

**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE**  
FAKULTA STAVEBNÍ, OBOR GEODÉZIE A KARTOGRAFIE  
KATEDRA GEOMATIKY

Název předmětu:

**VTTG - Výuka v terénu z teoretické geodézie**

Úloha:

TRG

Název úlohy:

Triangulace a trilaterace na velké vzdálenosti

Akademický rok:

2024/2025

Semestr:

letní

Skupina:

1

Vypracoval:

Josef Bořík, Matěj Klimeš  
Michal Kovář, Matyáš Pokorný  
Filip Roučka, Kryštof Sedlák  
Tereza Černohousová, Adéla Rabasová  
Magdalena Soukupová, Tomáš Zbíral

Datum:

21. 9. 2025

Klasifikace:

# 1 Zadání

Cílem této úlohy je určení souřadnic vybraných bodů geodetické sítě v okolí Starého Města pod Sněžníkem v souřadnicovém systému S-JTSK pomocí metod klasické geodézie – **triangulace**, **trilaterace** a **astronomického určení azimutu**. Dalším cílem je stanovení **součtové konstanty gyroteodolitu** z měření na známém azimutu. Orientace sítě je definována měřenými azimuty na vybraných bodech. Vzhledem k obtížnosti určení zeměpisných souřadnic bodů sítě astronomickými metodami jsou souřadnice jednoho z bodů převzaty z úlohy GNSS. V rámci úlohy jsou prováděny následující činnosti:

- měření horizontálních směrů mezi body (triangulace) včetně centrace měřených směrů.
- měření délek mezi body (trilaterace) a záznam meteorologických veličin pro fyzikální redukce.
- provedení astronomického určení azimutu na vybraných stranách sítě měřením na Slunce.
- měření gyroteodolitem na vybrané straně a výpočet součtové konstanty přístroje.
- zpracování a vyrovnaní výsledků, porovnání s výsledky GNSS.

## 2 Informace o měření

<i>Místo měření:</i>	Staré Město pod Sněžníkem a okolí (okres Šumperk)
<i>Datum měření:</i>	13. 6. 2025 – triangulace, trilaterace, astro měření; 14. 6. 2025 – měření gyroteodolitem, sk č. 3 16. 6. 2025 – měření gyroteodolitem, sk č. 1
<i>Povětrnostní podmínky:</i>	13. 6. 2025 – jasno, slabý vítr, teplota cca 20–24 °C 14. 6. 2025 – jasno, mírný vítr, teplota cca 20–24 °C 16. 6. 2025 – zataženo, deštivo, teplota cca 17–20 °C.
<i>Použité přístroje a pomůcky:</i>	2× totální stanice Leica TC1700 / Topcon GPT-7501, souprava hranolů (centrické a excentrické), minihranol, 2× stativ, 2× měřická lať, gyroteodolit, stopky, přijímač pro čas UTC, meteorologická souprava (teploměr, vlhkoměr, barometr)
<i>Souřadnicový systém:</i>	S-JTSK

### 3 Postup měření

Měření v terénu probíhalo ve dvou dnech a zahrnovalo klasické geodetické metody – triangulaci, trilateraci a astronomické určení azimutu, doplněné o měření gyroteodolitem. Studenti byli rozděleni do čtyř pracovních čet, přičemž každá z nich zaujala jeden z určených bodů sítě a během celého dne prováděla veškerá potřebná měření. Pro práci byly využity univerzální teodolity typu Leica TC1700 nebo Topcon GPT-7501.

V rámci triangulace a trilaterace byly na každém stanovisku měřeny tři vodorovné úhly. Každý úhel byl určen nezávisle ve třech sadách, přičemž v každé sadě se uskutečnilo dvojí cílení, aby bylo dosaženo vyšší přesnosti. Délky se vždy určovaly ze stanoveného centra a spolu s tím byly zaznamenávány meteorologické veličiny – teplota, tlak a vlhkost vzduchu – nutné pro následnou fyzikální redukci. Důležitá byla i evidence výšek přístroje a odrazných hranolů nad body. Důležitou součástí postupu bylo měření centračních prvků, protože přístroje i cíle byly umístěny excentricky. Centrační osnova obsahovala směry na tři ostatní body sítě a navíc na vlastní centr a excentrický cíl. Dále byly změřeny délky z excentrického stanoviska na centr a na excentrický cíl.

Astronomické určení azimutu spočívalo v měření směru na Slunce. Každá četa si zvolila jednu stranu vymezenou excentrickým stanoviskem a cílem a provedla měření úhlu mezi touto záměrou a polohou Slunce. Postup zahrnoval cílení na oba okraje slunečního kotouče v obou polohách dalekohledu, přičemž byl vždy zaznamenán přesný čas měření. K určení času se využíval ruční GPS přijímač nastavený na světový čas UTC, zatímco vlastní odečet probíhal pomocí stopek synchronizovaných s tímto přijímačem. Získaná data pak sloužila k výpočtu azimutu měřené strany.

Další část měření byla věnována práci s gyroteodolitem. Jeho úkolem bylo určení azimutu vybrané strany v síti. Protože vlastní součtová konstanta použitého přístroje nebyla známa, postup byl obrácený: z naměřených hodnot a známého azimutu se zpětně určovala právě tato konstanta.

### 4 Postup zpracování

#### 4.0.1 Centrační osnova

Každou z měřických čet bylo nejprve zpracováno měření centrační osnovy. Byly tedy vypočteny průměry ze dvou skupin, měřené délky byly opraveny o součtovou konstantu podle použitého hranolu.

#### 4.0.2 Redukce délek

Redukce délek se skládají ze dvou typů redukcí — fyzikálních a matematických. Fyzikální redukce jsou závislé na hodnotách tlaku, teploty a vlhkosti a jsou počítány pomocí firemních rovnic.

Mluvíme-li o matematických redukcích, jde o opravu z refrakce a převod délky měřené na délku přímé spojnice v rovině kartografického zobrazení. Převod na délku přímé spojnice probíhá tak, že z přibližných elipsoidických souřadnic bodů sítě určíme jejich souřadnice v rovině křovákova zobrazení a z nich délku přímé spojnice obrazu těchto bodů. Po převodu přibližných hodnot na pravoúhlé prostorové souřadnice vypočteme prostorovou vzdálenost. Výslednou délku vypočteme podle vzorce uvedeného v

zadání.

### 4.0.3 Astronomické azimuty

Nejprve byl vypočten průměr z měření na levý a pravý okraj Slunce a také průměr z časů těchto měření. Výpočtem průměru byl vodorovný směr vztažen ke středu Slunce. Díky tomu mohla být dále použita rektascenze a deklinace v astronomických tabulkách. Následně byl jako rozdíl dvou směrů vypočten vodorovný úhel mezi bodem sítě a středem Slunce.

### 4.0.4 Redukce měřených směrů do Křovákova zobrazení

Samotný výpočet probíhá v několika krocích. Nejprve se určí délka spojnice  $S_{ij}$  mezi body A a B a vypočítá průměrné hodnoty polárního úhlu  $\varepsilon_{IJ}$  a průvodiče  $\rho_{ij}$ . Následně stanoví korekční koeficienty  $k_i$  a  $k_j$  na základě kartografických šířek obou bodů, přičemž vychází ze zadané základní kartografické rovnoběžky.

Směrová korekce je poté vypočtena z přibližných souřadnic bodů podle vzorců uvedených v zadání. Výsledkem jsou hodnoty směrových korekcí pro oba směry ( $\delta_{ij}$  a  $\delta_{ji}$ ).

### 4.0.5 Centrace vodorovných směrů

Centrace byla provedena iteračním postupem. Zvlášť byla určována centrační změna pro každé z ramen měřeného úhlu.

Pro každé rameno byla zvolena místní soustava souřadnic, jejíž počátek ležel na centrickém stanovišti (T1) a kladná osa  $+x$  směřovala do centrického cíle (T2). Vzhledem k velké vzdálenosti mezi oběma body mohla být v první iteraci spojnice excentrického stanoviště (S1) s excentrickým cílem (C2) považována za totožnou s osou  $x$  a tedy její směrník  $\sigma_{S1,C2} = 0$ . Přičtením příslušného úhlu měřeného v rámci centrační osnovy lze určit směrník mezi excentrickým stanovištěm (S1) a centrickým stanovištěm (T1). Jeho obrácením o 200 gon lze pak při známé hodnotě excentricity určit rajonem souřadnice excentrického stanoviště (S1) v místní soustavě. Opětovným přičtením příslušného úhlu měřeného v centrační osnově lze určit směrník mezi excentrickým stanovištěm (S1) a excentrickým cílem (C1) na téže bodě. Souřadnice excentrického cíle (C1) se při známé excentricitě opět určí rajonem. Obdobný postup byl aplikován na bodě 2 a byly tak určeny souřadnice S2, C2. Ze souřadnic v místní soustavě mohl být nově spočten směrník  $\sigma_{S1,C2}$ , který byl již různý od 0. Následně byl celý postup opakován a to do té doby, dokud změna směrníku nebyla menší než 0,00001 gon. Centrační změna  $\delta^1$  směru ramene je pak rovna přímo hodnotě směrníku  $\sigma_{S1,C2}$ .

### 4.0.6 Vyrovnání sítě

## 5 Výsledky

- Tabulky dokumentující redukce měřených délek (fyzikální, matematická redukce). Pro redukce délek použijete výšky získané pomocí GNSS.

- Tabulky dokumentující redukce měřených úhlů (centrace, směrové korekce).
- Tabulky dokumentující určení azimutu jednotlivých stran.
- Popis způsobu stanovení vah měřených veličin vstupujících do vyrovnání.
- Porovnání výsledků získaných z terestrických měření a pomocí GNSS. Posouzení rozdílů (rozdíly v rozměru sítě, orientaci, ...).
- Určená hodnota konstanty gyroteodolitu.

stanovisko	Zeměpisná šířka [°]	Zeměpisná délka [°]	Výška [m]
1001	50.168009	16.900870	877.078
1002	50.144727	16.975136	746.024
1003	50.173260	16.967453	775.968
1004	50.194748	16.980437	957.596
1005	50.168051	16.946863	602.168

Tabulka 1: Souřadnice stanovišť určené z GNSS měření

## 6 Diskuze

## 7 Závěr

## 8 Přílohy

Příloha	Popis	Soubor
Příloha 1	Název přílohy	Nazev_souboru.pdf

1. Protokol o vyrovnání sítě.
2. Náčrt sítě (případně zakres do mapy).
3. Protokol GNSS