивалентности в данном случае является величина c^2.

Итак, согласно теории относительности, энергия и масса эквивалентны. Поэтому фотон, обладая энергией, тем самым обладает и эквивалентной этой энергии массой. Так что масса фотона – это просто некоторый эквивалентный параметр, который показывает, как именно фотон с данным значением энергии будет взаимодействовать с гравитационным полем. Масса покоя протона по-прежнему равна нулю.

$$E = mc^2$$

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

$$mc^2 = \frac{hc}{\lambda}$$

$$m = \frac{h}{\lambda c} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{700 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 10^{8}} = 3{,}16 \cdot 10^{-36} \text{ кг}$$

5.8. Найти импульс фотона p, если соответствующая ему длина волны $\lambda = 700$ нм.

Импульс фотона найдем, используя закон эквивалентности массы и энергии:

$$p = mc = \frac{E}{c^2} \cdot c = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{700 \cdot 10^{-9}} = 9{,}47 \cdot 10^{-28} \text{ кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

5.9. С какой скоростью v должен двигаться электрон, чтобы его кинетическая энергия T была равна энергии фотона E с длиной волны $\lambda = 520$ нм?

$$T = \frac{m_e v^2}{2}$$

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\frac{m_e v^2}{2} = \frac{hc}{\lambda}$$

$$v = \sqrt{\frac{2hc}{m_e \lambda}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 520 \cdot 10^{-9}}} = 9{,}16 \cdot 10^{5} \, \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

5.10. Фотоны с энергией $E = 4{,}9$ эВ вырывают электроны из металла с работой выхода $A_в = 4{,}5$ эВ. Найти максимальный импульс p_m, передаваемый поверхности металла при вылете каждого электрона.

$$E = A_в + T_m$$

$$E = A_в + \frac{m_e v_m^2}{2}$$

$$p_m = m_e v_m = m_e \cdot \sqrt{\frac{2(E - A_в)}{m_e}} = \sqrt{2m_e(E - A_в)} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (4{,}9 - 4{,}5) \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 3{,}41 \cdot 10^{-25}\ кг \cdot \frac{м}{с}$$

Множитель $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ нужен для перевода эВ в Дж

5.11. Найдите длину волны де-Бройля λ для электрона на первой боровской орбите и сделайте выводы. Радиус орбиты $r = 0{,}05$ нм.

$$mvr = \hbar$$

$$mv = \frac{\hbar}{r} = \frac{h}{2\pi r}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h \cdot 2\pi r}{h} = 2\pi r = 2\pi \cdot 0{,}05 \cdot 10^{-9} = 3{,}14 \cdot 10^{-10}\ м$$

Длина волны излучения электрона, находящегося на n-ой орбите радиуса r_n, равна

$$\lambda = \frac{2\pi r_n}{n},$$

то есть λ укладывается на орбите длиной $l = 2\pi r_n$ целое число раз n.

5.12. Оцените неопределенность скорости электрона Δv на первой боровской орбите. Радиус орбиты $r = 0{,}05$ нм.

Соотношение неопределенностей Гейзенберга – соотношение квантовой механики, устанавливающее предел точности одновременного определения координаты и импульса материальной частицы. Соотношение утверждает, что координата и импульс частицы не могут быть одновременно точно определены. Это соотношение является следствием двойственной корпускулярно-волновой природы света и отражением вероятностной сути квантовой механики.

Соотношение неопределенностей Гейзенберга имеет следующий вид:

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar,$$

где Δx – неопределенность координаты частицы, Δp – неопределенность ее импульса.

Отсюда видно, что произведение неопределенностей координаты и импульса частицы не может быть меньше ħ, и никаким усовершенствованием методов наблюдения нельзя преодолеть этот рубеж. Увеличение точности определения координаты неизбежно ведет к потере точности определения импульса, и наоборот. Предельная точность одновременного определения координаты и импульса дается соотношением

$$\Delta x \Delta p \approx \hbar.$$

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar$$

$$r \cdot m_e \Delta v \geq \hbar$$

$$\Delta v = \frac{\hbar}{r m_e} = \frac{1{,}05 \cdot 10^{-34}}{0{,}05 \cdot 10^{-9} \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}} = 2{,}32 \cdot 10^{6} \, \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

5.13. Найдите верхнюю границу (в кэВ) тормозного спектра от фотоэлектронов, ускоренных до энергии $E = 10$ кэВ.

Тормозной спектр – спектр электромагнитного излучения, испускаемого заряженной частицей при ее рассеянии (торможении) в электрическом поле.

Верхней границей тормозного спектра считается изначальное значение энергии, до которой ускорены фотоэлектроны (т.к. от этого значения позже будет происходить торможение).

Электроны ускорили до энергии $E = 10$ кэВ, начиная с этого значения они будут постепенно тормозить

Значит, верхняя граница и есть 10 кэВ

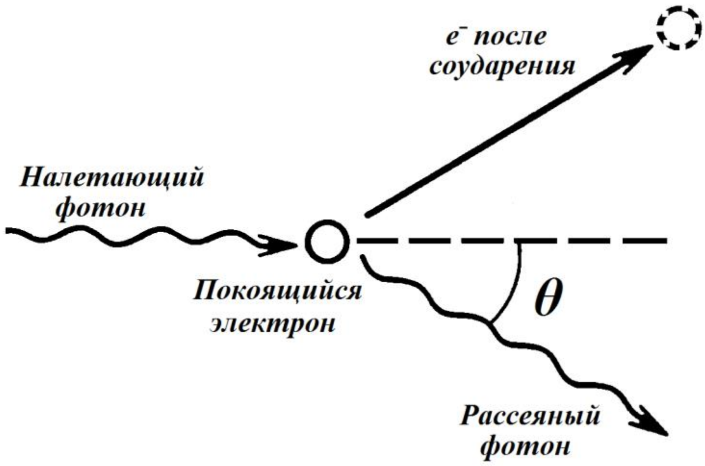
5.14.* Фотон с энергией $E = 1$ МэВ рассеялся на электроне под углом $\theta = \frac{\pi}{4}$. Насколько изменилась его длина волны λ?

Эффект Комптона или *комптоновское рассеяние* – упругое рассеяние (взаимодействие частиц, при котором изменяются только их импульсы) отдельного фотона на свободном электроне, сопровождающееся увеличением длины волны фотона.

Рассеиваясь на покоящемся электроне, фотон передает ему часть своей энергии и импульса и меняет направление своего движения. Фотон после рассеяния будет иметь энергию $E' = h\nu'$ (и частоту) меньшую, чем его энергия (и частота) до рассеяния. Соответственно после рассеяния длина волны фотона λ' увеличится. Из законов сохранения энергии и импульса следует, что длина волны фотона после рассеяния увеличится на величину

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta).$$

Видно, что разность этих длин волн $\Delta\lambda$ не зависит от значения исходной длины волны λ, а является функцией только угла рассеяния θ.



$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta) = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^{8}} \cdot \left(1 - \cos\frac{\pi}{4}\right) = 7{,}11 \cdot 10^{-13} \text{ м}$$

6. Атомное ядро и ядерные реакции

Период полураспада (T) – время, в течение которого распадается половина числа радиоактивных элементов:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}},$$

где N_0 – начальное количество нераспавшихся атомов, N – оставшееся количество нераспавшихся атомов.

6.1. За $T = 8$ часов количество радиоактивного вещества уменьшилось за счет распада в 2 раза. Во сколько раз количество вещества уменьшится за сутки?

Из условия видно, что период полураспада $T = 8$ ч

(т.к. количество уменьшилось в 2 раза $\Longrightarrow$ произошел полураспад).

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{24}{8}} = \frac{1}{8} N_0$$

$$\frac{N_0}{N} = \frac{8N_0}{N_0} = 8$$

6.2. Сколько атомов (в процентах) распадется за временной интервал, равный 2 периодам полураспада радиоактивного элемента?

$$t = 2T$$

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{2T}{T}} = \frac{1}{4} N_0$$

Если осталось $\frac{1}{4} N_0$ атомов, то распалось $N_0 - \frac{1}{4} N_0 = \frac{3}{4} N_0$

Или $\left(\frac{3}{4} \cdot 100\%\right)\ N_0 = 75\%\ N_0$

6.3. Активность A некоторого изотопа за 10 суток уменьшилась на 50%. Чему равен период полураспада T этого изотопа (в сутках)?

Изотопы – разновидность атомов химического элемента, имеющих одинаковый атомный номер, но разные массы ядра.

Активность изотопа – число элементарных радиоактивных распадов в единицу времени. Измеряется в Беккерелях (Бк).

$$A = \lambda \cdot N.$$

Постоянная распада – статистическая вероятность распада атома за единицу времени:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T}.$$

Если активность изотопа уменьшилась на 50%, число ядер уменьшилось наполовину.

Из этого можно сделать вывод, что 10 суток – это и есть период полураспада:

$$T = 10 \text{ сут}$$

6.4. Период полураспада радиоактивного изотопа равен $T = 4$ ч. Чему равна доля распавшихся ядер через 12 часов?

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{12}{4}} = \frac{1}{8} N_0$$

Из этого можно сделать вывод, что осталось $\frac{1}{8} N_0$, а распалось $\frac{7}{8} N_0$

Соответственно, их доля равна $0{,}875$

6.5. Какая доля радиоактивных ядер распадается через интервал времени, равный $\frac{1}{3}$ периода полураспада? Ответ приведите в процентах и округлите до целых.

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{1}{3}T/T} = N_0 \cdot 2^{-\frac{1}{3}}$$

$$N = 0{,}7937 N_0$$

Тогда распадается $N_0 - 0{,}7937N_0 = 0{,}2063N_0$

Или $(0{,}2063 \cdot 100\%)\ N_0 = 20{,}63\%\ N_0 \approx 21\%\ N_0$

6.6. Какая доля от исходного количества радиоактивных атомов остается нераспавшейся через интервал времени, равный 3 периодам полураспада?

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} = N_0 \cdot 2^{-\frac{3T}{T}} = \frac{1}{8}N_0$$

Соответственно доля нераспавшихся атомов $0{,}125$

6.7. Когда полностью распадется $N = 1000$ ядер радиоактивного трития, если его период полураспада $T = 12{,}3$ года?

Полураспад происходит постепенно, сначала распадается половина изначального числа атомов, то есть $\frac{N}{2}$, затем половина от $\frac{N}{2}$, то есть $\frac{N}{4}$, затем $\frac{N}{8}$ и так далее, пока не распадется последний атом

Здесь нужно подобрать наименьшую степень двойки, чтобы 2 в этой степени была больше N

$2^9 = 512$ не хватает, а $2^{10} = 1024$ – в самый раз

Таким образом, для полного распада должно пройти округленное в большую сторону $n = \log_2 N$ число полупериодов

Тогда $\tau = nT = 10 \cdot 12{,}3 = 123$ г

6.8. Определите частицу X в следующей реакции распада: ${}^{210}_{84}Po \to X + {}^{206}_{82}Pb$.

Реакция распада – вид ядерной реакции, при которой ядра атомов спонтанно либо под действием частицы «снаружи» распадаются на осколки

$${}^{A}_{Z}C,$$

где A – массовое число, Z – зарядовое число (совпадает с порядковым номером).

- **нейтрон-** $^1_0\mathbf{n}$ (не имеет заряда)
- **протон-** $^1_1\mathbf{p}$ (заряд положительный)
- **электрон-** $^0_{-1}\mathbf{e}$ (заряд отрицательный)
- **ядра гелия-** $^4_2\mathbf{He}$ (заряд положительный)

Стоит разобраться, какой атом нам нужен на месте X

Определим это через вычитание из A и Z полония A и Z свинца

$$A(X) = A(Po) - A(Pb) = 210 - 206 = 4$$
$$Z(X) = Z(Po) - Z(Pb) = 84 - 82 = 2$$

Осталось подобрать подходящий атом. Это будет гелий ^4_2He.

6.9. Определите частицу X в следующей реакции: $^{235}_{92}U + X \rightarrow {}^{236}_{92}U$.

$$A(X) = A(U236) - A(U235) = 236 - 235 = 1$$
$$Z(X) = Z(U236) - Z(U235) = 92 - 92 = 0$$

Только нейтрон ^1_0n имеет массовое число и не имеет заряда

6.10. Какую наименьшую энергию связи нужно затратить, чтобы разделить ядро ^4_2He на две одинаковые части?

Энергия связи – мера прочности химической связи и количество энергии, необходимое для расщепления атомов, участвующих в молекулярной связи, на свободные атомы.

А.е.м. отдельных изотопов можно взять из похожих таблиц:

Атомный номер	Название элемента	Символ изотопа	Масса атомного ядра изотопа	
1	водород	${}_{1}^{1}H$	$1{,}6726 \cdot 10^{-27}$ кг	1,00727 а.е.м.
1	водород	${}_{1}^{2}H$	$3{,}3437 \cdot 10^{-27}$ кг	2,01355 а.е.м.
1	водород	${}_{1}^{3}H$	$5{,}0075 \cdot 10^{-27}$ кг	3,01550 а.е.м.
2	гелий	${}_{2}^{3}He$	$5{,}0066 \cdot 10^{-27}$ кг	3,01493 а.е.м.
2	гелий	${}_{2}^{4}He$	$6{,}6449 \cdot 10^{-27}$ кг	4,00151 а.е.м.
13	алюминий	${}_{13}^{27}Al$	$44{,}7937 \cdot 10^{-27}$ кг	26,97441 а.е.м.
15	фосфор	${}_{15}^{13}P$	$49{,}7683 \cdot 10^{-27}$ кг	29,97008 а.е.м.

Расчетная формула для энергии связи выглядит следующим образом:

$$E_{\text{св}} = \Delta m \cdot 931{,}5\ \text{МэВ},$$

где Δm – разность атомных единиц масс, $c^2 = 931{,}5\,\frac{\text{МэВ}}{\text{а.е.м.}}$ – коэффициент взаимосвязи массы и энергии (при условии, что масса выражена в а. е. м.), соответствующий энергии, которая выделяется или поглощается при ядерных реакциях, если дефект масс составляет 1 а. е. м.

Можно сказать, что гелий состоит из двух водородов (их двух одинаковых частей)

При этом еще требуется энергия на удержание этих частей вместе:

$$E_{\text{св}} = 2E_H - E_{He}$$

Видно, что при связи двух водородов их энергия отличается от энергии гелия на энергию связи

$$E_{\text{св}} = 931{,}5(2 \cdot 2{,}01355 - 4{,}00151)\ \text{МэВ} = 23{,}84\ \text{МэВ}$$