

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE FAKULTA STAVEBNÍ KATEDRA GEOMATIKY					
Název předmětu Výuka v terénu z teoretické geodézie					
Úloha GEO	Název úlohy: Určení průběhu kvazigeoidu				
akademický rok 2024/2025	semestr letní	studijní skupina	vypracovaly Sk. 1	datum 22.9. 2025	klasifikace

Technická zpráva

1 Zadání

Určete průběh kvazigeoidu v profilu vedeném podél nivelačního pořadu II.řádu Z7ab Žleb-Kunčice pomocí GNSS-nivelace. Dosažené výsledky budou použity k otestování modelu kvazigeoidu CR2005 v dané oblasti.

Na profilu realizovaném dočasně stabilizovanými body a vedeném podél nivelačního pořadu Z7ab (úsek Vysoké Žibřidovice - Kladské sedlo vymezený body Z7ab-9 a Z7ab-44) určete pro jednotlivé body profilu elipsoidické souřadnice (polohu a výšku) v systému ETRS89 (realizace ETRF2000) a normální výšku v systému Bpv. Elipsoidické souřadnice zaměřte pomocí technologie GNSS statickou metodou. Normální výšku bodů profilu určete technickou nivelací z blízkých bodů nivelačního pořadu Z7ab.

V úseku Nová Seninka - Kladské sedlo (úsek nivelačního pořadu Z7ab vymezený body Z7ab-33 a Z7ab-44) bude GNSS-nivelace navázána na prováděnou obnovu nivelačního pořadu Z7ab (úloha VPN). V tomto úseku využijte nově určené normální výšky přípojovacích nivelačních bodů z provedené obnovy pořadu. Ve zbylé části profilu (úsek Vysoké Žibřidovice - Nová Seninka) převezměte normální výšky bodů z nivelačních údajů.

Získané hodnoty výškové anomálie kvazigeoidu porovnejte pro body vašeho profilu s hodnotami modelu kvazigeoidu CR2005.

2 Informace o měření

<i>Místo měření:</i>	Staré Město pod Sněžníkem a okolí (okres Šumperk)
<i>Datum měření:</i>	15. 6. 2025 – měření GNSS;
<i>Povětrnostní podmínky:</i>	15. 6. 2025 – jasno, slabý vítr, teplota cca 20–24°C
<i>Použité přístroje a pomůcky:</i>	3 x Leica Sprinter 100, v.č.: 738932, 1007227, 1007439, 2 x Trimble TRMR2, v.č.: 32S17769, 6203S17886, Trimble TRMR580, 6337S22116, nivelační latě, nivelační podložky, stativy, dřevěné kolíky, kladivo, svinovací metr

3 Postup

3.1 Měření GNSS

Měření GNSS probíhalo rychlou statickou metodou s použitím referenční stanice ve Starém Městě (TSTA). Data z měření byla exportována do formátu RINEX. Byla použita observační data ze stanice CZEPOS v Šumperku (CSUM).

Zpracování bylo provedeno v programu RTKLib.

3.2 Technická nivelace

Nivelace byla použita pro určení výšky bodu z excentrického stanoviska, s maximem dvou přestav.

Hodnocení přesnosti nivelace porovnáním rozdílů nivelovaných převýšení a mezní odchylkou probíhalo už v terénu podle:

$$\Delta M_{[mm]} = 0,67 * 40 * \sqrt{R_{[km]}}, \quad (1)$$

kde $R_{[km]}$ je délka pořadu v kilometrech.

Vyhovující dvojice měření pak byla zprůměrována.

Přesnost měření popisuje střední jednotková chyba kilometrová obousměrné nivelace:

$$m_{0[mm]} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\delta h}{R_{[km]}}}, \quad (2)$$

směrodatná odchylka nivelovaného převýšení:

$$m_{[mm]} = m_0 \sqrt{R_{[km]}}. \quad (3)$$

Výšky měřené dvěma skupinami byly zprůměrovány a ze zákona hromadění směrodatných odchylek je směrodatná odchylka průměru:

$$\sigma_m = 2\sqrt{\sigma_{m1}^2 + \sigma_{m2}^2}. \quad (4)$$

3.3 Výpočet výškové anomálie

Výšková anomálie je rozdíl elipsoidické (určené GNSS) a normální Moloděnského výšky (určené nivelací):

$$N = H_{el} - H_{niv}. \quad (5)$$

Její přesnost je ze zákona hromadění směrodatných odchylek:

$$\sigma_N = \sqrt{\sigma_{Hel}^2 + \sigma_{Hniv}^2}. \quad (6)$$

4 Výsledky

Bod	B[°]	L[°]	H[m]
23K	50,16409	16,94625	568,281
25K	50,16751	16,94516	582,711
27.1K	50,17650	16,93953	588,495
29K	50,17916	16,93285	598,338
30K	50,18047	16,92536	610,191
31K	50,18666	16,92124	624,857
31.1K	50,19064	16,91935	635,698
32K	50,19339	16,91916	643,479

Tabulka 1: Souřadnice a výšky (GNSS), Staré Město - Nová Seninka

Bod	Sk. Zelená			Sk. Modrá			ΔH_{el} [m]
	B[°]	L[°]	H[m]	B[°]	L[°]	H[m]	
33.1K	50,19856	16,91752	658,562	50,19856	16,91752	658,581	0,019
34K	50,20344	16,91535	676,095	50,20344	16,91535	676,089	-0,006
35.1B	50,20855	16,91942	699,480	50,20855	16,91942	699,432	-0,048
36.1B	50,21102	16,92066	711,668	50,21102	16,92066	711,704	0,036
37K	50,21610	16,92155	740,612	50,21610	16,92155	740,698	0,086
39.1K	50,21817	16,92567	771,620	50,21817	16,92567	771,657	0,037
43K	50,21969	16,92524	828,388	50,21969	16,92524	828,447	0,059
44K	50,22303	16,92363	845,421	50,22303	16,92363	845,406	-0,015

Tabulka 2: Souřadnice a výšky (GNSS), s rozdílem elipsoidických výšek, Nová Seninka - Kladské Sedlo, měřeno dvakrát

Bod	H_{niv} [m]	m_0 [mm]	m [mm]	H_{el} [m]
23K	524,507	0,0	0,0	568,281
25K	538,941	0,0	0,0	582,711
27.1K	544,738	5,0	1,0	588,495
29K	554,575	4,2	0,5	598,338
30K	566,417	0,0	0,0	610,191
31K	581,028	3,0	0,5	624,857
31.1K	591,914	2,2	0,5	635,698
32K	599,737	0,0	0,0	643,479

Tabulka 3: Výsledky měření výšek (TN a GNSS), Staré Město - Nová Seninka
Pouze jednou měřený úsek

Bod	Sk. Zelená				Sk. Modrá				m [mm]
	$H_{niv1}[m]$	$m_{01}[mm]$	$m_1[mm]$	$H_{el1}[m]$	$H_{niv2}[m]$	$m_{02}[mm]$	$m_2[mm]$	$H_{el2}[m]$	
33.1K	614,854	1,9	0,5	658,562	614,853	11,7	2,5	658,581	5,1
34K	632,371	0,0	0,0	676,095	632,371	2,0	0,5	676,089	1,0
35.1B	655,705	—	—	699,480	655,705	—	—	699,432	—
36.1B	667,927	—	—	711,668	667,927	—	—	711,704	—
37K	696,922	0,0	0,0	740,612	696,922	0,0	0,0	740,698	0,0
39.1K	727,931	0,0	0,0	771,620	727,930	0,0	0,0	771,657	0,0
43K	784,740	0,0	0,0	828,388	784,740	2,4	0,5	828,447	1,0
44K	801,798	3,4	0,5	845,421	801,797	3,7	0,5	845,406	1,4

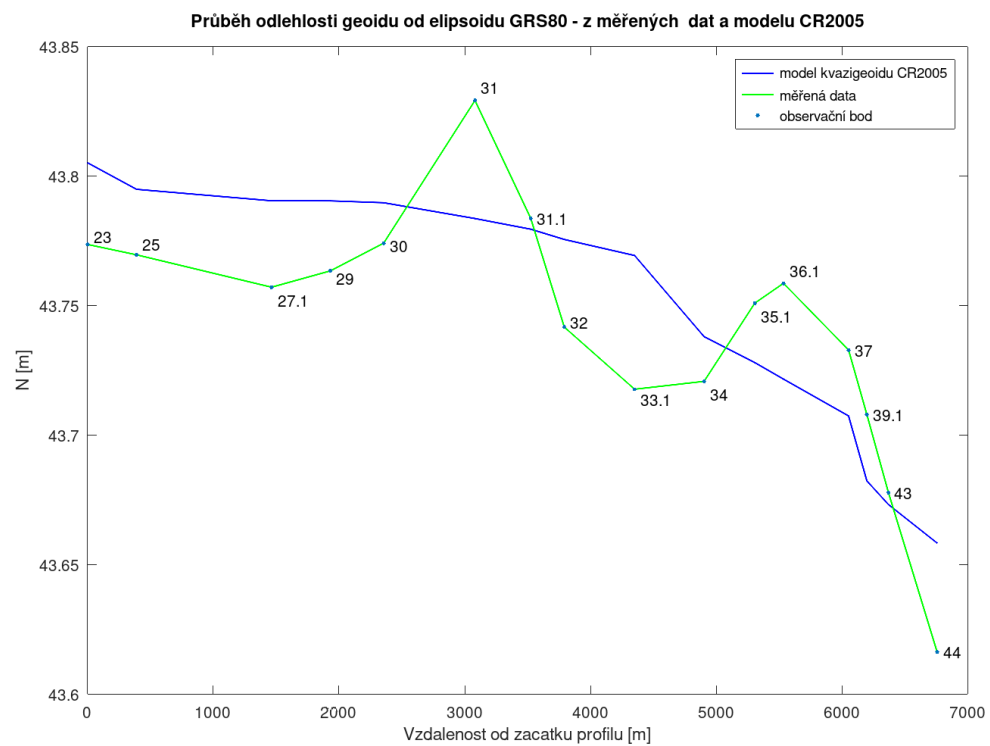
Tabulka 4: Výsledky měření výšek (TN a GNSS),
Nová Seninka - Kladské Sedlo, měřeno dvakrát.

Bod	B[°]	L[°]	H[m]	ΔH_{el} [m]	σ_H [mm]
23K	50,16409	16,94625	568,281	—	19,0
25K	50,16751	16,94516	582,711	—	19,0
27.1K	50,17650	16,93953	588,495	—	19,0
29K	50,17916	16,93285	598,338	—	19,0
30K	50,18047	16,92536	610,191	—	19,0
31K	50,18666	16,92124	624,857	—	19,0
31.1K	50,19064	16,91935	635,698	—	19,0
32K	50,19339	16,91916	643,479	—	19,0
33.1K	50,19856	16,91752	658,571	0,019	9,3
34K	50,20344	16,91535	676,092	-0,006	2,9
35.1B	50,20855	16,91942	699,456	-0,048	24,0
36.1B	50,21102	16,92066	711,686	0,036	18,0
37K	50,21610	16,92155	740,655	0,086	43,0
39.1K	50,21817	16,92567	771,638	0,037	18,1
43K	50,21969	16,92524	828,418	0,059	29,4
44K	50,22303	16,92363	845,414	-0,015	7,6

Tabulka 5: PRŮMĚR – Souřadnice a výšky (GNSS) včetně rozdílů ΔH_{el} a směrodatných odchylek σ_H . Pomlčky značí body měřené pouze jednou, úsek 23K-32K pouze jedno měření \rightarrow hodnota σ_{Hel} je získána jako průměrná σ_{Hel} ze všech dvakrát měřených H_{el}

Bod	$H_{niv}[m]$	$m[mm]$	$H_{el}[m]$	$\sigma_{Hel}[mm]$	$N_{int}[m]$	$N[m]$	$N_{int} - N[m]$	$\sigma_N[mm]$
23K	524,507	0,0	568,281	19,0	43.805	43.774	0.031	0.0
25K	538,941	0,0	582,711	19,0	43.795	43.770	0.025	0.0
27.1K	544,738	1,0	588,495	19,0	43.790	43.757	0.033	2.0
29K	554,575	0,5	598,338	19,0	43.790	43.763	0.027	1.0
30K	566,417	0,0	610,191	19,0	43.790	43.774	0.015	0.0
31K	581,028	0,5	624,857	19,0	43.784	43.829	-0.045	1.0
31.1K	591,914	0,5	635,698	19,0	43.779	43.784	-0.004	1.0
32K	599,737	0,0	643,479	19,0	43.776	43.742	0.033	0.0
33.1K	614,854	5,1	658,571	9,3	43.769	43.718	0.051	10.6
34K	632,371	1,0	676,092	2,9	43.738	43.721	0.017	3.0
35.1B	655,705	—	699,456	24,0	43.728	43.751	-0.022	24.0
36.1B	667,927	—	711,686	18,0	43.722	43.759	-0.036	18.0
37K	696,922	0,0	740,655	43,0	43.707	43.733	-0.025	43.0
39.1K	727,931	0,0	771,638	18,1	43.682	43.708	-0.025	18.1
43K	784,740	1,0	828,418	29,4	43.673	43.678	-0.004	29.4
44K	801,798	1,4	845,414	7,6	43.658	43.616	0.042	7.0

Tabulka 6: PRŮMĚR – Výsledky měření výšek (TN a GNSS) a odlehlosti,
Staré Město - Kladské Sedlo,
úsek 23K-32K pouze jedno měření \rightarrow hodnota σ_{Hel} je získána jako průměrná σ_{Hel}
ze všech dvakrát měřených H_{el}



Obrázek 1: Grafické znázornění průběhu kvazigeoidu na zadaném profilu

5 Závěr

V rámci této úlohy byl stanoven průběh kvazigeoidu v profilu podél nivelačního pořadu II. řádu Z7ab, konkrétně v úseku od Vysoké Žibřidovice po Kladské sedlo. Bylo provedeno GNSS měření pro určení elipsoidických výšek v systému ETRS89 a technická nivelace pro stanovení normálních výšek v systému Bpv. Byla vypočtena výšková anomálie kvazigeoidu pro jednotlivé body profilu.

Měření na bodech 23K až 32K (Staré Město až Nová Seninka) probíhalo pouze jednou, není tedy k dispozici druhé nezávislé měření pro určení přesnosti. Přesnost byla odhadnuta jako průměrná přesnost na dvakrát měřených bodech (úsek Nová Seninka až Kladské Sedlo, body 33.1K až 44K).

Naměřené hodnoty byly následně porovnány s hodnotami modelu kvazigeoidu CR2005. Získané výsledky prokázaly, že model CR2005 se v dané oblasti blíží skutečnému průběhu kvazigeoidu. Rozdíly mezi naměřenými a modelovými hodnotami jsou uvedeny v 6, kde se pohybují v řádu milimetrů až centimetrů. Tyto odchylky jsou přijatelné vzhledem k použité metodice a přesnosti měření.

Grafické znázornění průběhu výškových anomálií je na 1.

6 Přílohy

1. Zápisníky z měření
2. Protokoly o měření GNSS

V Praze dne: 22.9. 2025

J. Bořík, M. Klimeš,
M. Kovář, M. Pokorný,
F. Roučka, K. Sedlák