ALHE Z11
Jarosław Arabas
wykład 12

Ewolucja różnicowa

$$
\begin{aligned}
&\mathit{algorytm}\ \boldsymbol{differential\ evolution}\\
&\mathit{inicjuj}\ \boldsymbol{P}(0) \leftarrow \{\boldsymbol{x}_{\mathbf{1}}, \boldsymbol{x}_{\mathbf{2}} \ldots \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{\mu}}\}\\
&t \leftarrow 0\\
&\boldsymbol{while}\ !\ \mathit{stop}\\
&\quad \boldsymbol{for}(i \in 1:\mu)\\
&\qquad \boldsymbol{x}_j \leftarrow \mathit{select}(P(t))\\
&\qquad \boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{x}_l \leftarrow \mathit{sample}(P(t))\\
&\qquad \boldsymbol{y} \leftarrow \boldsymbol{x}_j + F(\boldsymbol{x}_k - \boldsymbol{x}_l)\\
&\qquad \boldsymbol{z} \leftarrow \mathit{crossover}(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{y})\\
&\qquad \boldsymbol{x}_i \leftarrow \mathit{tournament}(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{z})\\
&\quad t \leftarrow t+1
\end{aligned}
$$

sample jest procesem wyboru pary punktów z jednakowym p-stwem

crossover jest operacją krzyżowania wymieniającego

Typy ewolucji różnicowej

- Typ selekcji
  - wybór losowego (rand)
  - wybór najlepszego w populacji (best)
- Typ krzyżowania
  - dwumianowe (bin)
  - wykładnicze (exp)
- Liczba par różnicowanych punktów – 1 albo 2

- Konwencja oznaczeń: DE/rand/1/bin

Typy krzyżowania

$$
\begin{array}{l}
\mathit{procedure}\ \textbf{\textit{binomial crossover}} \\
\mathit{arguments}: \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \\
\textbf{\textit{for}}\ (i \in 1:n) \\
\quad \textbf{\textit{if}}\ a < c_r \\
\qquad z_i \leftarrow y_i \\
\quad \textbf{\textit{else}} \\
\qquad z_i \leftarrow x_i \\
\textbf{\textit{return}}\ \ \boldsymbol{z}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{l}
\mathit{procedure}\ \textbf{\textit{exponential crossover}} \\
\mathit{arguments}: \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \\
i \leftarrow 1 \\
\textbf{\textit{while}}\ (i \le n) \\
\quad \textbf{\textit{if}}\ a < c_r \\
\qquad z_i \leftarrow y_i \\
\quad \textbf{\textit{else}}\ \mathit{break} \\
\textbf{\textit{while}}\ (i \le n) \\
\qquad z_i \leftarrow x_i \\
\textbf{\textit{return}}\ \ \boldsymbol{z}
\end{array}
$$

a jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym w (0,1)

Cr jest parametrem

Algorytm ewolucyjny wypukła funkcja celu

- Model populacji nieskończonej
- Dystrybuanta empiryczna punktów populacji (skokowa) → dystrybuanta rozkładu próbkowania (ciągła)

DE/rand/1
wypukła funkcja celu

- Wariancja punktów po selekcji v_P
- Wariancja punktów po mutacji

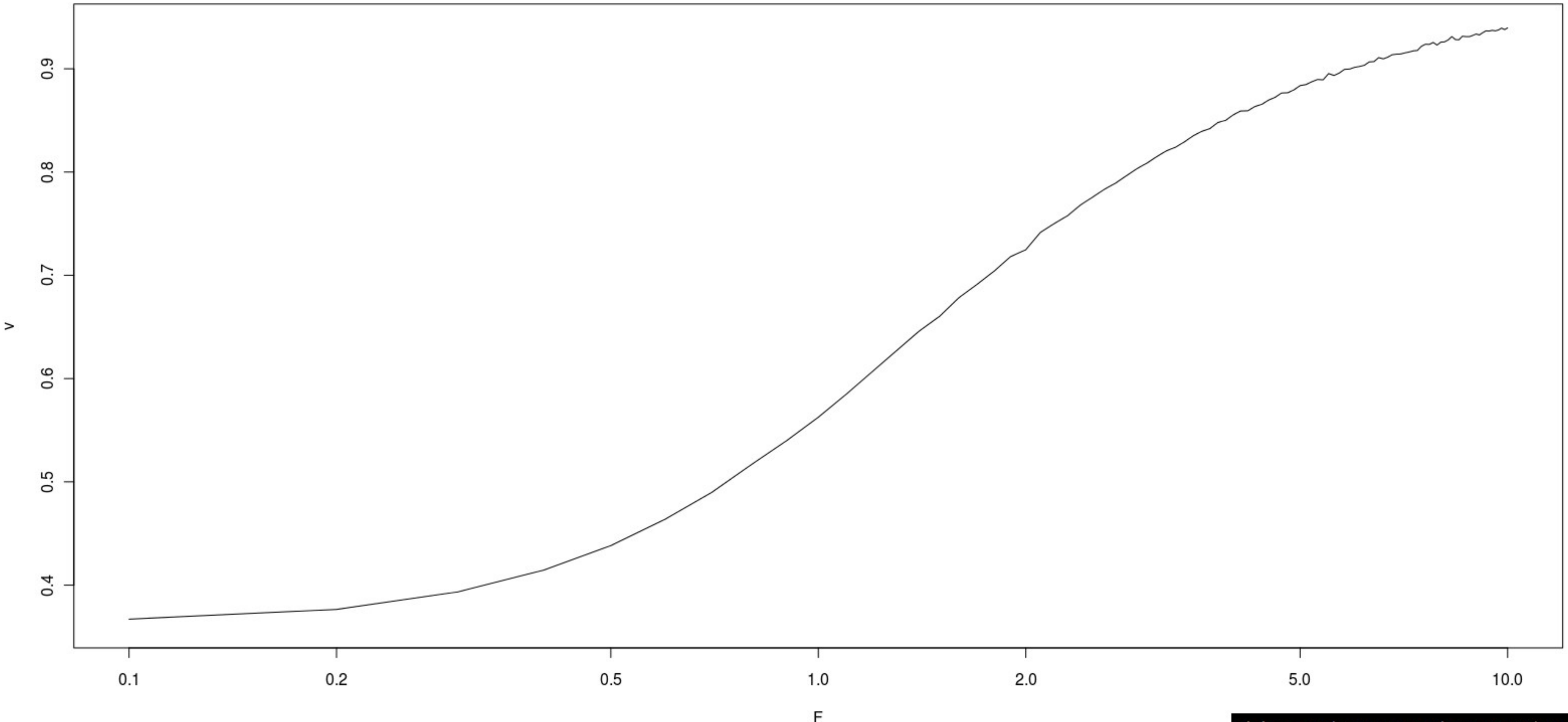
$$v_O = v_P + F^2(v_P + v_P) = v_P(1 + 2\mathrm{F}^2)$$

- Krzyżowanie zmienia wariancję (wzór dla bin)

$$v_C = (1 + 2\mathrm{F}^2(1 - c_r))v_P$$

- Wariancja po sukcesji – kto umie obliczyć? (pierwsze zgłoszenie zalicza drugie kolokwium, decyduje moment przyjścia z prawidłowym rozwiązaniem poczty elektronicznej lub osoby)

DE/rand/1
wypukła funkcja celu - wariancja po sukcesji



DE/rand/1
wypukła funkcja celu

- Wariancja punktów po sukcesji

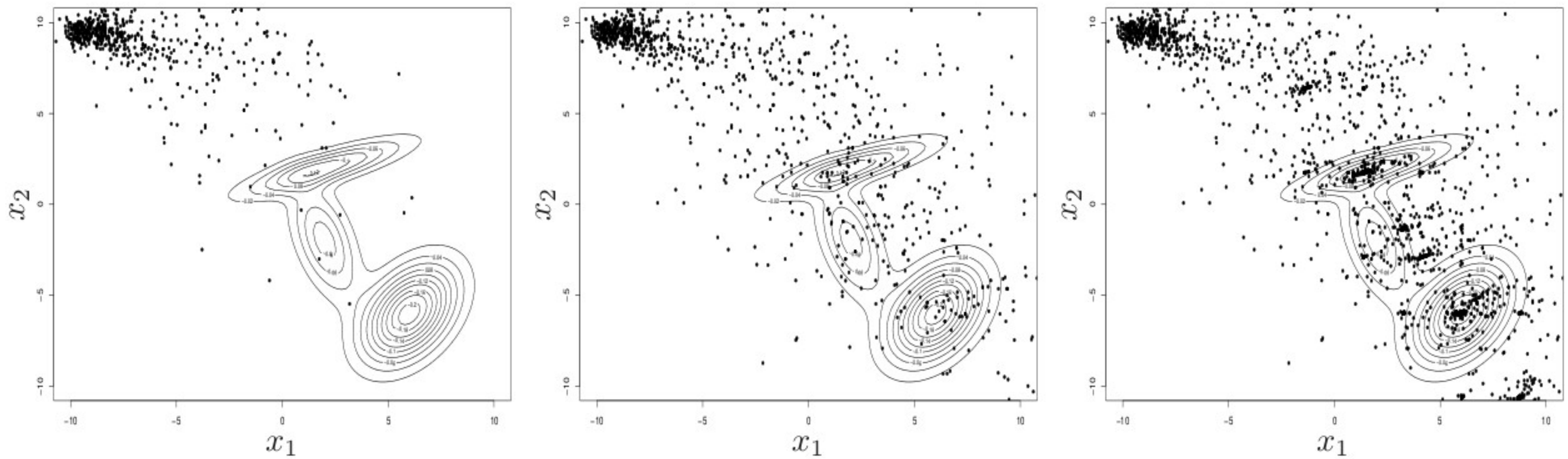
$$v_P(t+1) = k(F)\, v_P(t) \qquad 0 < k < 1$$

- Równowagowa wariancja populacji:

$$v_P(\infty) = 0$$

- A dla alg. ewolucyjnego
(np. selekcja turniejowa, s=2, pc=0)

$$v_P(\infty) = \frac{\pi}{2} v_m$$



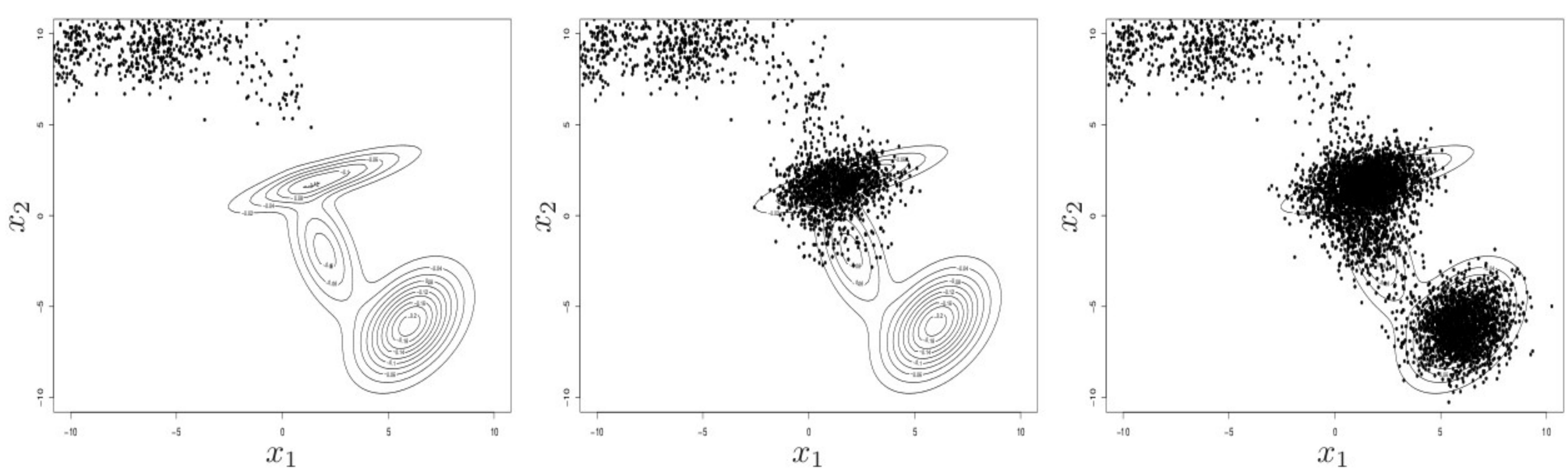
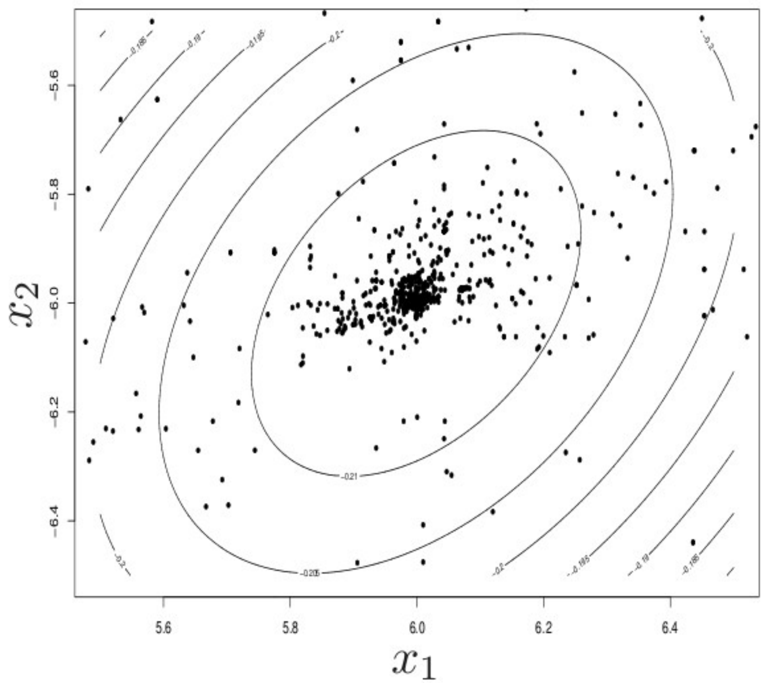
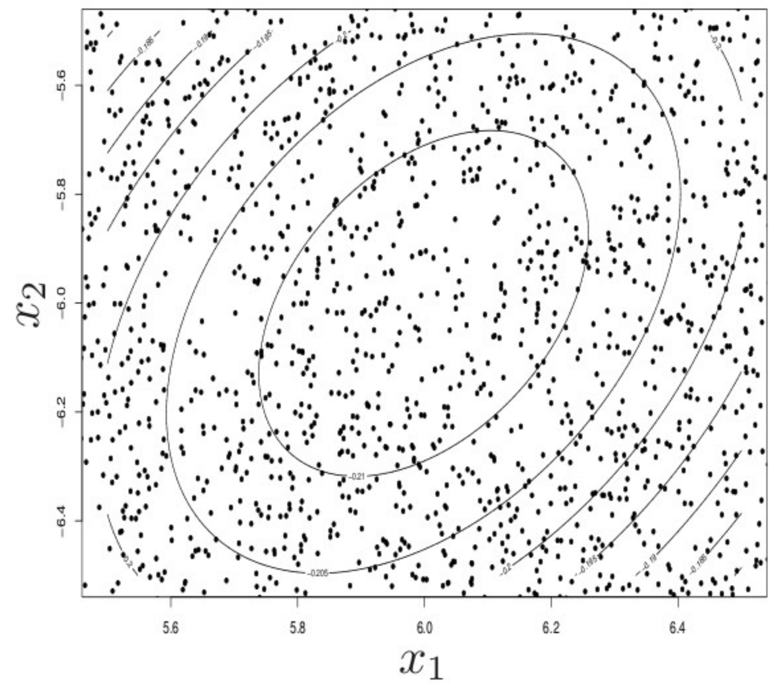


Fig. 6. Set of chromosomes generated by the GMEA algorithm with $\mu = 16$ points in population and mutation standard deviation equal to 0.6 ; consecutive



-5.6
-5.8
-6.0
-6.2
-6.4
x_2
5.6
5.8
6.0
6.2
6.4
x_1



-5.6
-5.8
-6.0
-6.2
-6.4
x_2
5.6
5.8
6.0
6.2
6.4
x_1

Algorytm ewolucyjny

- Algorytm ewolucyjny jest techniką **adaptacji rozkładu populacji**
- Celem jest maksymalizacja wartości oczekiwanej jakości generowanych punktów

- Środek populacji – najlepszy estymator ekstremum lokalnego dla funkcji symetrycznej
- *Survival of the fittest vs. survival of the flattest*

Metoda EDA
Estimation of Distribution Algorithm

$$
\begin{aligned}
& \mathit{algorithm}\ \boldsymbol{EDA} \\
& \mathit{initialize}\ \boldsymbol{m}(0), \boldsymbol{C}(0) \\
& t \leftarrow 0 \\
& \boldsymbol{while}\ !\, \mathit{stop} \\
& \quad P(t) \leftarrow \mathit{sample}\ N(\boldsymbol{m}(t), \boldsymbol{C}(t)) \\
& \quad O(t) \leftarrow \mathit{select}(P(t)) \\
& \quad (\boldsymbol{m}(t+1), \boldsymbol{C}(t+1)) \leftarrow \mathit{update}(O(t), \boldsymbol{m}(t), \boldsymbol{C}(t)) \\
& \quad t \leftarrow t+1
\end{aligned}
$$

Wariant z rozkładem normalnym

opcjonalne

Metoda EDA
Estimation of Distribution Algorithm

- UMDA (Univariate Marginal Distribution)
- Wartość oczekiwana i wariancja estymowana z próby jako

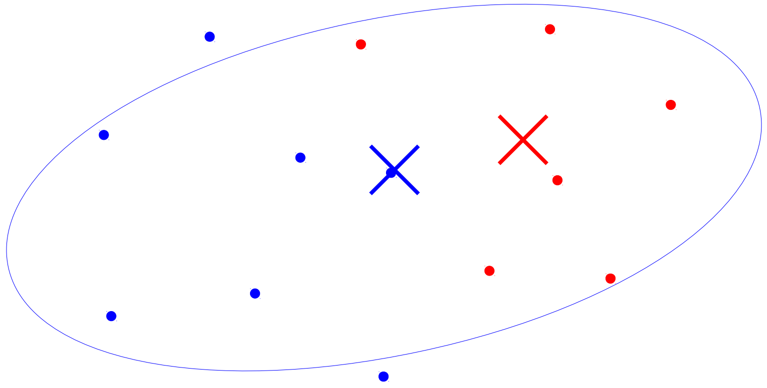
$$\boldsymbol{m}(t+1)_j \leftarrow \sum_{i=1}^{\mu} w(i)\, x_{ij}$$

$$\boldsymbol{C}(t+1)_{jj} \leftarrow \sum_{i=1}^{\mu} w(i)\left(x_{ij} - m(t+1)_j\right)^2$$

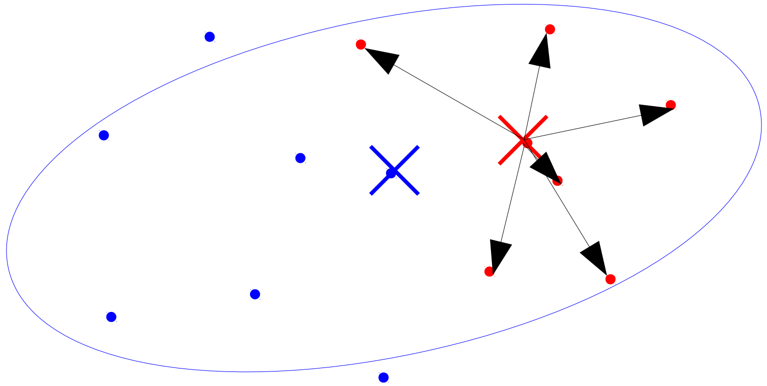
$$\boldsymbol{C}(t+1)_{ij} = 0 \qquad i \neq j$$

$$w(i) = \frac{q(\boldsymbol{x}_i)}{\sum q(\boldsymbol{x}_i)}$$

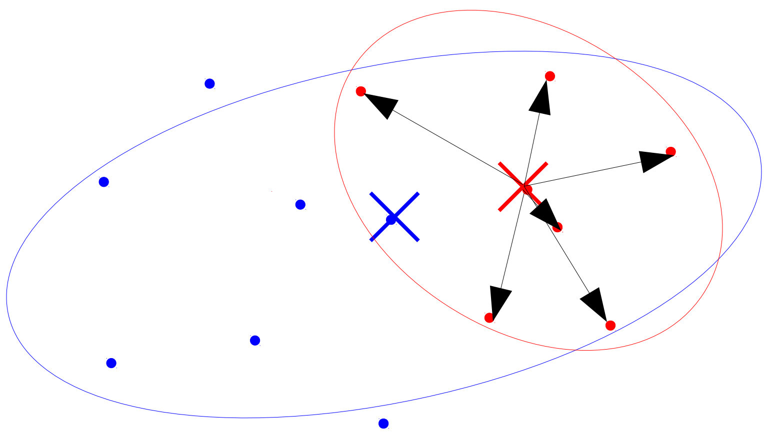
EDA



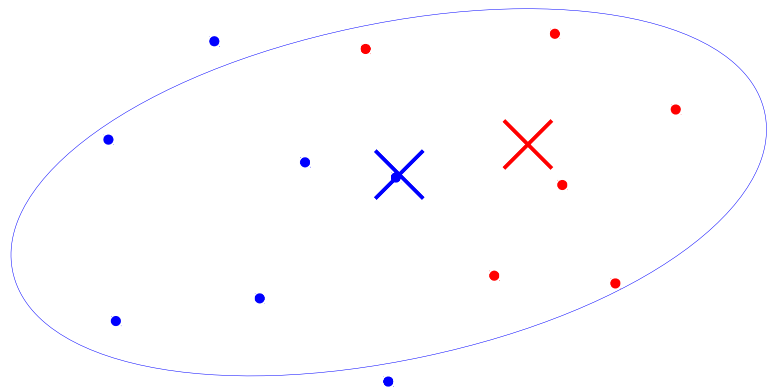
EDA



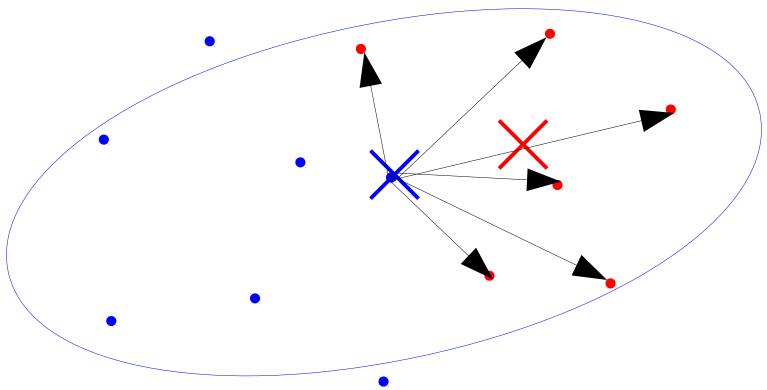
EDA



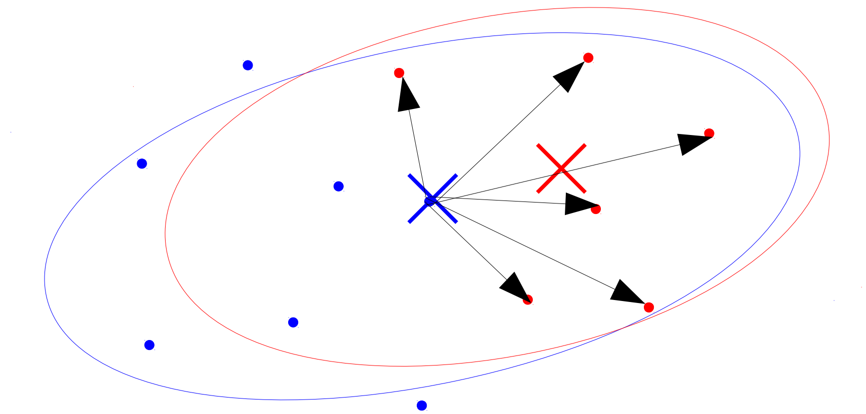
CMAES
Covariance Matrix Adaptation
Evolution Strategy



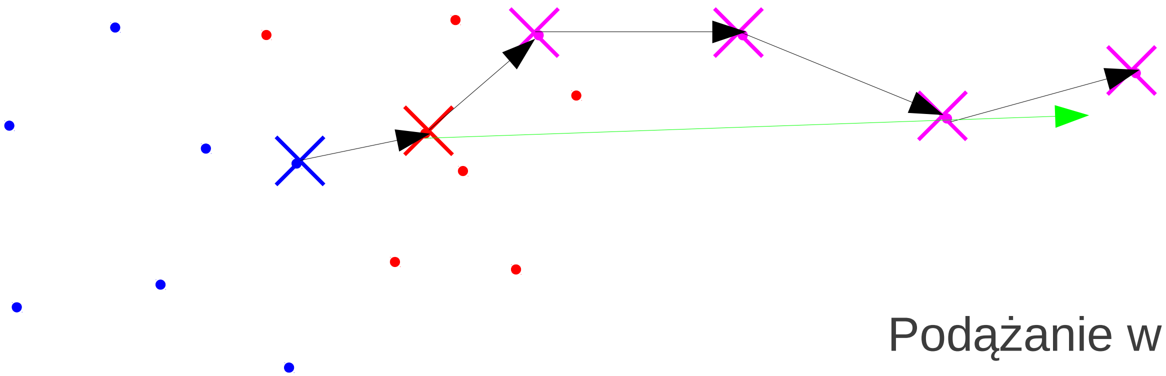
CMAES
Covariance Matrix Adaptation
Evolution Strategy



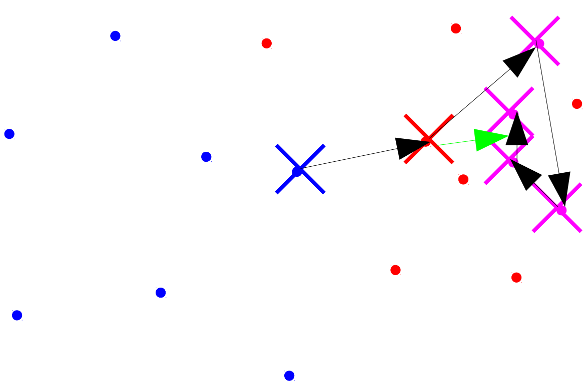
CMAES
Covariance Matrix Adaptation
Evolution Strategy



CMAES
evolution path

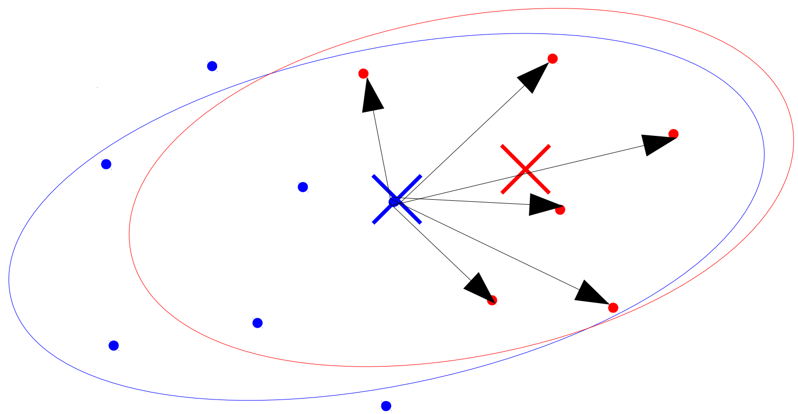


Podążanie w +/- zgodnych kierunkach



Populacja fluktuuje w jednym obszarze

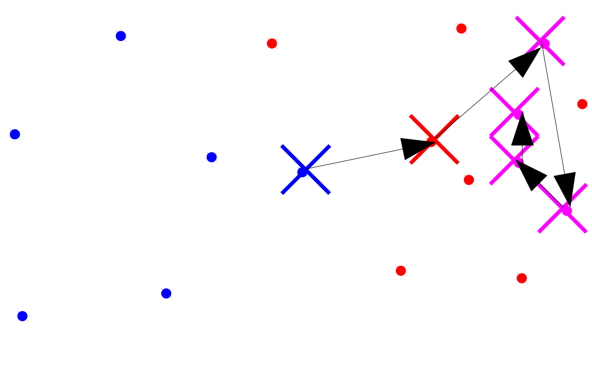
CMAES
Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy



Na podstawie selekcji adaptuje się kształt macierzy kowariancji

Jej skala zależy od ścieżki ewolucji

\+



=CMAES

$$algorithm\ \boldsymbol{CMAES}$$
$$initialize\ \boldsymbol{m}(0), \boldsymbol{C}(0)$$
$$t \leftarrow 0$$
$$\boldsymbol{while}\ !\ stop$$
$$P(t) \leftarrow sample\ N(\boldsymbol{m}(t), \sigma(t)\boldsymbol{C}(t))$$
$$\boldsymbol{m}(t+1) \leftarrow (\overline{P(t)})$$
$$\boldsymbol{p_c}(t+1) \leftarrow (1-c_c)p_c(t) + \sqrt{c_c(2-c_c)}\frac{c_w}{\sigma(t)}(\overline{P(t+1)} - \overline{P(t)})$$
$$\boldsymbol{p_s}(t+1) \leftarrow (1-c_c)p_s(t) + \sqrt{c_c(2-c_c)}\frac{c_w}{\sigma(t)}\boldsymbol{D}(t)(\overline{P(t+1)} - \overline{P(t)})$$
$$\sigma(t+1) = \sigma(t)\exp(\frac{1}{de}(\|p_s(t+1)\| - e))$$
$$\boldsymbol{C}(t+1) \leftarrow (1-c_v)C(t) + c_v p_c(t+1)(p_c(t+1))^T$$
$$c_w = \frac{\sum w_i}{\sqrt{\sum (w_i)^2}}$$
$$t \leftarrow t+1$$

D(t) – macierz wartości własnych macierzy C(t)

e – w.oczekiwana długości n-wymiarowego wektora standardowych normalnych zmiennych losowych