

Universelle Turingmaschine mit zwei Zuständen/Symbolen

Sven Fiergolla

June 28, 2017

1 Einführung

1.1 Informelle Definition der Turingmaschine

Turingmaschinen (im folgenden TM), benannt nach *Alan M. Turing*, sind das allgemeine Modell der theoretischen Informatik. Sie bestehen aus einem *unendlichen Band*, welches die Eingabe beinhaltet, einem *Lese/Schreibkopf* welcher eine eindeutige Position auf dem Band hat und einem *Steuerungselement*, häufig beschrieben durch eine (partielle) Übergangsfunktion.

1.2 Formale Definition der Turingmaschine

Formal definieren wir die Turingmaschine als Septupel $\mathbf{M} = (\mathbf{Q}, \Sigma, \Gamma, q_0, \delta, \epsilon, \mathbf{F})$ wobei:

\mathbf{Q} = die endliche Zustandsmenge

Σ = das endliche Eingabealphabet

Γ = das endliche Bandalphabet und es gilt $\Sigma \subset \Gamma$ q_0 = der Anfangszustand

δ = die (partielle) Überföhrungsfunktion

ϵ = steht für das leere Feld (Blank)

\mathbf{F} = die Menge der akzeptierenden Endzustände

1.3 universelle Turingmaschinen

In der obigen Definition ist das Programm fest in die Maschine eingebaut und kann nicht verändert werden. Kodiert man die Beschreibung einer Turingmaschine als hinreichend einfache Zeichenkette, so kann man eine sogenannte universelle Turingmaschine – selbst eine Turingmaschine – konstruieren, welche eine solche Kodierung einer beliebigen Turingmaschine als Teil ihrer Eingabe nimmt und das Verhalten der kodierten Turingmaschine auf der ebenfalls gegebenen Eingabe simuliert. Aus der Existenz einer solchen universellen Turingmaschine folgt zum Beispiel die Unentscheidbarkeit des Halteproblems. Eine ähnliche Idee, bei der das Programm als ein Teil der veränderbaren Eingabedaten betrachtet wird, liegt auch fast allen heutigen Rechnerarchitekturen zugrunde (Von-Neumann-Architektur).

Formal ist eine universelle Turingmaschine eine Maschine UTM_ϕ , die eine Eingabe $w \parallel x$

Outline

2 Universelle TM mit nur zwei Zuständen

3 TM mit einem Zustand niemals universell

4 Universelle TM mit zwei Symbolen

5 Fazit