

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA STAVEBNÍ, OBOR GEODÉZIE A KARTOGRAFIE
KATEDRA GEOMATIKY

Název předmětu:

VTTG - Výuka v terénu z teoretické geodézie

Úloha:

VPN

Název úlohy:

Obnova a zaměření nivelačního pořadu velmi přesnou nivelací

Akademický rok:

2024/2025

Semestr:

letní

Skupina:

1

Vypracoval:

Josef Bořík, Matěj Klimeš
Michal Kovář, Matyáš Pokorný
Filip Roučka, Kryštof Sedlák

Datum:

19. 9. 2025

Klasifikace:

1 Zadání

Cílem této úlohy je obnova a nové zaměření části nivelačního pořadu II. řádu Z7ab Žleb–Kunčice, konkrétně v úseku Nová Seninka – Kladské sedlo, metodou velmi přesné nivelace (VPN). V rámci obnovy mají být provedeny následující činnosti:

- v případě potřeby zřízení nových nivelačních bodů;
- určení převýšení jednotlivých oddílů metodou velmi přesné nivelace (VPN) za použití digitálního nivelačního přístroje Leica a nivelačních latí s čárovým kódem;
- převedení měřených převýšení do výškového systému Bpv (Baltský po vyrovnání);
- vytvoření kompletních nivelačních údajů pro všechny body daného měřeného úseku.

Součástí zpracování úlohy je rovněž gravimetrické měření na vybraných bodech, které umožní výpočet normálních výšek a tíhových anomálií.[1]

2 Informace o měření:

<i>Místo měření:</i>	Nová Seninka (okres Šumperk)
<i>Datum měření:</i>	14. 6. 2025 - nivelace a 17. 6. 2025 - gravimetrie
<i>Povětrnostní podmínky:</i>	jasno, slabý vítr, cca 23°C
<i>Pomůcky:</i>	2× nivelační přístroj Leica Wild NA3003 v.č. 93206 a 93346, gravimetr GAK v.č. 5237, 4× nivelační lať, 2× měřické kolečko 2× nivelační stativ, nivelační hřebý, 2× kladivo, křídý
<i>Výškový systém:</i>	Bpv (Baltský po vyrovnání)

3 Postup měření

3.1 Nivelační měření

Měření bylo realizováno metodou velmi přesné nivelace (VPN) na části úseku nivelačního pořadu II. řádu v okolí Nové Seninky. Měřická skupina byla rozdělena na dvě samostatné čety, přičemž každá z nich samostatně provedla měření jednoho oddílu v obou směrech – tam i zpět. Třetí oddíl byl zaměřen společně tak, že směr „tam“ provedla první četa a směr „zpět“ druhá četa. Každá měřická četa pracovala s vlastním nivelačním přístrojem Leica Wild NA3003 a dvojicí nivelačních latí s čárovým kódem. Převýšení bylo určováno ze čtení v pořadí zadní – přední – přední – zadní (BFFB). V případě překročení mezní hodnoty rozdílu mezi dvěma nezávislými výpočty převýšení bylo měření příslušného oddílu opakováno. Záměry byly ve strmějších úsecích drženy maximálně do 20 m, v rovinatějších úsecích až do 40 m, přičemž minimální výška záměry nad terénem byla kontrolována tak, aby neklesla pod 40 cm. Všechny přestavové body byly stabilizovány pomocí kovových nivelačních hřebů. Vzdálenosti mezi přestavovými body byly rozměřovány pomocí měřických koleček. Naměřená data byla uložena ve formátu GSI do paměťových modulů přístroje a následně exportována pro další zpracování.

3.2 Tíhové měření

Gravimetrické měření bylo provedeno sovětským gravimetrem GAK s konstantou $C = 4,379 \text{ mGal/díl}$. Měření bylo provedeno po třech dvojicích, kdy každá dvojice prováděla měření na výchozím tíhovém

bodu 3408.01, jež je pro účely úlohy totožný s bodem 33.1. Dále bylo měření provedeno na bodech: 34, 35.1, 36.1 a nakonec opět na připojovacím tíhovém bodě 3408.01, aby mohl být určen chod gravimetru. Výsledky všech tří skupin jsou nakonec průměrovány. V průběhu měření byly kromě přístrojem měřené hodnoty zapisovány i teplota uvnitř přístroje a časy jednotlivých čtení.

4 Postup zpracování

4.1 Nivelační měření

Převýšení mezi představovými body bylo spočteno přímo digitálním nivelačním přístrojem. Ten vyhodnotil výsledné převýšení na základě čtyřnásobného odečtu v pořadí BFFB (zadní – přední – přední – zadní) podle vzorce:

$$\Delta h = \frac{(B_1 + B_2) - (F_1 + F_2)}{2}$$

kde B_1, B_2 jsou zadní odečty a F_1, F_2 přední odečty.

V rámci zpracování byla provedena kontrola přesnosti měření porovnáním rozdílu převýšení mezi směrem „tam“ a „zpět“ v každém oddílu. Tento rozdíl byl testován vůči mezní hodnotě přesnosti dle ČSN pro VPN, která je dána vztahem [2]:

$$\Delta_M = 2,25 \cdot \sqrt{R}$$

kde R je délka oddílu v kilometrech.

Dále byl pro každý oddíl vypočten aritmetický průměr převýšení:

$$\Delta h_{\emptyset} = \frac{\Delta h_{\text{TAM}} + \Delta h_{\text{ZPĚT}}}{2}$$

V případě, že rozdíl převýšení ve směrech „tam“ a „zpět“ překročil tuto mezní hodnotu, bylo měření vyhodnoceno jako nevyhovující.[1]

Pro posouzení přesnosti nivelace se počítá směrodatná odchylka kilometrová

$$m_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{n} \frac{\sum \rho^2}{R}}$$

kde R je délka oddílu v km a ρ rozdíly převýšení „tam“ vs. „zpět“ v jednotlivých oddílech.

Směrodatná odchylka celého pořadu podle délky [km]

$$m_h = m_0 \sqrt{L}$$

kde L je celková délka pořadu v kilometrech.

Mezní kilometrová směrodatná odchylka pro II. řád

$$\overline{m_0} = 0,45 + \frac{0,80}{\sqrt{n}} \quad [\text{mm}]$$

kde n je počet oddílů nivelace.

4.2 Tíhové měření

Naměřená data (čas T_i , vnitřní teplota t_i , čtení přístroje S_i) byla zpracována v těchto krocích [3]:

- **Přepočet dílků přístroje na mGal:**

$$gr''_i = C S_i, \quad C = 4,379 \text{ mGal/dílek}$$

- **Výpočet chodu přístroje:**

$$\delta g_{\text{drift},i} = \frac{\overline{gr''}_{\text{end}} - \overline{gr''}_{\text{start}}}{T_{\text{end}} - T_{\text{start}}} (T_i - T_{\text{start}})$$

- **Aplikace korekce z chodu:**

$$gr'_i = gr''_i + \delta g_{\text{drift},i}$$

- **Výpočet rozdílů tíhového zrychlení mezi sousedními body:**

$$\delta g_{AB} = g_B - g_A$$

- **Výpočet absolutního tíhového zrychlení:**

$$g_i = g_{\text{ref}} + (gr'_i - \overline{gr''}_{\text{start}})$$

kde g_{ref} je referenční hodnota na bodě 3408.01. Přičtením δg_{AB} k referenční hodnotě se získají absolutní hodnoty g_i pro ostatní body.

4.3 Výpočet Normálních (Moloděnského) výšek

Přibližné výšky bodů byly vypočítány pomocí nivelovaného převýšení (h):

$$H_n = H_1 + \sum_{i=1}^n h_i$$

Kde H_n představuje kumulativní součet výšek jednotlivých bodů h .

Normální ortometrická korekce $c_{\gamma AB}$

Normální ortometrická korekce byla vypočtena jako:

$$c_{\gamma AB}[\text{mm}] = -0.0000254 \cdot H_s[m] \cdot \Delta B["]$$

kde H_s je střední výška mezi dvěma body a ΔB je rozdíl zeměpisné šířky.

Korekce z tíhových anomálií $c_{\Delta g AB}$

Korekce z tíhových anomálií byla vypočítána podle následujícího postupu:

- Výpočet normálního tíhového zrychlení z Helmertova vzorce:

$$\gamma_0 = 978030 \left(1 + 0.005302 \cdot \sin^2(B) - 0.000007 \cdot \sin^2(2B) \right) \cdot 10^{-5}$$

- Výpočet Fayovy tíhové anomálie:

$$\Delta g_F = g + 0.3086 \cdot 10^{-5} \cdot H - \gamma_0$$

- Průměrná tíhová anomálie mezi nivelovanými body:

$$\Delta g_{FAB} = \frac{\Delta g_{F1} + \Delta g_{F2}}{2}$$

- Korekce z tíhové anomálie:

$$c_{\Delta g AB} [mm] = 0.0010193 \cdot 10^5 \cdot \Delta g_{FAB} [mGal] \cdot H_{niv} [m]$$

Výpočet normální Moloděnského výšky

Po výpočtu všech korekcí byla normální převýšení určena podle vztahu:

$$h_Q = H_2 + c_{\gamma AB} + c_{\Delta g AB}$$

A celková normální výška byla získána kumulativním součtem všech korekcí:

$$H_Q = H_2 + \sum c_{\gamma AB} + \sum c_{\Delta g AB}$$

4.4 Výpočet Bouguerovy anomálie B_a

Do nivelačních údajů každého výškového bodu bylo třeba uvést kromě absolutního a normálního tíhového zrychlení ještě hodnotu Bouguerovy anomálie v Postupimské tíhové soustavě, která byla vypočtena jako:

$$B_a = g - \gamma_0 + (0.3086 - 0.1119) \cdot H_Q + 14mGal$$

4.5 Sestavení nivelačních údajů

Na závěr celého zpracování byly vytvořeny nivelační údaje bodů pomocí formuláře, u bodů 33.1 a 34 aktualizované, pro nové body 35.1 a 36.1 nové údaje. Formuláře nivelačních údajů byly vyplněny dle vzoru [2]. V údajích byly obsaženy délky oddílů a celkového pořadu od počátku, nová nadmořská výška bodů (u bodu 33.1 převzatá ze současně platných údajů), místopisný náčrt a popis bodu a jeho okolí,

údaje o umístění v podrobnosti od okresu až do parcelního čísla včetně identifikace vlastníka parcely, druh nivelační značky, stupeň, druh a autor stabilizace bodu, přibližné souřadnice v S-JTSK, přibližná zeměpisná délka a šířka a tíhové údaje, tedy absolutní a normální tíhové zrychlení a Bouguerova anomálie.

5 Výsledky

5.1 Nivelační měření

Tabulka 1: Výsledky měřených převýšení v jednotlivých oddílech

Oddíl	Sestav	d [m]	h_{TAM} [m]	$h_{\text{ZPĚT}}$ [m]	Δ [mm]	Δ_M [mm]	$\Delta_{M>\Delta}$	h_{\emptyset} [m]
35.1–36.1	8	294,000	12,2223	-12,2221	0,2	1,22	ANO	12,22220
34–35.1	16	596,250	21,6124	-21,6126	0,2	1,74	ANO	21,61250
33.1–34	16	585,750	17,4958	-17,4961	0,3	1,72	ANO	17,49595

Posouzení přesnosti nivelace

směrodatná odchylka kilometrová:

$$m_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \frac{\sum \rho^2}{R}} = 0,0980 \text{ mm}$$

kde:

n – počet nivelačních oddílů v posuzovaném převýšení,

ρ – rozdíly převýšení „tam“ a „zpět“ v každém oddílu v mm,

R – délky jednotlivých oddílů v km

Mezní kilometrová směrodatná odchylka:

$$\overline{m_0} = 0,45 + \frac{0,80}{\sqrt{n}} = 0,45 + \frac{0,80}{\sqrt{3}} = 0,912 \text{ mm}$$

$m_0 = 0,0980 \text{ mm} < \overline{m_0} = 0,9119 \text{ mm} \implies$ požadavek přesnosti nivelačního pořadu II. řádu byl splněn.

Směrodatná odchylka celého pořadu:

$$m_h = m_0 \sqrt{L} = 0,0980 \cdot \sqrt{1,476} = 0,1190 \text{ mm},$$

Směrodatná odchylka oddílu 35.1–36.1 :

$$m_h = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\rho^2}{R}} \sqrt{L} = 0,2241 \text{ mm},$$

Směrodatná odchylka oddílu 34–35.1:

$$m_h = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\rho^2}{R}} \sqrt{L} = 0,1573 \text{ mm},$$

Směrodatná odchylka oddílu 33.1–34:

$$m_h = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\rho^2}{R}} \sqrt{L} = 0,2381 \text{ mm},$$

5.2 Tíhové měření

Tabulka 2: Výsledky gravimetrických měření

Bod	Měření 1 [mGal]	Měření 2 [mGal]	Měření 3 [mGal]	Průměr [mGal]
3408.01	980938,5930	980938,5930	980938,5930	980938,5930
34	980934,7739	980935,4490	980934,6096	980934,9442
35.1	980931,0715	980931,1590	980931,0757	980931,1021
36.1	980929,3383	980929,2262	980929,2031	980929,2559

5.3 Výsledné výšky

Tabulka 3: Výsledky normálních výšek a korekcí pro body úseku (33.1–36.1).

Bod	H [m]	H_Q [m]	h [m]	h_Q [m]	$c_{\gamma AB}$ [mm]	$c_{\Delta g AB}$ [mm]
33.1	616.595000	616.595000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
34	634.090950	634.091485	17.495950	17.496485	-0.274788	0.809437
35.1	655.703450	655.704786	21.612500	21.613301	-0.240474	1.041593
36.1	667.925650	667.927451	12.222200	12.222665	-0.149522	0.615010

5.4 Výsledné hodnoty v nivelačních údajích bodů

Tabulka 4: Výsledné hodnoty uvedené v nivelačních údajích bodů 33.1 až 36.1.

Bod	Y [m]	X [m]	Zem. šířka	Zem. délka	γ_0 [mGal]	B_a [mGal]
33.1	564186	1052085	50° 11' 58.8"	16° 55' 8.3"	981084.0365	-10.1592
34	564265	1051539	50° 12' 16,1"	16° 55' 1,5"	981084.4645	-10.7945
35.1	563939.756	1051037.407	50° 12' 30.781"	16° 55' 9,928"	981084.8276	-10.7484
36.1	563823.847	1050773.125	50° 12' 39.675"	16° 55' 14.365"	981085.0477	-10.4104

Pozn. Hodnoty absolutního tíhového zrychlení g jsou v nivelačních údajích také uváděny, zde ve výsledcích jsou uvedeny v části 5.2 Tíhové měření - Tabulka 2 - Průměr. Body 3408.01 a 33.1 jsou z hlediska tíhového měření považovány za totožné.

6 Diskuze

6.1 Shrnutí hlavních výsledků:

Všechny oddíly VPN vyhověly limitům ČSN II. řádu – rozdíl $\Delta h_{\text{TAM}} - \Delta h_{\text{ZPT}}$. Naměřené hodnoty tíhového zrychlení se lišily mezi skupinami vždy o méně než 1 mGal. Výsledkem jsou nově určené výšky určených bodů. Ke všem nově určeným bodům byly vyhotoveny nivelační údaje. Souřadnice bodů 33.1 a 34 zůstaly nezměněny a byly převzaty ze současné platných nivelačních údajů. Pro výpočet souřadnic bodů 35.1 a 36.1 byly použity souřadnice naměřené GNSS pro úlohu GEO, kdy bylo měření prováděno přímo na těchto bodech.

6.2 Problémy s exportem dat:

Při exportu GSI souboru z Leica Wild NA3003 (v. č. 93206) došlo k částečné ztrátě dat, nicméně veškeré výsledky měření byly zapsány již v terénu, a tak nedošlo ke ztrátě výsledků nivelace.

7 Závěr

Podařilo se úspěšně určit výšky všech obnovovaných bodů nivelačního pořadu v systému Bpv a pro všechny body sestavit platné nivelační údaje.

8 Přílohy

Příloha	Popis	Soubor
Příloha 1	Výpisy z nivelačních přístrojů	Vypisy_z_nivelacnich_pristroju.pdf
Příloha 2	Zápisníky gravimetrických měření	Zapisniky_gravimetrickych_mereni.pdf
Příloha 3	Zpracování měřených tíhových dat	Zpracovani_mernych_tihovach_dat.pdf
Příloha 4	Výpočet normálních výšek	Vypocet_normalnich_vysek.py
Příloha 5	Kompletní nivelační údaje	Nivelacni_udaje.pdf

Odkazy

- [1] Katedra geomatiky, Fakulta stavební ČVUT v Praze. *Výuka v terénu z teoretické geodézie (155VTTG)*. Studijní materiál, ČVUT v Praze, Fakulta stavební, Katedra geomatiky. 2025. URL: https://geo.fsv.cvut.cz/gwiki/155VTTG_V%C3%BDuka_v_ter%C3%A9nu_TG.
- [2] Český úřad zeměměřický a katastrální (ČÚZK). *NÁVOD PRO SPRÁVU GEODETICKÝCH ZÁKLADŮ ČESKÉ REPUBLIKY*. ISBN 978-80-86918-86-0. 2015. URL: https://k154.fsv.cvut.cz/~skorepa/Navod_pro_spravu_geodetickych_zakladu_151086722.pdf.
- [3] Viktor Kanický. *GRAVIMETRIE*. Přednáška, MUNI v Brně, Přírodovědecká fakulta, Ústav chemie. 2011. URL: <https://is.muni.cz/el/sci/podzim2011/C3100/um/Gravimetrie.pdf>.