Computer Graphics: Surfaces

Josef F. Bürgler und Thomas Koller

Hochschule Luzern, Informatik

Computer Graphics (I.BA_CG)

Zum Einstieg

Thema: Flächen im $\mathbb{R}^3$ (Raum).

Ziele: Sie können Flächen im Raum auf verschiedene Arten beschreiben.

Resultate: Sie lernen verschiedene Methoden um Flächen im Raum mathematisch zu beschreiben: diese Fähigkeit können Sie verwenden, um Flächen mit Hilfe geeigneter Software zu visualisieren.

Vorgehen: Als erstes werden verschieden Koordinatensystem betrachtet. Anschliessend gehen wir von der Idee aus, eine Fläche im Raum durch einige wenige Kontrollpunkte zu beschreiben. Damit werden die verschiedenen mathematischen Beschreibungen von Flächen schrittweise hergeleitet. Schliesslich betrachten wir allgemeine Flächen. Die dazu verwendeten Methoden werden durch einfach Beispiele illustriert.

Übersicht

1. Flächen in kartesischen Koordinaten
2. Flächen in Zylinder- und Kugelkoordinaten
3. Freiformflächen
   - Einführung
   - Bézierflächen
   - B-Splineflächen
   - NURBS-flächen
4. Allgemeine Flächen

Kartesische Koordinaten

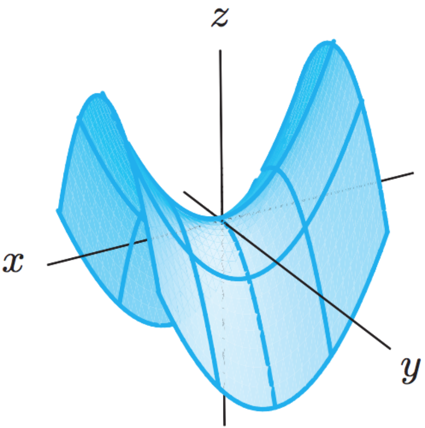
In kartesischen Koordinaten lassen sich Flächen ähnlich beschreiben wie wir uns das gewohnt sind, nämlich in der $y = f(x, y)$, d.h. man trägt den Funktionswert in Richtung der z-Achse über dem Punkt (x, y) ab.

Im Beispiel rechts hat man also

$$z = f(x, y) = x^2 - y^2, \quad \text{wobei } (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

Man spricht von einer **expliziten Darstellung**!

Aber schon wenn wir die Kugelöberfläche zeichnen wollen, geht das mit dieser Vorgehensweise nicht. Man muss jetzt die Kugeloberfläche in zwei Halbkugeln aufteilen und jeden dieser Teile separat darstellen.



In kartesischen Koordinaten lässt sich die Oberfläche einer Kugel (mit Radius R und Ursprung in $(0,0,0)$) nur auf Umwegen beschreiben: für die obere Halbkugel gilt nämlich

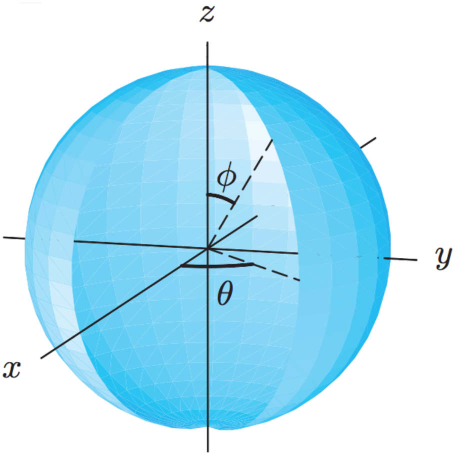
$$z = \sqrt{r^2 - x^2 - y^2}, \quad \text{wobei } (x,y) \in \mathbb{R}^2.$$

und für die untere Halbkugel gilt

$$z = -\sqrt{r^2 - x^2 - y^2}, \quad \text{wobei } (x,y) \in \mathbb{R}^2.$$

Allerdings kann man die Kuegel in **impliziter Darstellung** mit Hilfe folgender Gleichung beschreiben:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \quad \text{wobei } (x,y,z) \in \mathbb{R}^3.$$

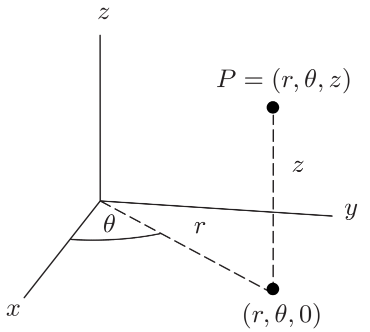


Übersicht

Zylinderkoordinaten

Vor allem für zylindersymmetrische Probleme eignen sich **Zylinderkoordinaten**.

Der Punkt P mit den **kartesischen Koordinaten** $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ wird eindeutig spezifiziert durch seine **Zylinderkoordinaten** $(r, \theta, z) \in [0, \infty) \times [0, 2\pi) \times (-\infty, \infty)$.



Dabei gilt für die Umrechnung der Koordinaten:

$$\begin{aligned} x &= r\cos\theta \\ y &= r\sin\theta \\ z &= z \end{aligned} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ \tan\theta &= \frac{y}{x} \\ z &= z \end{aligned}$$

Example

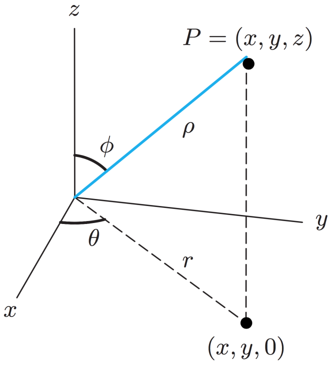
Ein Zylinder mit Radius R kann in kartesischen Koordinaten beschrieben werden durch die Gleichung $x^2 + y^2 = R^2$.

In Zylinderkoordinaten lautet die Gleichung $r = R$. Der Zylinder lässt sich also viel einfacher in Zylinderkoordinaten beschreiben!

Kugelkoordinaten

Kugel- oder **sphärische Koordinaten** werden für Probleme mit Kugelsymmetrie verwendet.

Der Punkt P mit den **kartesischen Koordinaten** $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ wird eindeutig spezifiziert durch seine **Kugelkoordinaten** $(\rho, \phi, \theta) \in [0, \infty) \times [0, 2\pi) \times [0, 2\pi)$.



Beziehungenn zwischen sphärischen und kartesischen Koordinaten:

$$\begin{aligned} x &= \rho \sin\phi \cos\theta \\ y &= \rho \sin\phi \sin\theta \\ z &= \rho \cos\phi \end{aligned} \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{aligned} \rho &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \tan\theta &= y/x \\ \cos\phi &= z/\rho \end{aligned}$$

Example

Eine Kugel mit Radius R kann in kartesischen Koordinaten beschrieben werden durch die Gleichung $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.
In Kugelkoordinaten lautet die Gleichung $\rho = R$. Die Kugel lässt sich also viel einfacher in sphärischen oder Kugelkoordinaten beschreiben!

Grundlegende Verfahren

Beschreibung von Flächen:

- Algebraisch:
  - Explizit: siehe weiter oben, z.B. von der Form $z = f(x, y)$.
  - Implizit: eine Kugel (mit Radius R und Zentrum im Ursprung $(0, 0, 0)$ lässt sich nicht durch eine Funktion der Form $z = f(x, y)$ beschreiben. Sie lässt sich aber durch implizit darstellen durch die Gleichung

    $$x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

    Für festes x, y lassen sich damit die beiden z-Werte (auf der oberen, bzw. unteren Halbkugel) berechnen.
- Parametrisch: Für die Kugel hat man dann

  $$\begin{aligned} x(u, v) &= R\cos(2\pi v)\sin(\pi u) \\ y(u, v) &= R\sin(2\pi v)\sin(\pi u) \\ z(u, v) &= R\cos(\pi u) \end{aligned}$$

  wobei $(u, v) \in [0, 1] \times [0, 1]$. Wie sehen die Kurven wo u, bzw. v konstant ist?
- Freiformflächen (Bézier-, B-Spline- und NURBS-Flächen)
- Polygonnetze (wird hier nur ganz kurz angesprochen)

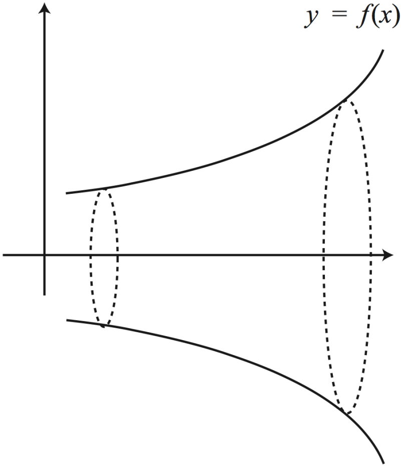
Parametrisierung von Rotationsflächen

Viele Flächen sind rotationssymmetrisch um eine Drehachse. Querschnitte senkrecht zu dieser Achse sind Kreise. Solche Flächen heissen **Rotationsflächen**.

Wir betrachten die Parametrisierung eines Rotationskörpers der entsteht, wenn die Kurve $r = f(x)$ (mit $a \leqslant x \leqslant y$) um die x-Achse rotiert. Die u-Koordinate sei x und die v-Koordinate der Drehwinkel um die x-Achse gemessen (im mathematisch positiven Sinn) von der positiven y-Achse aus

$$\begin{aligned} x &= u \\ y &= f(x)\cos v \\ z &= f(x)\sin v \end{aligned}$$

wobei $a \leqslant u \leqslant b$ und $0 \leqslant v < 2\pi$



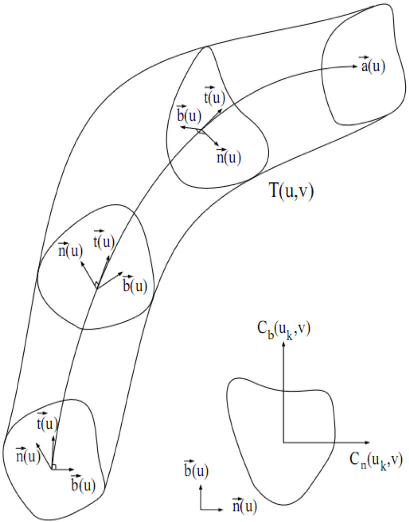
Parametric surfaces — Sweep or extrudierte Fläche

Sie entstehen, indem man eine meist ebene Kurve (z.B. ein Kreis) entlang einer weiteren Kurve (z.B. ebenfalls ein Kreis) bewegt, wobei die Orientierung der ersten Kurve z.B. immer senkrecht zur zweiten Kurve ist. Im betrachteten Beispiel erhält man dadurch einen Torus (Bagel, Schwimmgurt, doughnut).

In jedem Punkt einer Kurve $u \mapsto \mathbf{x}(u)$ lässt sich eindeutig ein *Dreibein* definieren, wobei

$$\begin{aligned} \mathbf{t}(u) &= \frac{\dot{\mathbf{x}}(u)}{|\dot{\mathbf{x}}(u)|} &&= \text{“Tangentenvektor”} \\ \mathbf{n}(u) &= \frac{\dot{\mathbf{t}}(u)}{|\dot{\mathbf{t}}(u)|} &&= \text{“Hauptnormalenvektor”} \\ \mathbf{b}(u) &= \mathbf{t}(u) \times \mathbf{n}(u) &&= \text{“Binormalenvektor”} \end{aligned}$$

Die extrudierte Kurve liegt meist in der durch $\mathbf{n}(u)$ und $\mathbf{b}(u)$ aufgespannten Ebene. Alternativ kann sie auch in einer beliebigen Ebene mit konstantem Normalenvektor liegen.



Parametric surfaces — Sweep or extrudierte Fläche

Example (Schraubenlinie)

Für die Schraubenlinie $\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \cos t \\ \sin t \\ t \end{bmatrix}$ (mit $-\infty < t < \infty$) hat man nacheinander

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -\sin t \\ \cos t \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{t}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -\sin t \\ \cos t \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad \dot{\mathbf{t}}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -\cos t \\ -\sin t \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{n}(t) = \begin{bmatrix} -\sin t \\ \cos t \\ 0 \end{bmatrix}$$

und schliesslich

$$\mathbf{b}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -\sin t \\ \cos t \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\cos t \\ -\sin t \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \sin t \\ -\cos t \\ 1 \end{bmatrix}$$

Die Aufgabe in den Übungen lässt sich mit diesem Beispiel sehr einfach lösen!

Parametric surfaces

Eine Fläche S ist eine **Regelfläche** falls durch jeden ihrer Punkte eine Gerade existiert, die vollständig in S liegt. Beispiele: Ebene, Zylinder, Kegel, einschaliges Hyperboloid (siehe rechts).

Eine Regelfläche kann immer (lokal) beschrieben werden durch Menge aller Punkte auf einer Geraden, die durch den Raum bewegt wird. Beispielsweise kann ein Kegel beschrieben werden in dem man die Gerade in der Kegelspitze fixiert und dann einen anderen Punkt der Gerade entlang des Grundkreises bewegt.

Eine Fläche S ist eine **doppelte Regelfläche** falls durch jeden ihrer Punkte zwei unterschiedliche Geraden existieren, die vollständig innerhalb von S liegen. Beispiel ist das rechts gezeigte einschalige Hyperboloid.

Parametric surfaces

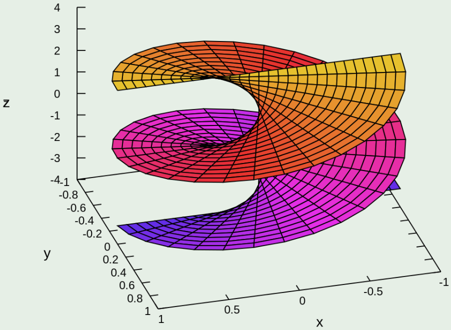
Example

Beschreibe die rechts gezeigt Regelfläche mathematisch!

Lösung: Wir betrachten eine in der xy-Ebene rotierende Gerade, die durch den Ursprung geht:

$$-x \sin\phi + y\cos\phi = 0, \qquad \phi \in \mathbb{R}.$$

Diese Gerade soll sich entlang der z-Achse bewegen und zwar so, dass der Zuwachs (in z-Richtung) nach einer Umdrehung gerade $h = 2$ ist. Zusammenfassend hat man



$$\mathbf{x}(\phi, t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\pi}\phi \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} \cos\phi \\ \sin\phi \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{wobei} \quad -2\pi \leqslant \phi \leqslant 2\pi \;\text{ und }\; -1 \leqslant t \leqslant 1.$$

Übersicht

Freiformflächen

Erweiterung des Kurvenansatzes auf Flächen

- Gegeben eine stückweise polynomiale Kurve $F(u)$ vom Grad n

$$F(u) = \sum_{i=0}^{n} C_i N_i(u), \qquad 0 \leqslant u \leqslant 1$$

und

- eine zweite stückweise polynomiale Kurve $G(v)$ vom Grad m

$$G(v) = \sum_{j=0}^{m} C_j N_j(v), \qquad 0 \leqslant v \leqslant 1$$

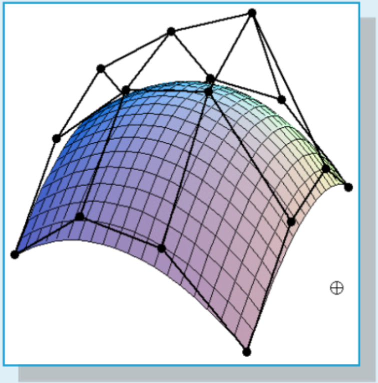
Dann ist die Tensorproduktfläche $S(u, v)$ beschrieben durch

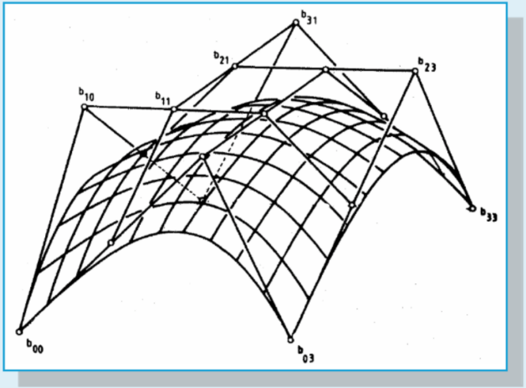
$$S(u, v) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=0}^{m} C_{i,j} N_i(u) N_j(v), \qquad 0 \leqslant u, v \leqslant 1$$

Interpretation: Kurve von Kurven. Beispiele: Bézier- und B-Spline-Flächen.

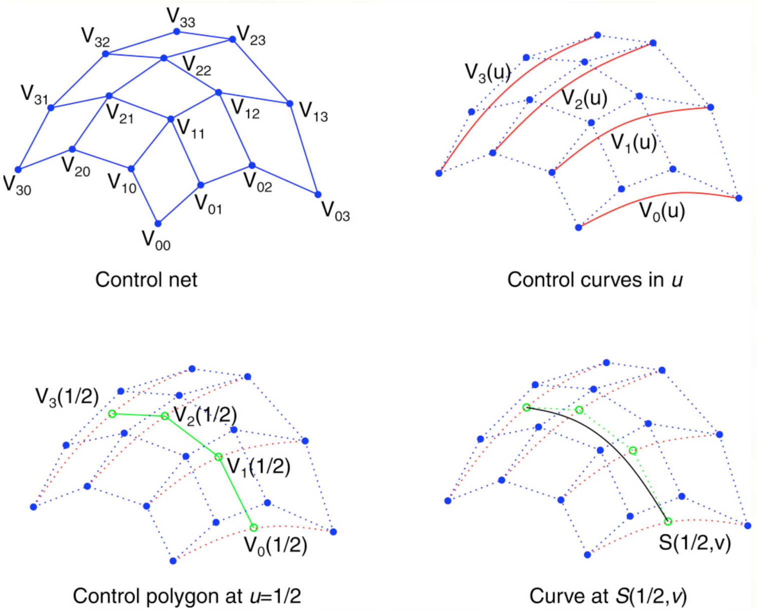
Alternative Darstellung

$$S(u,v) = \sum_{i=1}^{n} N_i(u) C_i(v), \quad \text{wobei} \quad C_i(v) = \sum_{j=1}^{m} N_j(v) C_{i,j}, \; i = 1, 2, \ldots, n, \qquad 0 \leqslant u, v \leqslant 1.$$





Freiformflächen — welche Punkte werden interpoliert?



Bézierflächen

Wir erweitern die Bézier-Kurve

$$\mathbf{P}(v) = \sum_{i=0}^{n} B_i^n(v)\mathbf{P}_i$$

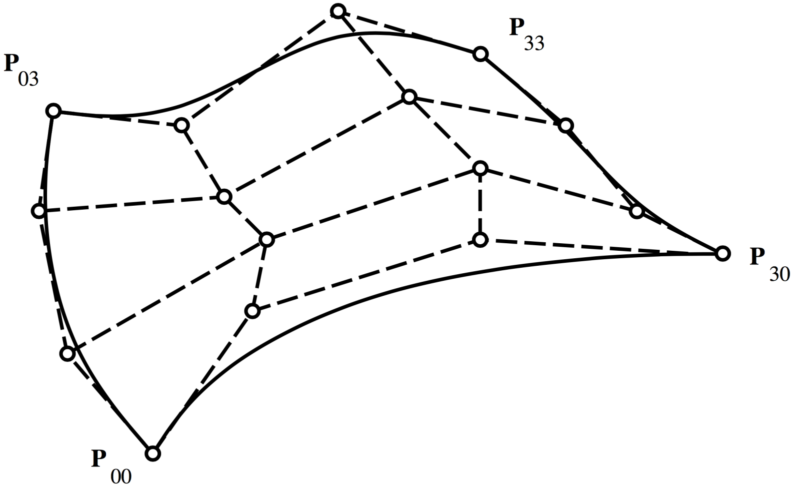
auf Flächen

$$\mathbf{Q}(u,v) = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{m} B_i^n(v) \cdot B_j^m(u) \cdot \mathbf{P}_{i,j}$$

mit den bereits von Session zu Kurven bekannten Bernstein-Polynomen

$$B_i^n(v) = \binom{n}{i}(1-v)^{n-i}v^i, \qquad 0 \leqslant i \leqslant n,$$
$$B_j^m(u) = \binom{m}{j}(1-u)^{m-j}u^j, \qquad 0 \leqslant j \leqslant m.$$

Bézierflächen — Bikubische Bézier-Fläche



4×4 Kontrollpunkte $(n = m = 4)$

Bikubische Bézier-Fläche: Matrixdarstellung

Example

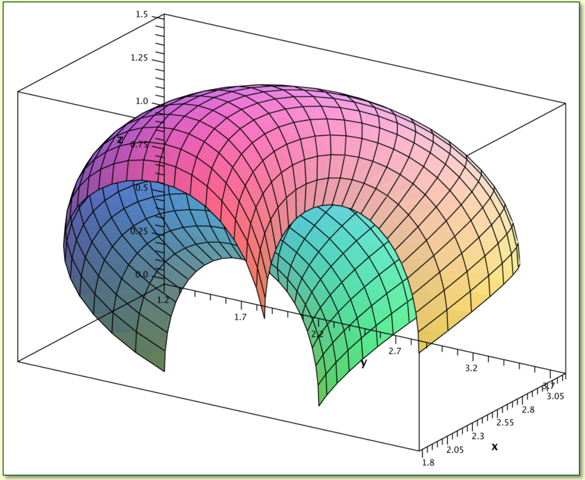
Mit

$$\mathbf{U} = [1, u, u^2, u^3],$$
$$\mathbf{V} = [1, v, v^2, v^3]$$

und

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{0,0} & \mathbf{P}_{0,1} & \mathbf{P}_{0,2} & \mathbf{P}_{0,3} \\ \mathbf{P}_{1,0} & \mathbf{P}_{1,1} & \mathbf{P}_{1,2} & \mathbf{P}_{1,3} \\ \mathbf{P}_{2,0} & \mathbf{P}_{2,1} & \mathbf{P}_{2,2} & \mathbf{P}_{2,3} \\ \mathbf{P}_{3,0} & \mathbf{P}_{3,1} & \mathbf{P}_{3,2} & \mathbf{P}_{3,3} \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Man kann zeigen: $\mathbf{P}(u, v) = \mathbf{U}\mathbf{M}\mathbf{G}\mathbf{M}^T\mathbf{V}^T$; komponentenweise: $\mathbf{P}_i(u, v) = \mathbf{U}\mathbf{M}\mathbf{G}_i\mathbf{M}^T\mathbf{V}^T$, $(i = x, y, z)$.

Bézier-Fläche: Eigenschaften

- Die Oberfläche liegt ganz in der (konvexen) Hülle des Kontrollpunktnetzes.
- Die Oberfläche $\mathbf{P}(u, v)$ besitzt partielle Ableitungen in den beiden Richtungen u und v. Diese können besonders einfach in der Matrixdarstellung berechnet werden:

$$\frac{\partial \mathbf{P}(u, v)}{\partial u} = [0, 1, 2u, 3u^2]\mathbf{M}\mathbf{G}\mathbf{M}^\mathsf{T}\mathbf{V}^\mathsf{T},$$
$$\frac{\partial \mathbf{P}(u, v)}{\partial v} = \mathbf{U}\mathbf{M}\mathbf{G}\mathbf{M}^\mathsf{T}[0, v, 2v, 3v^2]^\mathsf{T}.$$

- Damit kann die Flächennormale mit Hilfe des Kreuzproduktes berechnet werden:

$$\mathbf{N}(u, v) = \frac{\partial \mathbf{P}(u, v)}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{P}(u, v)}{\partial v}$$

  Die Flächennormale $\mathbf{N}(u, v)$ (man braucht sie beispielsweise um die Beleuchtung zu berücksichtigen) ist ein Polynom fünften Grades in den Variablen u und v (biquintisches Polynom). Die Berechnung ist deshalb aufwändig und wird für glatte Flächenelemente durch eine bikubische Approximation ersetzt.

B-Splineflächen

Analog zu Bézier- lassen sich die B-Spline-Flächen definieren:

$$\mathbf{Q}(u, v) = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{m} N_{i,k}(v) \cdot N_{j,l}(u) \cdot \mathbf{P}_{i,j}$$

Sie ist vom Grad $(k-1)$ in u-Richtung und vom Grad $(l-1)$ in v-Richtung. Bei einer kubischen B-Spline-Fläche ist $k = 4$ und $l = 4$. Hier sind $N_{i,k}(t)$ und $N_{j,l}(t)$ die bereits bei B-Splines-Kurven rekursive definierten B-Spline-Basisfunktionen.

- Der Grad der B-Spline-Fläche ist unabhängig von der Anzahl der Kontrollpunkte in den Richtungen u und v frei wählbar.
- Änderungen von Kontrollpunkten haben nur lokale Auswirkungen: dadurch ergeben sich bessere Modellierungsmöglichkeiten.

Example

Falls die kubische B-Spline-Fläche $(k = l = 4)$ durch 6×4 Punkte $\mathbf{P}_{0,0}, \mathbf{P}_{0,1}, \mathbf{P}_{0,2}, \mathbf{P}_{0,3}$, $\mathbf{P}_{1,0}, \mathbf{P}_{1,1}, \mathbf{P}_{1,2}, \mathbf{P}_{1,3}$ bis $\mathbf{P}_{5,0}, \mathbf{P}_{5,1}, \mathbf{P}_{5,2}, \mathbf{P}_{5,3}$ gegeben ist, dann lauten die entsprechenden Knotenvektoren $\vec{t}_u = (0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 3, 3, 3)$ (u-Richtung) und $\vec{t}_v = (0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1)$ (v-Richtung).

NURBS-flächen

Analog hat man für NURBS-Flächen:

$$\mathbf{Q}(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{m} w_{i,j} N_{i,k}(v) \cdot N_{j,l}(u) \cdot \mathbf{P}_{i,j}}{\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{m} w_{i,j} N_{i,k}(v) \cdot N_{j,l}(u)}$$

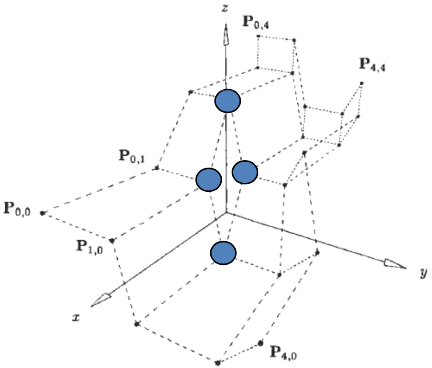
Dabei sind die $B_{i,k}(t)$ und $B_{j,l}(t)$ die B-Spline-Basisfunktionen und die $w_{i,j}$ die homogenen Koordinatenwerte oder Gewichte der Kontrollpunkte $\mathbf{P}_{i,j}$. Durch diese Gewichte sind zusätzliche Steuerungmglichkeiten für die Freiformfläche verfügbar. NURBS-Flächen werden durch OpenGL direkt unterstützt. Sie können analog zu B-Spline-Flächen verwendet werden, wobei man in diesem Fall überall $w_{i,j} = 1$ setzt.

Example

Studieren Sie das Interface in WebGL und stellen Sie dann die Fläche mit den 6×4 Kontrollpunkten

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} [0,0,0]^T & [0,2,0]^T & [0,4,0]^T & [0,6,0]^T \\ [1,0,0]^T & [1,2,1]^T & [1,4,-10]^T & [1,6,0]^T \\ [2,0,0]^T & [2,2,1]^T & [2,4,10]^T & [2,6,0]^T \\ [3,0,0]^T & [3,2,3]^T & [3,4,-10]^T & [3,6,0]^T \\ [4,0,0]^T & [4,2,1]^T & [4,4,10]^T & [4,6,0]^T \\ [5,0,0]^T & [5,2,0]^T & [5,4,0]^T & [5,6,0]^T \end{bmatrix} \quad \text{dar.}$$

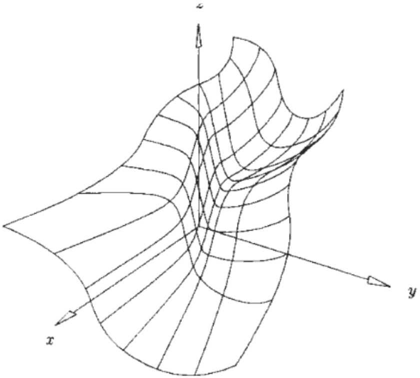
NURBS-flächen (Fort.)



Control net

$$U = V = \{0,0,0,1/3,2/3,1,1,1\}$$

$$w_{ij}(\bigcirc) = 10,\ w_{ij}(\bullet) = 1$$



NURBS Surface

Punkte mit hohen Gewichten *ziehen* die Fläche an.

Übersicht

Allgemeine Flächen

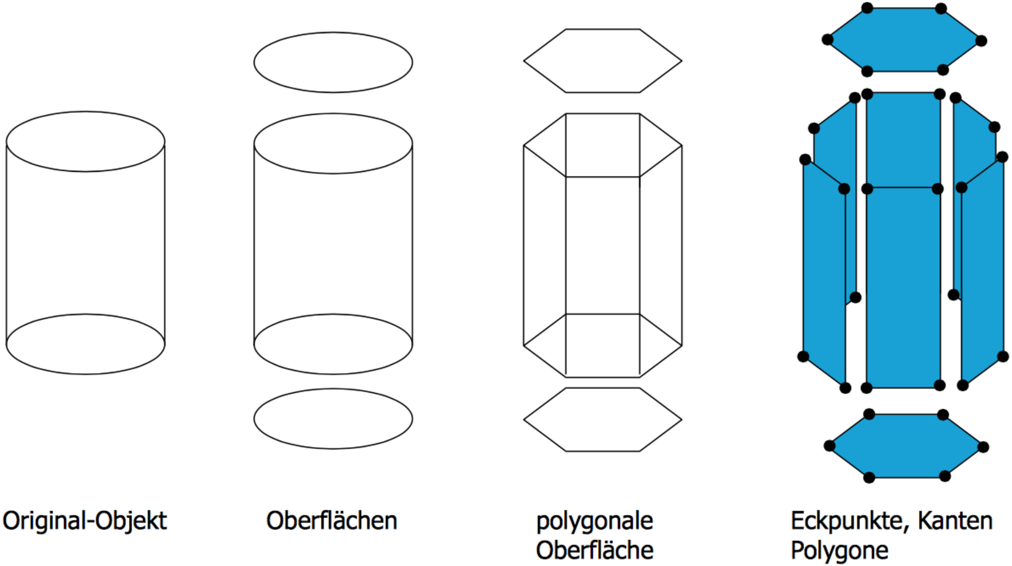
Werden mit graphischen Primitiven, wie Dreiecken oder planaren konvexen Vierecken, individiuell modelliert. Sie werden durch

- **Eckpunkte** (vertices),
- **Kanten** (edges), und
- **Flächennormalen**

beschrieben, meist unter Verwendung von Polygonnetzen.
Neben den genannten Primitiven enthalten Graphik-Bibliotheken Klassen für die Darstellung von Kreis-, Kreisringflächen und -segmenten, sowie Zylinder-, Kegelstump- und Kegelflächen.

Polygonnetze

Objekt wird approximiert durch polygonale Oberfläche. Einzelne Flächen (Facetten) werden durch Polygonzüge begrenzt.



Zusammenfassung

- Sie können sich elegant in verschiedenen Koordinatensystemen bewegen und von einem ins andere hüpfen, sprich die entsprechenden Koordinaten umwandeln.
- Sie kennen verschiedene Möglichkeiten, um eine Fläche mathematisch zu beschreiben.
- Sie können Freiformflächen beschrieben mit Hilfe von Bézier-, B-Spline und NURBS-Patches.
- Sie können sich vorstellen (wir haben das nicht hier gemacht), wie man Flächen mit Hilfe von Dreiecken oder anderen Primitiven beschreiben kann.
- Weiter stellen wir fest, dass wir mit Hilfe von Flächen auch Körper beschreiben können: wir achten einfach darauf, dass die Flächen geschlossen sind!

Ich freue mich auf Ihre

Fragen!

LaTeX Beamer class

Meine Slides wurden in der LaTeX Beamer-Class erstellt. Vor allem wenn viele Formeln vorhanden sind, empfiehlt sich LaTeX, da dann die Formel professionell dargestellt werden (siehe LaTeX for Beginners).

Weitere Informationen finden Sie hier

- zum The BEAMER *class*: User Guide for version 3.59
- zur Homepage von Beamer
- zu Beamer theme and color gallery
- zu Beamer font theme gallery
- zum einfachen Lernen und Verwenden von An Introduction to LATEX Using Scientific Word

Und ja: ich verwende LaTeX seit fast 35 Jahren und ich kann die alten Dokumente immer noch problemlos in PDFs umwandeln!