МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА – Российский технологический университет»** Институт комплексной безопасности и специального приборостроения Кафедра высшей математики	**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1** Дисциплина: **Линейная алгебра и аналитическая геометрия** **02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии** Форма обучения: очная Курс 1 Семестр 2	Утверждено на заседании кафедры (протокол № *1* от «*28*» *08* 2020 г.) Заведующий кафедрой __________ *В.В. Соколов* *2020/2021* учебный год

1. Установить размерность пространства L решений однородной системы уравнений, указать базис этого пространства.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 - 12x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases}$$

2. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$. Являются ли линейными преобразования A, B, C. Если преобразования оказались линейными, найти матрицу, размерности ядра и образа преобразования.

$$Ax = (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1, x_1 + 2x_2^2 + 3x_3),$$
$$Bx = (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1, x_1 + 2x_2 + 3x_3),$$
$$Cx = (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1, x_1 + 2x_2 + 3)$$

3. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$, $Ax = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $Bx = (x_2, 2x_3, x_1)$. Найти $(A^2 - B)x$.

4. По известным векторам a, b, c и их значениям a_e, b_e, c_e в базисе e_1, e_2, e_3, найти векторы этого базиса.

$$a_e = (1, -1, -1), b_e = (-1, 1, 0), c_e = (-1, -1, 1), a = (-3, -3, 1), b = (0, 2, 1), c = (-3, -1, 1)$$

5. По известной матрице линейного оператора A_e в базисе e_1, e_2, e_3 и разложению базиса e по базису u, найти A_u в базисе u_1, u_2, u_3.

$$A_e = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} e_1 &= u_1 + u_2 - u_3 \\ e_2 &= u_1 + 2u_2 - u_3 \\ e_3 &= 2u_2 + u_3 \end{aligned}$$

6. Линейный оператор f в базисе e_1, e_2, e_3 задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

Вектор x является собственным вектором оператора f. Найти к какому собственному значению он относится, если $x = -2e_1 + e_2 + e_3$.

7. Найти собственные значения линейного оператора, заданного матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Найти собственные векторы для минимального собственного числа.

8. Привести квадратичную форму $f(x,y) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ к каноническому виду $g(x', y') = \lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2$, где $\lambda_1 \le \lambda_2$, ортогональным преобразованием $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$. Записать матрицу C преобразования переменных.

9. Привести квадратичную форму $f(x,y,z)$ к нормальному виду $g(x', y', z')$.

$$f(x, y, z) = 4x^2 + 8xy + 4xz + z^2$$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «МИРЭА – Российский технологический университет» Институт кибербезопасности и цифровых технологий Кафедра высшей математики	ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4 Дисциплина: Линейная алгебра и аналитическая геометрия Форма обучения: очная Курс 1 Семестр 2	Утверждено на заседании кафедры (протокол № 1) Заведующий кафедрой В.В. Соколов

1. Установить размерность пространства L решений однородной системы уравнений, указать базис этого пространства.

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 9x_3 - 4x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0 \\ 6x_1 + 2x_2 + 11x_3 - 2x_4 - 6x_5 = 0 \end{cases}$$

2. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$. Являются ли линейными преобразования A, B, C. Если преобразования оказались линейными, найти матрицу, размерности ядра и образа преобразования.

$$Ax = (2x_1 + x_2, x_2 - 2x_3, 3x_1 - 4x_2^2 - 5x_3),$$
$$Bx = (2x_1 + x_2, x_2 - 2x_3, 3x_1 - 4x_2 - 5x_3),$$
$$Cx = (2x_1 + x_2, x_2 - 2, 3x_1 - 4x_2 - 5)$$

3. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$, $Ax = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $Bx = (x_2, 2x_3, x_1)$. Найти $(2A + 3B^2)x$.

4. Показать, что многочлены f_1, f_2, f_3 образуют базис и найти координаты многочлена h в этом базисе. По известному вектору g_f найти многочлен g.

$f_1(x) = -3 + 2x^2$, $f_2(x) = 2 + x + 2x^2$, $f_3(x) = 4 + 4x - 2x^2$, $h(x) = 5 + x$, $g_f = (-1, 2, -1)$

5. По известной матрице линейного оператора A_f в базисе f_1, f_2, f_3, найти A_g в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A_f = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} f_1(x) = 1 \\ f_2(x) = x \\ f_3(x) = x^2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} g_1(x) = -3 + x + 2x^2 \\ g_2(x) = -2 + x + x^2 \\ g_3(x) = -2 + x^2 \end{matrix}$$

6. Линейный оператор f в базисе e_1, e_2, e_3 задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. Вектор x является собственным вектором оператора f. Найти к какому собственному значению он относится, если $x = e_1 + e_2 + e_3$.

7. Найти собственные значения линейного оператора, заданного матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Найти собственные векторы для минимального собственного числа.

8. Привести квадратичную форму $f(x,y) = 2x^2 + 2\sqrt{8}xy - 5y^2$ к каноническому виду $g(x', y') = \lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2$, где $\lambda_1 < \lambda_2$, ортогональным преобразованием $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$. Записать матрицу C преобразования переменных.

9. Привести квадратичную форму $f(x,y,z)$ к нормальному виду $g(x', y', z')$.

$$f(x, y, z) = x^2 + 4xy + 4yz + z^2$$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА – Российский технологический университет»** Институт кибербезопасности и цифровых технологий Кафедра высшей математики	**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7** Дисциплина: **Линейная алгебра и аналитическая геометрия** Форма обучения: очная Курс 1 Семестр 2	Утверждено на заседании кафедры (протокол № 1) Заведующий кафедрой В.В. Соколов

1. Установить размерность пространства L решений однородной системы уравнений, указать базис этого пространства.

$$\begin{cases} 2x_1+3x_2+3x_3-3x_4-x_5=0 \\ x_1+6x_2-x_3+x_4+2x_5=0 \\ x_1+16x_2-6x_3+6x_4+7x_5=0 \end{cases}$$

2. Пусть $x=(x_1,x_2,x_3)$. Являются ли линейными преобразования A,B,C. Если преобразования оказались линейными, найти матрицу, размерности ядра и образа преобразования.

$$Ax=(2x_1-x_2,x_3,x_1+2x_2+3x_3^4),$$
$$Bx=(2x_1-x_2,x_3,x_1+2x_2+3x_3),$$
$$Cx=(2x_1-x_2,1,x_1+2x_2+3).$$

3. Пусть $x=(x_1,x_2,x_3)$, $Ax=(x_2-x_3,x_1,x_1+x_3)$, $Bx=(x_2,2x_3,x_1)$. Найти BAx.

4. Показать, что векторы e_1,e_2,e_3 образуют базис и найти координаты вектора x в этом базисе. По известному вектору y_e найти вектор y.

$$e_1=(3,-1,3),\ e_2=(-3,-1,-4),\ e_3=(3,2,-1),\ x=(6,5,-7),\ y_e=(-2,0,1)$$

5. По известной матрице линейного оператора A_e в базисе e_1,e_2, найти A_u в базисе u_1,u_2.

$$A_e=\begin{pmatrix}3&2\\0&-3\end{pmatrix}\quad \begin{matrix}e_1=(-2,3) & u_1=(1,-3)\\ e_2=(0,3) & u_2=(-2,1)\end{matrix}$$

6. Линейный оператор f в базисе e_1,e_2,e_3 задан матрицей $A=\begin{pmatrix}2&0&-6\\1&3&-2\\-1&0&1\end{pmatrix}$.

Вектор x является собственным вектором оператора f. Найти к какому собственному значению он относится, если $x=3e_1+5e_2-e_3$.

7. Найти собственные значения линейного оператора, заданного матрицей:

$$A=\begin{pmatrix}4&1&0\\1&4&0\\-1&1&5\end{pmatrix}$$

Найти собственные векторы для минимального собственного числа.

8. Привести квадратичную форму $f(x,y)=3x^2+2\sqrt{5}xy+7y^2$ к каноническому виду $g(x',y')=\lambda_1x'^2+\lambda_2y'^2$, где $\lambda_1<\lambda_2$, ортогональным преобразованием $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=C\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$.

Записать матрицу C преобразования переменных.

9. Привести квадратичную форму $f(x,y,z)$ к нормальному виду $g(x',y',z')$.

$$f(x,y,z)=x^2+4xz-y^2-2yz+3z^2$$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА – Российский технологический университет»** Институт кибербезопасности и цифровых технологий Кафедра высшей математики	**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 8** Дисциплина: **Линейная алгебра и аналитическая геометрия** Форма обучения: очная Курс 1 Семестр 2	Утверждено на заседании кафедры (протокол № 1) Заведующий кафедрой *В.В. Соколов*

1. Установить размерность пространства L решений однородной системы уравнений, указать базис этого пространства.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

2. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$. Являются ли линейными преобразования A, B, C. Если преобразования оказались линейными, найти матрицу, размерности ядра и образа преобразования.

$$Ax = (x_3, 2x_1 + 3x_2 + 4x_3, 5x_1 + 6x_2 + 7x_3),$$
$$Bx = (x_3, 2x_1 + 3x_2 + 4, 5x_1 + 6x_2 + 7),$$
$$Cx = (x_3, 0, 5x_1^4 + 6x_2 + 7x_3).$$

3. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$, $Ax = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $Bx = (x_2, 2x_3, x_1)$. Найти $B(2A - B)x$.

4. Показать, что многочлены f_1, f_2, f_3 образуют базис и найти координаты многочлена h в этом базисе. По известному вектору g_f найти многочлен g.

$$f_1(x) = 2 + 4x - 2x^2,\ f_2(x) = -1 + 2x + x^2,\ f_3(x) = -2 - 2x - x^2,\ h(x) = 2 + 4x^2,\ g_f = (0, -1, -2)$$

5. По известной матрице линейного оператора A_f в базисе f_1, f_2, f_3, найти A_g в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A_f = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} f_1(x) = 1 \\ f_2(x) = x \\ f_3(x) = x^2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} g_1(x) = -1 + 2x - 2x^2 \\ g_2(x) = -1 + x \\ g_3(x) = 2 - 2x + x^2 \end{matrix}$$

6. Линейный оператор f в базисе e_1, e_2, e_3 задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$.

Вектор x является собственным вектором оператора f. Найти к какому собственному значению он относится, если $x = 3e_1 - e_2 + e_3$.

7. Найти собственные значения линейного оператора, заданного матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & -1 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Найти собственные векторы для минимального собственного числа.

8. Привести квадратичную форму $f(x,y) = 6x^2 - 8\sqrt{5}xy - 5y^2$ к каноническому виду $g(x', y') = \lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2$, где $\lambda_1 < \lambda_2$, ортогональным преобразованием $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$. Записать матрицу C преобразования переменных.

9. Привести квадратичную форму $f(x,y,z)$ к нормальному виду $g(x', y', z')$.

$$f(x, y, z) = x^2 + 2xy + 2xz + z^2$$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА – Российский технологический университет»** Институт кибербезопасности и цифровых технологий Кафедра высшей математики	**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 10** Дисциплина: **Линейная алгебра и аналитическая геометрия** Форма обучения: очная Курс 1 Семестр 2	**Утверждено на заседании кафедры (протокол № 1)** Заведующий кафедрой *В.В. Соколов*

1. Установить размерность пространства L решений однородной системы уравнений, указать базис этого пространства.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 12x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 10x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

2. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$. Являются ли линейными преобразования A, B, C. Если преобразования оказались линейными, найти матрицу, размерности ядра и образа преобразования.

$$Ax = (5x_1 - 4x_2 - 3, 2x_1 - x_2, x_3^2),$$
$$Bx = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, 1),$$
$$Cx = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, x_3).$$

3. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$, $Ax = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $Bx = (x_2, 2x_3, x_1)$. Найти $2(AB + 2A)x$.

4. Показать, что векторы e_1, e_2, e_3 и u_1, u_2, u_3 образуют базисы и найти матрицу перехода $T_{e \to u}$. По известным векторам x и y в одном базисе найти их значения в другом.

$$e_1 = (1,-1,1),\ e_2 = (-1,-1,1),\ e_3 = (-1,0,2),\ u_1 = (-2,-1,-1),\ u_2 = (1,0,2),\ u_3 = (1,-3,3),$$
$$x_u = (-1,2,-2),\ y_e = (-3,-4,1)$$

5. По известной матрице линейного оператора A_e в базисе e_1, e_2 и B_u в базисе u_1, u_2, найти $A+B$ и $A-2B$ в базисе u.

$$A_e = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \quad B_u = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} e_1 = (-2;-3) & u_1 = (-3;-5) \\ e_2 = (1;1) & u_2 = (-1;-2) \end{matrix}$$

6. Линейный оператор f в базисе e_1, e_2, e_3 задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 8 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Вектор x является собственным вектором оператора f. Найти к какому собственному значению он относится, если $x = 4e_1 + e_3$.

7. Найти собственные значения линейного оператора, заданного матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

Найти собственные векторы для максимального собственного числа.

8. Привести квадратичную форму $f(x,y) = 2x^2 - 6\sqrt{2}xy - 15y^2$ к каноническому виду $g(x',y') = \lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2$, где $\lambda_1 < \lambda_2$, ортогональным преобразованием $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.

Записать матрицу C преобразования переменных.

9. Привести квадратичную форму $f(x,y,z)$ к нормальному виду $g(x',y',z')$.

$$f(x,y,z) = 4x^2 + 4xy + 8xz + 5y^2 + 8yz + 4z^2$$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«МИРЭА – Российский технологический университет»

Институт [illegible]

Кафедра высшей математики

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № [illegible]

Дисциплина

Линейная алгебра и аналитическая геометрия

Форма обучения: очная

Курс 1 Семестр 1

Утверждено на заседании кафедры Протокол № [illegible]

Заведующий кафедрой

[illegible]

1. Установить размерность пространства L решений однородной системы уравнений, указать базис этого пространства.

$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+x_4-x_5=0 \\ 2x_1-2x_2-6x_3-4x_4+x_5=0 \\ 3x_1 \quad 2x_2+3x_3-3x_4-x_5=0 \end{cases}$$

2. Пусть $x=(x_1,x_2,x_3)$. Являются ли линейными преобразования A,B,C. Если преобразования оказались линейными, найти матрицу, размерности ядра и образа преобразования.

$$Ax=(3x_1+2x_2+x_3, 0, x_1 \quad 2x_2-3x_3),$$

$$Bx=(3x_1+2x_2+1, 0, x_1-2x_2-3x_3),$$

$$Cx=(3x_1+2x_2+x_3, 0, x_1^2-2x_2-3x_3).$$

3. Пусть $x=(x_1,x_2,x_3)$, $Ax=(x_2-x_3, x_1+x_3, x_3)$, $Bx=(x_2,2x_3,x_1)$. Найти $(B-2A^2)x$.

4. Показать, что многочлены f_1,f_2,f_3 образуют базис и найти координаты многочлена h в этом базисе. По известному вектору g_f найти многочлен g.

$f_1(x)=1-2x-x^2$, $f_2(x)=2-x-x^2$, $f_3(x)=2-x+x^2$, $h(x)=-1-x+2x^2$, $g_f=(2,-2,3)$ 5. По известной матрице линейного оператора A_f в базисе f_1,f_2,f_3 найти A_g в базисе g_1,g_2,g_3.

$$A_f=\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} f_1(x)=1 & g_1(x)=2-3x+x^2 \\ f_2(x)=x & g_2(x)=-1+3x-x^2 \\ f_3(x)=x^2 & g_3(x)=-2x+x^2 \end{matrix}$$

6. Линейный оператор f в базисе e_1,e_2,e_3 задан матрицей $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & -6 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Вектор x является собственным вектором оператора f. Найти к какому собственному значению он относится, если $x=2e_1+e_3$.

7. Найти собственные значения линейного оператора, заданного матрицей:

$$A=\begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Найти собственные векторы для минимального собственного числа.

8. Привести квадратичную форму $f(x,y)=3x^2+10xy+3y^2$ к каноническому виду $g(x',y')=\lambda_1 x'^2+\lambda_2 y'^2$, где $\lambda_1<\lambda_2$, ортогональным преобразованием $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=C\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.

Записать матрицу C преобразования переменных.

9. Привести квадратичную форму $f(x,y,z)$ к нормальному виду $g(x',y',z')$.

$$f(x,y,z)=4x^2+8xy+4xz+5y^2+8yz+5z^2$$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА – Российский технологический университет»** Институт кибербезопасности и цифровых технологий Кафедра высшей математики	**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 13** Дисциплина: **Линейная алгебра и аналитическая геометрия** Форма обучения: очная Курс 1 Семестр 2	Утверждено на заседании кафедры (протокол № 1) Заведующий кафедрой *В.В. Соколов*

1.Установить размерность пространства L решений однородной системы уравнений, указать базис этого пространства.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

2. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$. Являются ли линейными преобразования A, B, C. Если преобразования оказались линейными, найти матрицу, размерности ядра и образа преобразования.

$$Ax = (x_1, x_2 - 2x_3, 3x_1 - 4x_2 - 5),$$
$$Bx = (x_1, x_2^2 - 2x_3, 3x_1 - 4x_2 - 5),$$
$$Cx = (x_1, x_2 - 2x_3, 3x_1 - 4x_2 - 5x_3).$$

3. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$, $Ax = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $Bx = (x_2, 2x_3, x_1)$. Найти BA^2x.

4. По известным векторам a, b, c и их значениям a_e, b_e, c_e в базисе e_1, e_2, e_3, найти векторы этого базиса.

$$a_e = (-2,-1,-1), b_e = (-2,-2,-1), c_e = (0,2,1), a = (-3,-3,-2), b = (-1,-2,-3), c = (3,-2,-1)$$

5. По известной матрице линейного оператора A_e в базисе e_1, e_2, e_3 и разложению базиса e по базису u, найти A_u в базисе u_1, u_2, u_3.

$$A_e = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} e_1 &= u_1 + 2u_2 - 2u_3 \\ e_2 &= u_2 - u_3 \\ e_3 &= -u_1 - u_2 + 3u_3 \end{aligned}$$

6.Линейный оператор f в базисе e_1, e_2, e_3 задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

Вектор x является собственным вектором оператора f. Найти к какому собственному значению он относится, если $x = -2e_1 + e_2 + e_3$.

7. Найти собственные значения линейного оператора, заданного матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -4 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Найти собственные векторы для минимального собственного числа.

8. Привести квадратичную форму $f(x,y) = 5x^2 + 18xy + 5y^2$ к каноническому виду $g(x',y') = \lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2$, где $\lambda_1 < \lambda_2$, ортогональным преобразованием $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$

Записать матрицу C преобразования переменных.

9. Привести квадратичную форму $f(x,y,z)$ к нормальному виду $g(x',y',z')$.

$$f(x,y,z) = x^2 + 4xy + 4xz + 5y^2 + 12yz + 7z^2$$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА – Российский технологический университет»** Институт кибербезопасности и цифровых технологий Кафедра высшей математики	**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 15** Дисциплина: **Линейная алгебра и аналитическая геометрия** Форма обучения: очная Курс 1 Семестр 2	Утверждено на заседании кафедры (протокол № 1) Заведующий кафедрой В.В. Соколов

1. Установить размерность пространства L решений однородной системы уравнений, указать базис этого пространства.

$$\begin{cases} x_1+2x_2-3x_3+10x_4-x_5=0 \\ -x_1-2x_2+3x_3+10x_4+x_5=0 \\ x_1+6x_2-9x_3+30x_4-3x_5=0 \end{cases}$$

2. Пусть $x=(x_1,x_2,x_3)$. Являются ли линейными преобразования A,B,C. Если преобразования оказались линейными, найти матрицу, размерности ядра и образа преобразования.

$$Ax=(x_2, x_1+2x_3, 3x_1+4x_2+5x_3),$$
$$Bx=(x_1, x_1+2x_3, 3x_1+4x_2+5),$$
$$Cx=(x_1, x_2^2+2x_3, 3x_1+4x_2+5x_3).$$

3. Пусть $x=(x_1,x_2,x_3)$, $Ax=(x_2-x_3, x_1, x_1+x_3)$, $Bx=(x_2, 2x_3, x_1)$. Найти $(A^2+B)x$.

4. Показать, что векторы e_1, e_2, e_3 образуют базис и найти координаты вектора x в этом базисе. По известному вектору y_e найти вектор y.

$$e_1=(1,0,2),\ e_2=(-4,-1,-1),\ e_3=(4,-1,-1),\ x=(7,-5,1),\ y_e=(-1,-2,-2)$$

5. По известной матрице линейного оператора A_e в базисе e_1, e_2, найти A_u в базисе u_1, u_2.

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} e_1=(-2,3) & u_1=(1,-3) \\ e_2=(0,3) & u_2=(-2,1) \end{matrix}$$

6. Линейный оператор f в базисе e_1,e_2,e_3 задан матрицей $A=\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

Вектор x является собственным вектором оператора f. Найти к какому собственному значению он относится, если $x=e_1+e_2+2e_3$.

7. Найти собственные значения линейного оператора, заданного матрицей:

$$A=\begin{pmatrix} 7 & -6 & 6 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Найти собственные векторы для максимального собственного числа.

8. Привести квадратичную форму $f(x,y)=9x^2-6xy+y^2$ к каноническому виду $g(x',y')=\lambda_1 x'^2+\lambda_2 y'^2$, где $\lambda_1<\lambda_2$, ортогональным преобразованием $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=C\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.

Записать матрицу C преобразования переменных.

9. Привести квадратичную форму $f(x,y,z)$ к нормальному виду $g(x',y',z')$.

$$f(x,y,z)=x^2+2xy+2xz+5y^2+10yz+4z^2$$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА – Российский технологический университет»** Институт кибербезопасности и цифровых технологий Кафедра высшей математики	**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 17** Дисциплина: **Линейная алгебра и аналитическая геометрия** Форма обучения: очная Курс 1 Семестр 2	Утверждено на заседании кафедры (протокол № 1) Заведующий кафедрой В.В. Соколов

1. Установить размерность пространства L решений однородной системы уравнений, указать базис этого пространства.

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 + 34x_3 - 5x_5 = 0 \\ x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

2. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$. Являются ли линейными преобразования A, B, C. Если преобразования оказались линейными, найти матрицу, размерности ядра и образа преобразования.

$$Ax = (2x_1^2 - x_2, x_3, 2x_2 + 3x_3),$$
$$Bx = (2x_1 - x_2, x_1, 2x_2 + 3x_3),$$
$$Cx = (2x_1 - x_2, x_3, 2x_2 + 3).$$

3. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$, $Ax = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $Bx = (x_2, 2x_3, x_1)$. Найти $(2B - A^2)x$.

4. По известным векторам a, b, c и их значениям a_e, b_e, c_e в базисе e_1, e_2, e_3, найти векторы этого базиса.

$$a_e = (1,-1,-1),\ b_e = (-1,1,0),\ c_e = (-1,-1,1),\ a = (-3,-3,1),\ b = (0,2,1),\ c = (-3,-1,1)$$

5. По известной матрице линейного оператора A_e в базисе e_1, e_2, e_3 и разложению базиса e по базису u, найти A_u в базисе u_1, u_2, u_3.

$$A_e = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} e_1 &= u_1 + 2u_2 - 2u_3 \\ e_2 &= u_2 - u_3 \\ e_3 &= -u_1 - u_2 + 3u_3 \end{aligned}$$

6.Линейный оператор f в базисе e_1, e_2, e_3 задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

Вектор x является собственным вектором оператора f. Найти к какому собственному значению он относится, если $x = 6e_1 - 7e_2 + 5e_3$.

7. Найти собственные значения линейного оператора, заданного матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Найти собственные векторы для максимального собственного числа.

8. Привести квадратичную форму $f(x,y) = 3x^2 + 2\sqrt{10}xy + 6y^2$ к каноническому виду $g(x', y') = \lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2$, где $\lambda_1 < \lambda_2$, ортогональным преобразованием $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.

Записать матрицу C преобразования переменных.

9. Привести квадратичную форму $f(x,y,z)$ к нормальному виду $g(x',y',z')$.

$$f(x,y,z) = x^2 + 4xz + y^2 + 2yz + 4y^2$$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА – Российский технологический университет»** Институт кибербезопасности и цифровых технологий Кафедра высшей математики	**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 20** Дисциплина: **Линейная алгебра и аналитическая геометрия** Форма обучения: очная Курс 1 Семестр 2	**Утверждено на заседании кафедры (протокол № 1)** **Заведующий кафедрой** *В.В. Соколов*

1. Установить размерность пространства L решений однородной системы уравнений, указать базис этого пространства.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 10x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0 \\ 4x_1 + 19x_2 - 4x_3 - 5x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

2. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$. Являются ли линейными преобразования A, B, C. Если преобразования оказались линейными, найти матрицу, размерности ядра и образа преобразования.

$$Ax = (x_1, x_1 - 2x_2 - 3, 4x_1 - 5x_2 - 6),$$
$$Bx = (x_1, x_1 - 2x_2 - 3x_3, 4x_1^4 - 5x_2 - 6x_3),$$
$$Cx = (x_1, x_1 - 2x_2 - 3x_3, 4x_1 - 5x_2 - 6x_3)$$

3. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$, $Ax = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $Bx = (x_2, 2x_3, x_1)$. Найти $(B^2\text{-}A)x$.

4. Показать, что векторы e_1, e_2, e_3 образуют базис и найти координаты вектора x в этом базисе. П известному вектору y_e найти вектор y.

$$e_1 = (0,1,1),\ e_2 = (-1,0,3),\ e_3 = (0,1,2),\ x = (-1,-5,-3),\ y_e = (4,-3,-2)$$

5. По известной матрице линейного оператора A_e в базисе e_1, e_2, найти A_u в базисе u_1, u_2.

$$A_e = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad e_1 = (1,-2) \quad u_1 = (2,1)$$
$$e_2 = (1,3) \quad u_2 = (3,-3)$$

6. Линейный оператор f в базисе e_1, e_2, e_3 задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

Вектор x является собственным вектором оператора f. Найти к какому собственному значению относится, если $x = e_1 + e_2 + 2e_3$.

7. Найти собственные значения линейного оператора, заданного матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Найти собственные векторы для минимального собственного числа.

. Привести квадратичную форму $f(x,y) = 5x^2 + 6xy - 3y^2$ к каноническому виду $(x', y') = \lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2$, где $\lambda_1 < \lambda_2$, ортогональным преобразованием $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.

исать матрицу C преобразования переменных.

ивести квадратичную форму $f(x,y,z)$ к нормальному виду $g(x', y', z')$.

$$f(x,y,z) = x^2 + 4xy + 4xz + 3y^2 + 4yz$$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА – Российский технологический университет»** Институт кибербезопасности и цифровых технологий Кафедра высшей математики	**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 25** Дисциплина: **Линейная алгебра и аналитическая геометрия** Форма обучения: очная Курс 1 Семестр 2	Утверждено на заседании кафедры (протокол № 1) Заведующий кафедрой *В.В. Соколов*

1. Установить размерность пространства L решений однородной системы уравнений, указать базис этого пространства.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

2. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$. Являются ли линейными преобразования A, B, C. Если преобразования оказались линейными, найти матрицу, размерности ядра и образа преобразования.

$$Ax = (x_3, 2x_1 + 3x_2 + 4x_3, 5x_1 + 6x_2 + 7x_3),$$

$$Bx = (x_3, 2x_1 + 3x_2 + 4, 5x_1 + 6x_2 + 7),$$

$$Cx = (x_3, 0, 5x_1^4 + 6x_2 + 7x_3).$$

3. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$, $Ax = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $Bx = (x_2, 2x_3, x_1)$. Найти $B(2A - B)x$.

4. Показать, что многочлены f_1, f_2, f_3 образуют базис и найти координаты многочлена h в этом базисе. По известному вектору g_f найти многочлен g.

$$f_1(x) = 2 + 4x - 2x^2,\ f_2(x) = -1 + 2x + x^2,\ f_3(x) = -2 - 2x - x^2,\ h(x) = 2 + 4x^2,\ g_f = (0, -1, -2)$$

5. По известной матрице линейного оператора A_f в базисе f_1, f_2, f_3, найти A_g в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A_f = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} f_1(x) = 1 & g_1(x) = -1 + 2x - 2x^2 \\ f_2(x) = x & g_2(x) = -1 + x \\ f_3(x) = x^2 & g_3(x) = 2 - 2x + x^2 \end{matrix}$$

6.Линейный оператор f в базисе e_1, e_2, e_3 задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$.

Вектор x является собственным вектором оператора f. Найти к какому собственному значению он относится, если $x = 3e_1 - e_2 + e_3$.

7. Найти собственные значения линейного оператора, заданного матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & -1 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Найти собственные векторы для минимального собственного числа.

8. Привести квадратичную форму $f(x,y) = 6x^2 - 8\sqrt{5}xy - 5y^2$ к каноническому виду $g(x', y') = \lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2$, где $\lambda_1 < \lambda_2$, ортогональным преобразованием $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$. Записать матрицу C преобразования переменных.

9. Привести квадратичную форму $f(x,y,z)$ к нормальному виду $g(x', y', z')$.

$$f(x, y, z) = x^2 + 2xy + 2xz + z^2$$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА – Российский технологический университет»** Институт кибербезопасности и цифровых технологий Кафедра высшей математики	**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 26** Дисциплина: **Линейная алгебра и аналитическая геометрия** Форма обучения: очная Курс 1 Семестр 2	Утверждено на заседании кафедры (протокол № 1) Заведующий кафедрой *В.В. Соколов*

1. Установить размерность пространства L решений однородной системы уравнений, указать базис этого пространства.

$$\begin{cases} 8x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}$$

2. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$. Являются ли линейными преобразования A, B, C. Если преобразования оказались линейными, найти матрицу, размерности ядра и образа преобразования.

$$Ax = (6x_1 - 5x_2 - 4x_3, 3x_1 - 2x_2 - x_3, 0),$$
$$Bx = (6x_1 - 5x_2 - 4, 3x_1 - 2x_2 - x_3, 0),$$
$$Cx = (6x_1 - 5x_2 - 4x_3, 3x_1 - 2x_2 - x_3^2, 0).$$

3. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$, $Ax = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $Bx = (x_2, 2x_3, x_1)$. Найти $A(2B - A)x$.

4. По известным векторам a, b, c и их значениям a_e, b_e, c_e в базисе e_1, e_2, e_3, найти векторы этого базиса.

$$a_e = (3,0,2),\ b_e = (2,1,2),\ c_e = (1,2,1),\ a = (-3,-1,2),\ b = (0,-1,1),\ c = (3,-2,2)$$

5. По известной матрице линейного оператора A_e в базисе e_1, e_2, e_3 и разложению базиса e по базису u, найти A_u в базисе u_1, u_2, u_3.

$$A_e = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} e_1 &= u_1 + 2u_2 - 2u_3 \\ e_2 &= u_2 - u_3 \\ e_2 &= 2u_1 + 2u_2 - u_3 \end{aligned}$$

6.Линейный оператор f в базисе e_1, e_2, e_3 задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$.

Вектор x является собственным вектором оператора f. Найти к какому собственному значению он относится, если $x = e_1 - e_2 + e_3$.

7. Найти собственные значения линейного оператора, заданного матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Найти собственные векторы для минимального собственного числа.

8. Привести квадратичную форму $f(x,y) = 3x^2 + 2\sqrt{11}xy - 7y^2$ к каноническому виду $g(x', y') = \lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2$, где $\lambda_1 < \lambda_2$, ортогональным преобразованием $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$. Записать матрицу C преобразования переменных.

9. Привести квадратичную форму $f(x,y,z)$ к нормальному виду $g(x',y',z')$.

$$f(x, y, z) = x^2 + 4xy + 4xz + 8y^2 + 12yz + 5z^2$$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«МИРЭА – Российский технологический университет»
Институт кибербезопасности и цифровых технологий
Кафедра высшей математики

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 30

Дисциплина:
Линейная алгебра и аналитическая геометрия

Форма обучения: очная
Курс 1 Семестр 2

Утверждено на заседании кафедры (протокол № 1)

Заведующий кафедрой

В.В. Соколов

1.Установить размерность пространства L решений однородной системы уравнений, указать базис этого пространства.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

2. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$. Являются ли линейными преобразования A, B, C. Если преобразования оказались линейными, найти матрицу, размерности ядра и образа преобразования.

$$Ax = (x_1, x_2 - 2x_3, 3x_1 - 4x_2 - 5),$$
$$Bx = (x_1, x_2^2 - 2x_3, 3x_1 - 4x_2 - 5),$$
$$Cx = (x_1, x_2 - 2x_3, 3x_1 - 4x_2 - 5x_3).$$

3. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$, $Ax = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $Bx = (x_2, 2x_3, x_1)$. Найти BA^2x.

4. По известным векторам a, b, c и их значениям a_e, b_e, c_e в базисе e_1, e_2, e_3, найти векторы этого базиса.

$$a_e = (-2,-1,-1), b_e = (-2,-2,-1), c_e = (0,2,1), a = (-3,-3,-2), b = (-1,-2,-3), c = (3,-2,-1)$$

5. По известной матрице линейного оператора A_e в базисе e_1, e_2, e_3 и разложению базиса e по базису u, найти A_u в базисе u_1, u_2, u_3.

$$A_e = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} e_1 &= u_1 + 2u_2 - 2u_3 \\ e_2 &= u_2 - u_3 \\ e_2 &= -u_1 - u_2 + 3u_3 \end{aligned}$$

6.Линейный оператор f в базисе e_1, e_2, e_3 задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

Вектор x является собственным вектором оператора f. Найти к какому собственному значению он относится, если $x = -2e_1 + e_2 + e_3$.

7. Найти собственные значения линейного оператора, заданного матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -4 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Найти собственные векторы для минимального собственного числа.

8. Привести квадратичную форму $f(x,y) = 5x^2 + 18xy + 5y^2$ к каноническому виду $g(x',y') = \lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2$, где $\lambda_1 < \lambda_2$, ортогональным преобразованием $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.

Записать матрицу C преобразования переменных.

9. Привести квадратичную форму $f(x,y,z)$ к нормальному виду $g(x',y',z')$.

$$f(x,y,z) = x^2 + 4xy + 4xz + 5y^2 + 12yz + 7z^2$$