

# Výuka v terénu z teoretické geodézie

## Triangulace a trilaterace

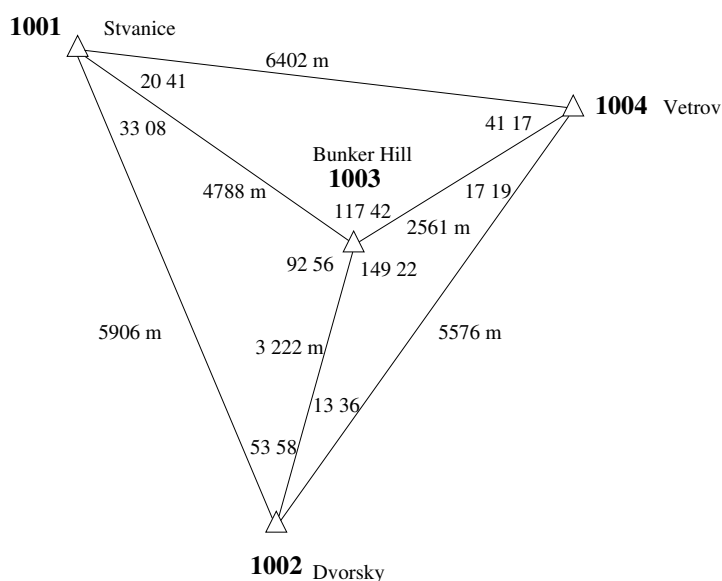
Staré Město pod Sněžníkem

11. června 2020

### 1 Popis úlohy

V rámci úlohy “Triangulace” budou metodami klasické geodézie (triangulace, trilaterace, astronomické určování azimutu) určeny souřadnice čtveřice bodů v systému JTSK rozmístěných podle obrázku v okolí Starého Města pod Sněžníkem.

Orientace sítě bude definována měřeními azimutu na bodech sítě. Vzhledem k obtížnosti určení zeměpisných souřadnic bodů sítě astronomickými metodami budou souřadnice jednoho bodu v systému JTSK převzaty z úlohy GNSS.



Obrázek 1: Triangulační síť

Dalším výstupem úlohy bude součtová konstanta gyroteodolitu.

#### 1.1 Měřické práce

Měřické práce jsou rozděleny do dvou dnů:

- triangulace, trilaterace, astronomické určování azimutu – celý den
- měření gyrotedolitem – 1/2 dne

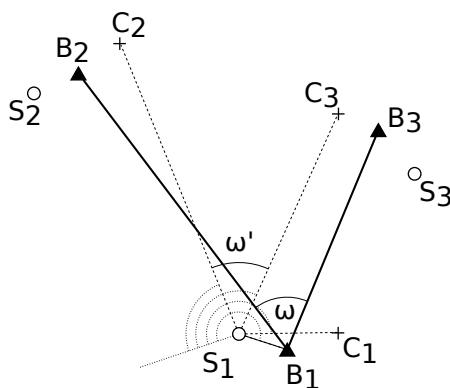
### 1.1.1 Triangulace, trilaterace, určení azimutu

Pro měřické práce se jedna skupina rozdělí na čtyři měřické čety o 2 nebo 3 členech. Každá četa obsadí jeden z bodů sítě, kde bude v průběhu dne provádět měření.

Protože je potřeba práci jednotlivých čet během dne koordinovat a ukázalo se, že spojení pomocí krátkovlnných vysílaček není vždy spolehlivé, je nutné, aby každá četa měla mobilní telefon a znala čísla členů ostatních čet. Spojení na vyučujícího je též vhodné, aktuálně Zdeněk Vyskočil, tel: +420 724 522 831.

Měřická četa na přiděleném bodě provádí veškerá měření univerzálním teodolitem Leica TC1700 nebo Topcon GPT-7501.

- Z technických důvodů, aby bylo možno provádět zároveň triangulační a trilaterační měření (případně i GNSS měření), je postavení stroje a cíle pro úhlové měření excentrické, zatímco odrazné hranoly jsou umístěny na centru.
  - Při dané konfiguraci bodů je možné na každém bodě měřit 3 vodorovné úhly, každý bude měřen nezávisle ve třech laboratorních jednotkách s dvojím cílením.
  - Měření laboratorních jednotek budou registrována na paměťovou kartu. Měření první laboratorní jednotky pro každý úhel bude navíc zapisováno i do zápisníku.
  - Pro centraci měřených úhlů musí být změřena centrační osnova. Centrační osnova bude měřena ve dvou skupinách a bude obsahovat směry na tři ostatní body sítě, na centr a excentrický cíl. Dále musí být určena vodorovná vzdálenost (resp. šikmá a zenitový úhel) exc. stanovisko – centr, exc. stanovisko – exc. cíl, centr – exc. cíl. Měření centrační osnovy jsou registrována na paměťovou kartu, do zápisníku je proveden schematický nakres situace na bodě (s patrnou vzájemnou polohou centru, exc. cíle, stanoviska a směrů na vzdálené body sítě).
- V rámci centrační osnovy jsou měřeny i délky na vzdálené body (trilaterace).



Obrázek 2: Centrační osnova

- Délky jsou měřeny centricky. Pro měření délek se proto teodolit dočasně přesune na centr. Při měření délek je nutné zaznamenat teplotu (suchá, vlhká) a tlak v místě stanoviště a cíle pro výpočet fyzikálních korekcí. Dále je nutné změřit a zaznamenat výšku teodolitu a odrazných hranolů nad body.
- Při měření délek je třeba dbát na správné nastavení součtové konstanty hranolu. Hodnota fyzikální korekce (tzv. *PPM*) musí být nastavena na hodnotu 0, neboť výpočet fyzikální redukce bude prováděn až následně. Pozor, pokud jsou délky měřeny různými dálkoměry (Leica, Topcon), pro fyzikální redukce použijte příslušné vzorce.

Veškeré výpočty jsou prováděny z dat pořízených všemi čety v rámci daného dne. Proto po ukončení měření každá měřická četa provede předzpracování měřených dat a výsledné údaje poskytne ostatním četám v souboru ve výměnném formátu, jehož popis je (nebo bude) uveden na webových stránkách. Je třeba dbát na správnost údajů!

Předzpracovaná data obsahují:

- centrační osnovu: zpracovaný zápisník osnovy vodorovných směrů a vodorovné vzdálenosti centr – exc. cíl, centr – exc. stanoviště
- tabulku šikmých vzdáleností „hranol – hranol“ včetně hodnot pro fyzikální redukci ( $t$  teplota,  $p$  tlak,  $e$  relativní vlhkost vzduchu) a výšek hranolů ( $h$ )

Č.b 1	Č.b 2	šikmá délka [m]	$h_1$ [m]	$h_2$ [m]	$t_1$ [°C]	$t_2$ [°C]	$p_1$ [torr]	$p_2$ [torr]	$e_1$ [%]	$e_2$ [%]
1001	1002	5912.123	1.510	1.356	18	22	652	660	80	81

### 1.1.2 Astronomické určování azimutu

Každá měřická četa určí azimut vybrané strany (excentrické stanoviště – excentrický cíl) pomocí měření na Slunce. Princip určení azimutu a postup výpočtu byl již vysvětlen v rámci předmětu TG4. Postup měření:

- Každý student provede měření úhlu mezi vybranou záměrou (jedno rameno) a Sluncem (druhé rameno) ve dvou modifikovaných laboratorních jednotkách.
- V rámci jedné laboratorní jednotky se měří v obou polohách dalekohledu. Měří se postupně (otáčí se strojem ve směru hodinových ručiček) na cíl (v 1. poloze dalekohledu), levý okraj Slunce (v 1. poloze dalekohledu), pravý okraj Slunce (v 2. poloze dalekohledu). Dále se otáčí strojem proti směru hodinových ručiček a cílí se levý okraj Slunce (v 1. poloze dalekohledu), pravý okraj Slunce (v 2. poloze dalekohledu) a na cíl (ve 2. poloze dalekohledu).
- Pro měření času bude k dispozici ruční GPS přijímač, který ukazuje přesný čas UTC, ale není možné jej použít jako stopky. Vlastní stopky (v telefonu, s rozlišením alespoň na 0,1s) je možné synchronizovat s GPS přijímačem a poté odečítat čas dotyku okraje Slunce vertikální rysky nitkového kříže. Pokud nejsou k dispozici stopky, pomocník vhodným způsobem odpočítává hlasitě sekundy a měřič sleduje ustanovkami pohyb Slunce. V celou sekundu měřič zastaví pohyb stroje a zaregistruje úhlové hodnoty a čas měření. GPS přijímač ukazuje čas UTC +  $x$  hodin (hodnota  $x$  závisí na nastavení přijímače).

- Měření na oba okraje Slunce by měla probíhat krátce po sobě (do dvou minut).
- Iniciativě se meze nekladou, můžete měřit ve více skupinách, případně v noci na Polárku.

Výstupem předzpracování je vypočtený azimut z každé laboratorní jednotky (azimut záměry, ne-centrovaný, neopravený o směrové korekce). Výpočet provádí vždy měřič, který také odpovídá za správnost výsledků. Součástí výstupu jsou i měřené hodnoty úhlů a čas.

Měřil a vypočetl	Čas měření [UTC]	Měřený úhel [g]	Azimut [g]
Kuklíková	25.5.2011 9:32:05.2	15.3456	123.1234
Vyskočil	25.5.2011 9:42:20.4	17.5567	123.1240
Lukeš	25.5.2011 9:51:30.0	20.1134	123.1244
Kuklíková	25.5.2011 15:17:00.1	123.0801	123.1229
Vyskočil	25.5.2011 15:30:40.3	124.2341	123.1246
Lukeš	25.5.2011 15:42:50.1	127.1815	123.1235

### 1.1.3 Měření gyroteodolitem

Pomocí gyroteodolitu je určován azimut strany 1005 (tábor) – 1003 (Bunker Hill) (bod 1005 není zobrazen na obrázku 1 a nachází se na louce nad táborem). Pro určení azimutu je potřeba znát tzv. součtovou konstantu gyroteodolitu. Protože konstanta použitého gyroteodolitu není známa, bude náplň úlohy opačná – z měření gyroteodolitem a známého azimutu strany (určeného ze souřadnic nebo astronomicky) bude určována hodnota konstanty.

Více informací k úloze podá vyučující během měření.

## 2 Výpočetní práce, technická zpráva

Výpočetní práce a zpracování technické zprávy provádí vždy všechny měřické čety daného dne dohromady.

Aby mohlo být zpracování provedeno, je potřeba:

- Každá měřická četa musí předzpracovat získaná data a umístit je na FTP server.
- Každá výpočetní skupina si z FTP serveru stáhne všechna dostupná data pro daný den měření. Tato měření zpracuje. Každá technická zpráva obsahuje též zpracování veškerého měření gyroteodolitem ze všech měřických dnů.
- Každá výpočetní skupina si z FTP serveru stáhne RINEX soubory s měřením GNSS.

### 2.1 Zpracování GNSS měření

K dispozici jsou RINEX soubory:

- Získané měření na bodech sítě.

- Získané měření na statickém stanovišti v táboře.
- Měření stanice CSUM sítě CZEPOS.
- Měření stanice STAM geodynamické sítě GEONAS.

Uvedená měřená data postačují pro výpočet souřadnic bodů sítě v systému ETRS-89. Pro převod do JTSK a Bpv bude použito okolních bodů základního bodového pole s danými souřadnicemi v obou systémech ETRS-89 a JTSK (Bpv). Převod bude proveden pomocí **shodnostní** prostorové Helmertovy transformace. Shodnostní transformace s lokálním klíčem je nezbytná, aby nedocházelo k deformaci sítě a aby bylo možné výsledky porovnat se souřadnicemi určenými z terestrických měření.

Požadované výsledky:

- Protokol o zpracování GNSS měření (vektory, souřadnice v ETRS-89, ...).
- Přehled bodů použitých pro výpočet transformace (souřadnice).
- Protokol o výpočtu transformačního klíče (směrodatné odchylky, odchylky  $dN/dE/dH$  na identických bodech, parametry transformace, ...).
- Výsledné souřadnice v JTSK (Bpv).

Výsledky budou uvedeny v stručné **samostatné** technické zprávě odevdávané v elektronické podobě ve formátu PDF.

Pro zpracování měření získaných v rámci triangulace je potřeba znát přibližné souřadnice bodů sítě. Pro urychlení výpočtů převezměte výsledné souřadnice ze zpracování GNSS měření.

## 2.2 Zpracování terestrických měření

Úkolem je vypočítat rovinné souřadnice bodů sítě a jejich charakteristiky přesnosti na základě měřených terestrických dat. Dále je třeba porovnat výsledky s výsledky získanými pomocí GNSS.

Požadované výstupy v technické zprávě:

- Technická zpráva (popis úlohy, použité postupy, ...).
- Zápisníky (tabulky; výsledky předzpracování měřených údajů).
- Tabulky dokumentující redukce měřených délek (fyzikální, matematická redukce). Pro redukce délek použijete výšky získané pomocí GNSS.
- Tabulky dokumentující redukce měřených úhlů (centrace, směrové korekce).
- Tabulky dokumentující určení azimutů jednotlivých stran.
- Popis způsobu stanovení vah měřených veličin vstupujících do vyrovnání.
- Protokol o vyrovnání sítě.
- Porovnání výsledků získaných z terestrických měření a pomocí GNSS. Posouzení rozdílů (rozdíly v rozměru sítě, orientaci, ...).

- Náčrt sítě (případně zákres do mapy).
- Určená hodnota konstanty gyroteodolitu.

Technická zpráva dokumentuje použité postupy, prostředky, výsledky. Zpráva obsahuje další údaje požadované zadavatelem. Nicméně obsahem technické zprávy není výpis vzorců. Například stačí konstatovat, že výpočet byl proveden pomocí metody nejmenších čtverců, je zbytečné uvádět vzorce.

Výsledná technická zpráva bude odevzdána ve svázané podobě s popisovým polem na čelní straně a opatřena na začátku obsahem pro snadnou orientaci. Náležitá úprava je důležitou charakteristikou technické zprávy.

### 3 Další informace

#### Převod měřeného směru na referenční elipsoid

K převedení naměřeného úhlu na referenční elipsoid je třeba zavést tři korekce pro směry vytvářející měřený úhel:

Korekce  $\delta_1$  z rozdílu tížnice a normály k elipsoidu je počítána ze vzorce

$$\delta_1 = -(\xi \sin \alpha - \eta \cos \alpha) \cot z, \quad (1)$$

Ve vzorci (1) jsou  $\xi$  a  $\eta$  meridiánová a příčná složka tížnicové odchylky  $\Theta$  v bodě  $P$ ,  $\alpha$  je azimut záměry a  $z$  její zenitový úhel.

Korekci  $\delta_2$  z výšky cíle nad elipsoidem (z nadmořské výšky) počítáme ze zjednodušeného vzorce

$$\delta_2'' = 0,108 H_{2(km)} \cos^2 \varphi \sin 2\alpha. \quad (2)$$

Korekci  $\delta_3$  azimutu (směrníku) normálového řezu na azimut (směrník) geodetické čáry počítáme ze zjednodušeného vzorce

$$\delta_3'' = -0,028 \cos^2 \varphi \sin 2\alpha \left( \frac{s_{km}}{100} \right)^2. \quad (3)$$

Pro převod na referenční elipsoid se korekce  $\delta_1, \dots, \delta_3$  přičítají.

Uvedené korekce  $\delta_1, \dots, \delta_3$  jsou pro délky stran  $s < 10$  km velmi malé, a lze je proto zanedbat.

#### Převod měřeného směru na přímou spojnici v rovině Křovákovy zobrazení

Pro tento převod se používá vzorec

$$\delta_{12}'' = (D_2' - D_1'')'' \left( 2K_1 \frac{R_2}{R_1} + K_2 \frac{R_1}{R_2} \right), \quad (4)$$

kde

$$K_i = \frac{\sin S_o - \sin S_i}{6 \sin S_o} \doteq 5.3145 \cdot 10^{-9} \Delta R_i + 2.045 \cdot 10^{-15} \Delta R_i^2,$$

$$\Delta R_i = R_i - R_o \text{ (v metrech)}, R_o = 1\,298\,039,0046 \text{ m}, R_i^2 = Y_i^2 + X_i^2, D_i' = \arctan \frac{Y_i}{X_i}.$$

Pro opačný směrník platí

$$\delta_{21}'' = -(D_2' - D_1')'' \left( K_1 \frac{R_2}{R_1} + 2K_2 \frac{R_1}{R_2} \right) .$$

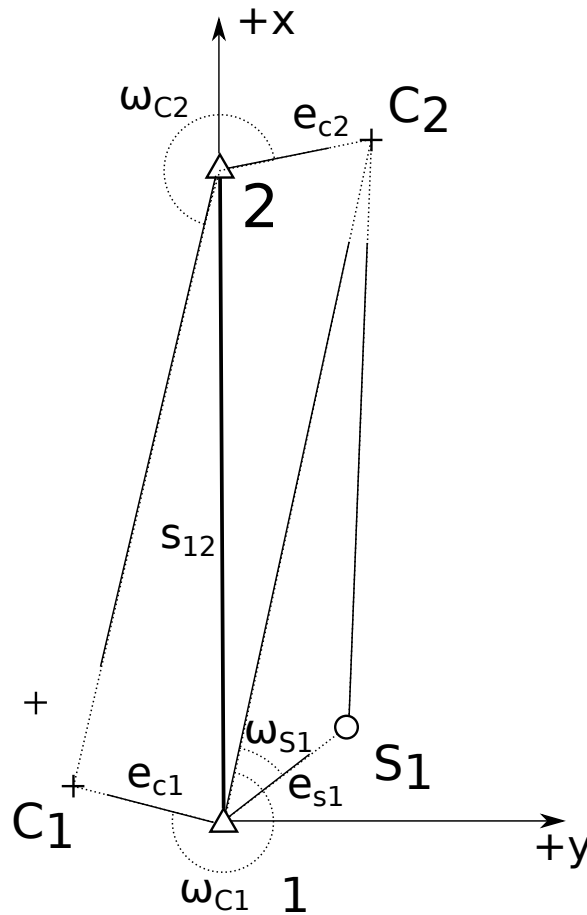
Pro převod do roviny zobrazení se korekce  $\delta_{12}$  a  $\delta_{21}$  přičítají. Pro převod měřeného úhlu  $\omega^{mer}$  do roviny zobrazení ( $\omega^{Krovak}$ ) platí

$$\omega^{Krovak} = \omega^{mer} + \delta_P - \delta_L,$$

kde  $\delta_P, \delta_L$  jsou směrové korekce pro pravé a levé rameno úhlu.

### Centrace měřených směrů

Protože stanovisko i cíl jsou excentrické, je nutno změřit centrační prvky a osnovu měřených směrů před dalším zpracováním centrovat. Jedno z možných řešení opravy měřeného směru  $S_1C_2$  je naznačeno na obrázku 3.



Obrázek 3: Centrace úhlů (trojúhelník – centr;  $S, C$  – excentrické stanovisko a cíl)

Pro souřadnice bodů  $S_1, C_1, C_2$  ve zvolené místní soustavě souřadnic platí:

$$X_{S1} = e_{S1} \cos(\delta_1 + \omega_{S1}) \quad (5a)$$

$$Y_{S1} = e_{S1} \sin(\delta_1 + \omega_{S1}) \quad (5b)$$

$$X_{C1} = e_{C1} \cos(\delta_1 + \omega_{C1}) \quad (5c)$$

$$Y_{C1} = e_{C1} \sin(\delta_1 + \omega_{C1}) \quad (5d)$$

$$X_{C2} = e_{C2} \cos(\delta_2 + \omega_{C2}) + s_{12} \quad (5e)$$

$$Y_{C2} = e_{C2} \sin(\delta_2 + \omega_{C2}), \quad (5f)$$

kde  $e_{S1}, e_{C1}, e_{C2}$  jsou excentricity stanoviska a cílů a  $s_{12}$  je vzdálenost mezi centry (viz poznámka 2). Úlohu je třeba řešit iterativně. V první iteraci lze položit směrníky  $\delta_1, \delta_2$  rovny nule. V dalších iteračních krocích lze vypočítat ze souřadnic. Výsledná oprava měřeného směru  $S_1C_2$  je záporně vzatý směrník této strany v místní souřadnicové soustavě.

Poznámka 1: uvedený postup centrace neplatí zcela, neboť centrační prvky jsou ve skutečnosti měřeny na excentrickém stanovisku. Avšak snadnou úpravou obdržíte postup správný.

Poznámka 2: vzdálenost  $s_{12}$  je vodorovná vzdálenost mezi centrem 1 a průmětem centru 2 do vodorovné roviny procházející centrem 1.

## Fyzikální redukce délek

Fyzikální redukce se určí z měřených hodnot tlaku, teploty a vlhkosti pomocí nomogramu nebo tabulek připravených pro daný typ dálkoměru nebo z rovnice pro přístroj Leica TC1700

$$D = D_{mer} (1 + \Delta D \cdot 10^{-6})$$

$$\Delta D = 280,2096 - 295,8193 \cdot \frac{p}{760} \cdot \frac{1}{1+t \cdot \alpha} - \frac{5,5 \cdot 10^{-2}}{1+t \cdot \alpha} \cdot e$$

kde  $p$  je atmosférický tlak v mmHg (torr),  $t$  je teplota vzduchu ve  $^{\circ}\text{C}$ ,  $e$  je relativní vlhkost vzduchu v %,  $\alpha = 1/273,15$ . V případě měření přístrojem Topcon GPT-7501 je třeba použít následující firemní rovnici

$$\Delta D = 279,85 - \frac{79,585 \cdot p}{273,15 + t}$$

kde  $p$  je atmosférický tlak tentokrát v hPa.

## Matematická redukce délek

1. Oprava z refrakce:

$$d' = 2r \sin \frac{D'}{2r}, \quad r = R/k,$$

kde  $k$  je tzv. refrakční koeficient. Pokud není k dispozici jiná hodnota, uvažujeme  $k = 0,13$ .

2. Převod na délku přímé spojnice v rovině kartografického zobrazení:

Známe-li přibližné hodnoty elipsoidických souřadnic bodů sítě, můžeme délku  $d_{JTSK}$  vypočítat následujícím postupem:

- Z přibližných hodnot  $\varphi^o, \lambda^o, h^o + h_T$  vypočteme souřadnice bodů v rovině Křovákova zobrazení a délku přímé spojnice  $d_{JTSK}^o$  obrazů těchto bodů. Veličina  $h_T$  značí výšku postavení dálkoměru resp. odrazných hranolů.
- Po převodu  $\varphi^o, \lambda^o, h^o + h_T$  na pravoúhlé prostorové souřadnice můžeme vypočítat prostou vzdálenost  $d_{XYZ}^o$  odpovídající přibližným polohám bodů.
- Výslednou délku  $d_{JTSK}$  vypočteme z následujícího vztahu

$$\frac{d_{JTSK}}{d_{JTSK}^o} = \frac{d_{mer.}}{d_{XYZ}^o}.$$