



IEL – protokol k projektu

Filip Novák  
xnovakf00

8. decembra 2023

# Obsah

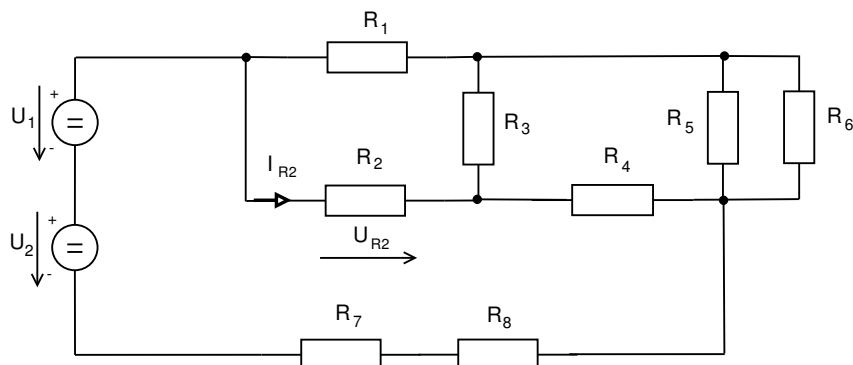
<b>1</b>	<b>Příklad 1</b>	<b>4</b>
1.1	Zjednodušovanie obvodu . . . . .	5
1.1.1	. . . . .	5
1.1.2	. . . . .	5
1.1.3	. . . . .	6
1.1.4	. . . . .	6
1.1.5	. . . . .	7
1.1.6	. . . . .	7
1.2	Spätné skladanie obvodu . . . . .	8
1.2.1	. . . . .	8
1.2.2	. . . . .	8
1.2.3	. . . . .	9
1.2.4	. . . . .	10
1.2.5	. . . . .	11
<b>2</b>	<b>Příklad 2</b>	<b>12</b>
2.1	Určenie $R_i$ medzi A a B . . . . .	13
2.1.1	. . . . .	13
2.1.2	. . . . .	13
2.1.3	. . . . .	14
2.1.4	. . . . .	14
2.1.5	. . . . .	15
2.2	Výpočet $U_i$ . . . . .	15
2.2.1	. . . . .	15
2.2.2	. . . . .	16
2.2.3	. . . . .	16
2.2.4	. . . . .	17
2.2.5	. . . . .	18
2.3	Výpočet hľadaných hodnôt . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Příklad 3</b>	<b>19</b>
3.1	Doplnenie vyznačení do obvodu . . . . .	19
3.2	Určenie prúdov . . . . .	20
3.3	Rovnice pre uzly A,B,C . . . . .	21
3.4	Výpočet hodnoty $U_C$ pomocou Crammerovho pravidla . . . . .	22
3.5	Finálny výpočet $U_{R_4}$ a $I_{R_4}$ . . . . .	23
<b>4</b>	<b>Příklad 4</b>	<b>24</b>
4.1	Doplnenie vyznačení slučkových prúdov do obvodu . . . . .	24
4.2	Vyjadrenie impedancií súčiastok . . . . .	25
4.3	Vyjadrenie rovníc pre slučky . . . . .	25
4.4	Výpočet $I_B$ a $I_C$ . . . . .	25
4.5	Určenie hľadaných hodnôt . . . . .	26
<b>5</b>	<b>Příklad 5</b>	<b>27</b>
5.1	Doplnenie vyznačenia smeru prúdu do obvodu . . . . .	27
5.2	Zostavenie diferenciálnej rovnice . . . . .	28
5.3	Analytické riešenie . . . . .	28
5.4	Skúška správnosti . . . . .	29



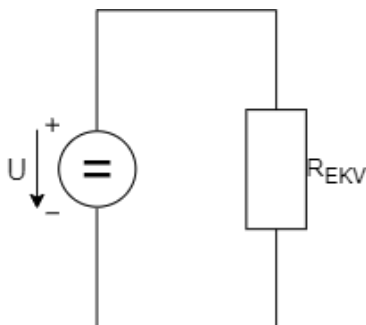
## Příklad 1

Stanovte napětí  $U_{R_2}$  a proud  $I_{R_2}$ . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]	$R_6$ [ $\Omega$ ]	$R_7$ [ $\Omega$ ]	$R_8$ [ $\Omega$ ]
E	115	55	485	660	100	340	575	815	255	225



Pre výpočet  $U_{R_2}$  a  $I_{R_2}$  na rezistore  $R_2$  potrebujeme celý komplikovaný obvod previesť na obvod s  $R_{EKV}$  a  $U$ . Následným spätným skladaním vypočítame hľadané hodnoty.

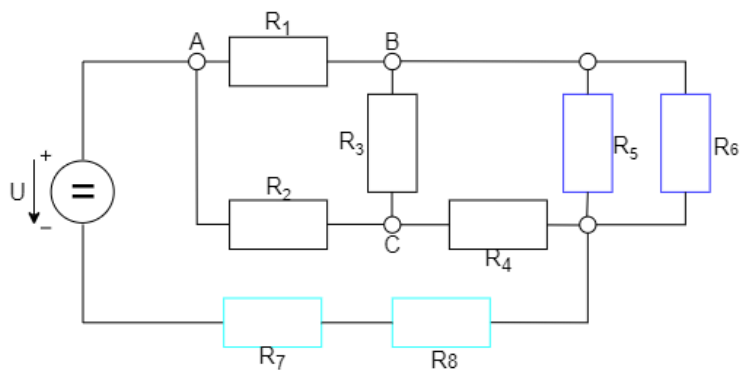


Obr. 1: Hľadaný obvod

## Zjednodušovanie obvodu

**1.1.1** Zdroje v zadaní sú zapojené sériovo, preto, aby sme dostali spoločné napätie, sčítame  $U_1$  a  $U_2$ .

$$U = U_1 + U_2 = 115 + 55 = 170V$$

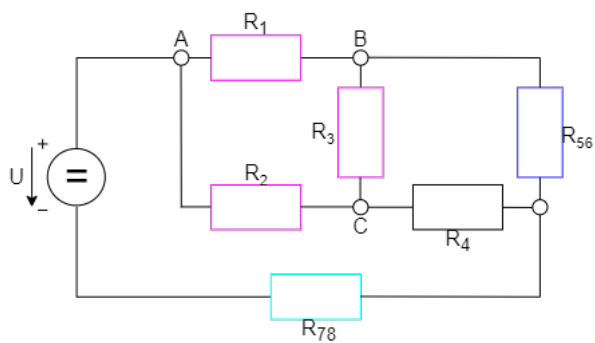


Obr. 2: 1.1.1

**1.1.2** Rezistory  $R_5$  a  $R_6$  sú zapojené paralelne.  $R_7$  a  $R_8$  sériovo. Spojíme ich.

$$R_{56} = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6} = \frac{575 \cdot 815}{575 + 815} = \frac{93725}{278} \Omega$$

$$R_{78} = R_7 + R_8 = 225 + 255 = 480\Omega$$



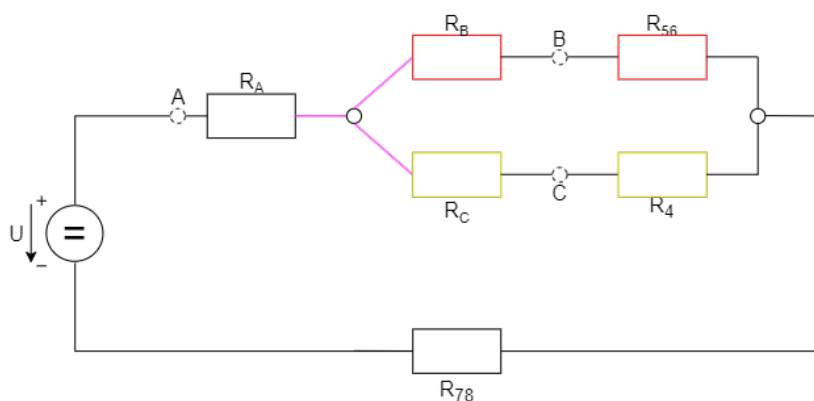
Obr. 3: 1.1.2

**1.1.3** Rezistory  $R_1$ ,  $R_2$  a  $R_3$  sú v zapojení trojuholník. Prevedieme ich na zapojenie hviezda.

$$R_A = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{485 \cdot 660}{485 + 660 + 100} = \frac{21340}{83} \Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{485 \cdot 100}{485 + 660 + 100} = \frac{9700}{249} \Omega$$

$$R_C = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{660 \cdot 100}{485 + 660 + 100} = \frac{4400}{83} \Omega$$

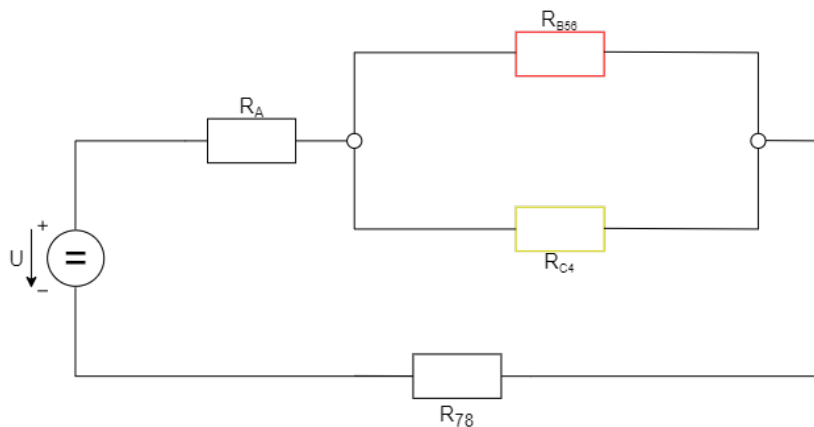


Obr. 4: 1.1.3

**1.1.4** Rezistory  $R_B$  a  $R_{56}$  sú zapojené v sérii.  $R_C$  a  $R_4$  s sú tiež zapojené v sérii. Spojíme ich.

$$R_{B56} = R_B + R_{56} = \frac{9700}{249} + \frac{93725}{278} = \frac{26034125}{69222} \Omega$$

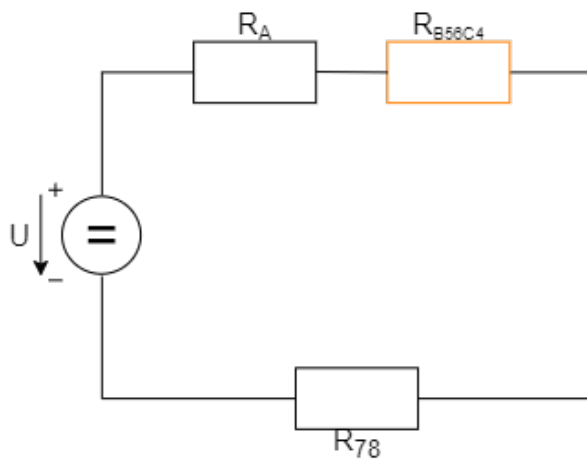
$$R_{C4} = R_C + R_4 = \frac{4400}{83} + 340 = \frac{32620}{83} \Omega$$



Obr. 5: 1.1.4

**1.1.5** Rezistory  $R_{B56}$  a  $R_{C4}$  sú zapojené paralelne. Spojíme ich.

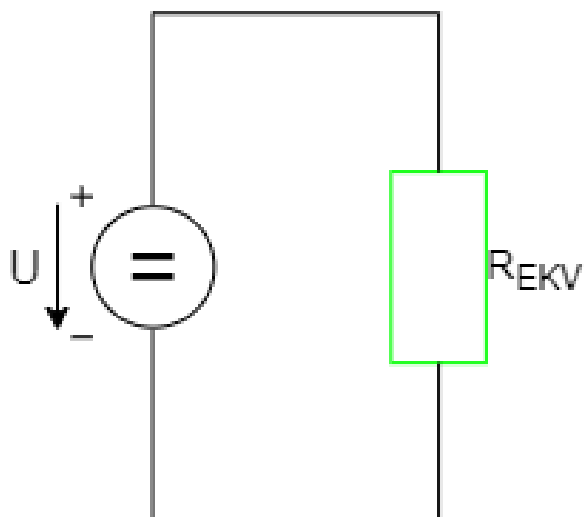
$$R_{B56C4} = \frac{R_{B56} \cdot R_{C4}}{R_{B56} + R_{C4}} = \frac{169846631500}{883770803} \Omega$$



Obr. 6: 1.1.5

**1.1.6** Rezistory  $R_A$ ,  $R_{B56C4}$ , a  $R_{78}$  sú zapojené sériovo. Spojíme ich.

$$R_{EKV} = R_A + R_{B56C4} + R_{78} = \frac{9894958360}{10647841} \Omega$$

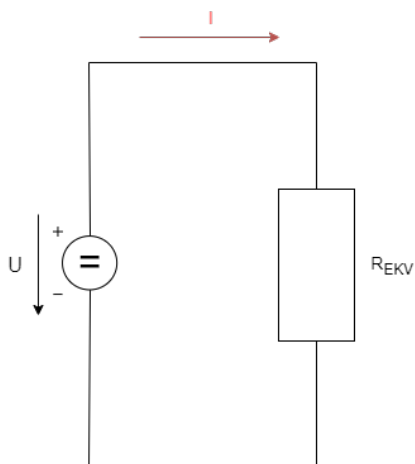


Obr. 7: 1.1.6

## Spätné skladanie obvodu

**1.2.1** Pomocou Ohmovho zákona si môžeme vypočítať celkový prúd prechádzajúci obvodom.

$$I = \frac{U}{R_{EKV}} = \frac{170}{\frac{9894958360}{10647841}} = \frac{181013297}{989495836} A$$

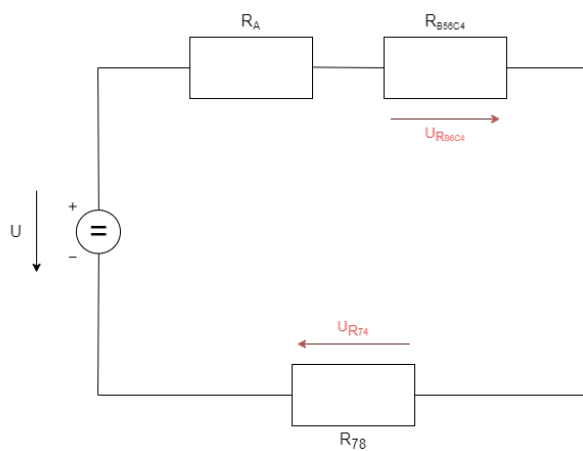


Obr. 8: 1.2.1

**1.2.2** Skladáme obvod spätne. Pomocou Ohmovho zákona si vypočítame  $U_{R_{78}}$  a  $U_{R_{B56C4}}$ .

$$U_{R_{78}} = I \cdot R_{78} = \frac{21721595640}{247373959} V$$

$$U_{R_{B56C4}} = I \cdot R_{B56C4} = \frac{103121169125}{2933148371} V$$



Obr. 9: 1.2.2



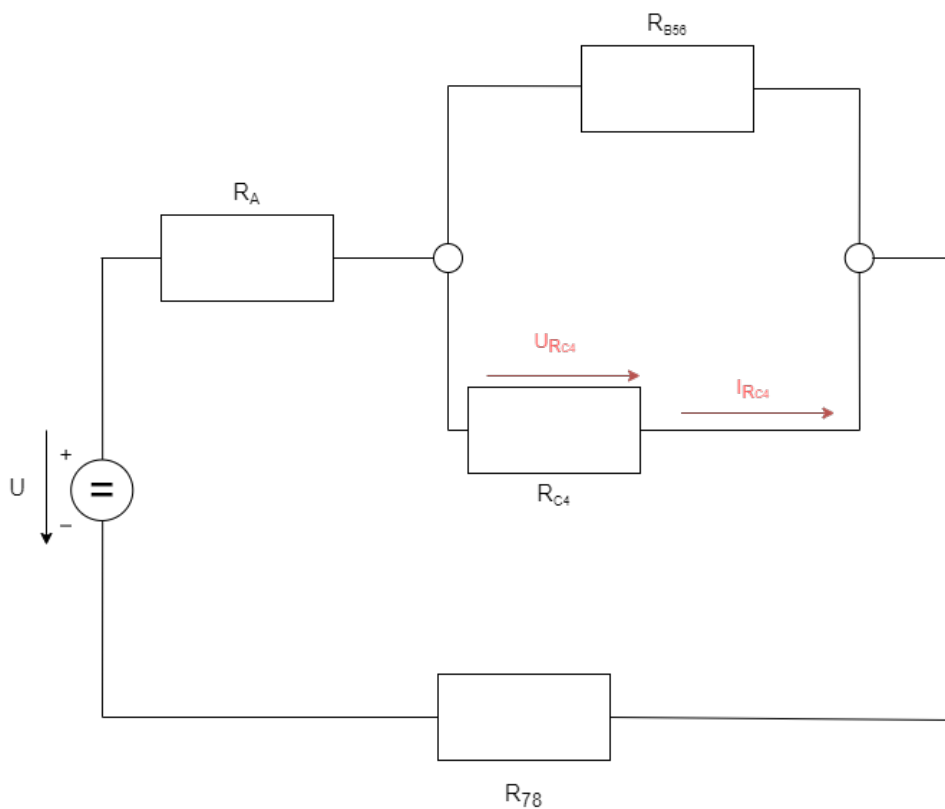
**1.2.3**  $U_{R_{B56C4}}$  vzniklo paralelným spojením  $U_{R_{C4}}$  a  $U_{R_{B56}}$  .

Preto:

$$U_{R_{B56C4}} = U_{R_{C4}} = U_{R_{B56}} = \frac{103121169125}{2933148371} V$$

$I_{R_{C4}}$  vypočítame pomocou Ohmovho zákona.

$$I_{R_{C4}} = \frac{U_{R_{C4}}}{R_{C4}} = \frac{88516025}{989495836} A$$



Obr. 10: 1.2.3

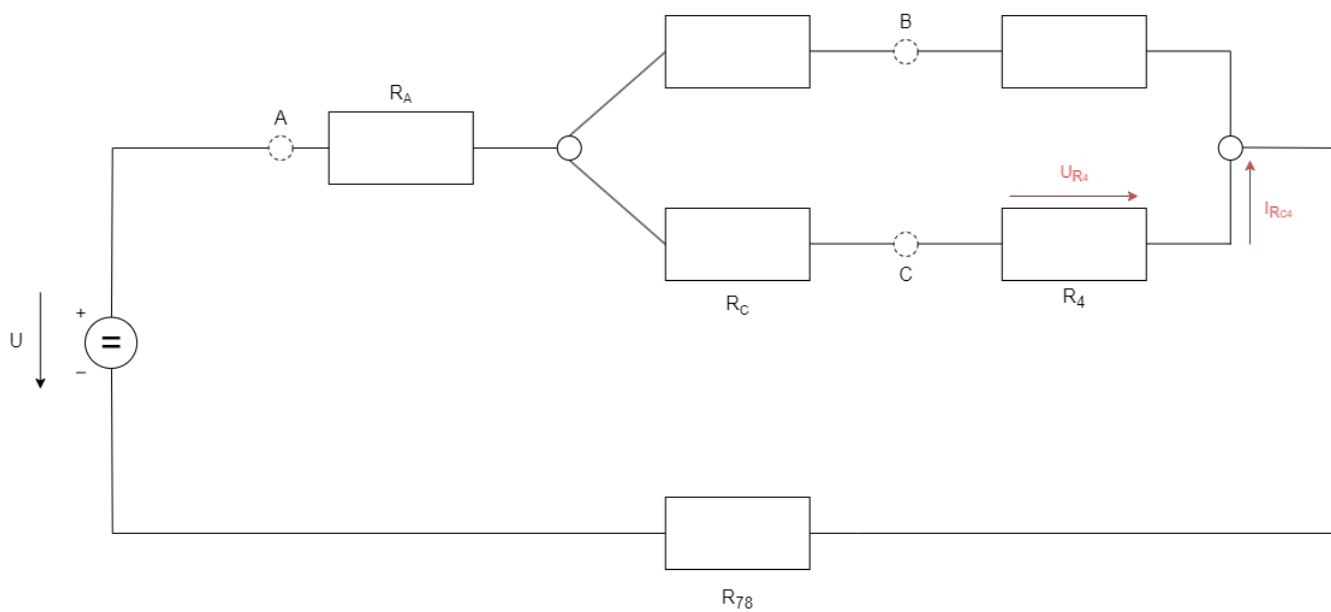
**1.2.4** V jednej slučke môže byť len jeden prúd.

Preto:

$$I_{R_{C4}} = I_{R_C} = I_{R_4} = \frac{88516025}{989495836} A$$

Pre výpočet  $U_{R_4}$  použijeme Ohmov zákon.

$$U_{R_4} = I_{R_4} \cdot R_4 = \frac{7523862125}{247373959} V$$



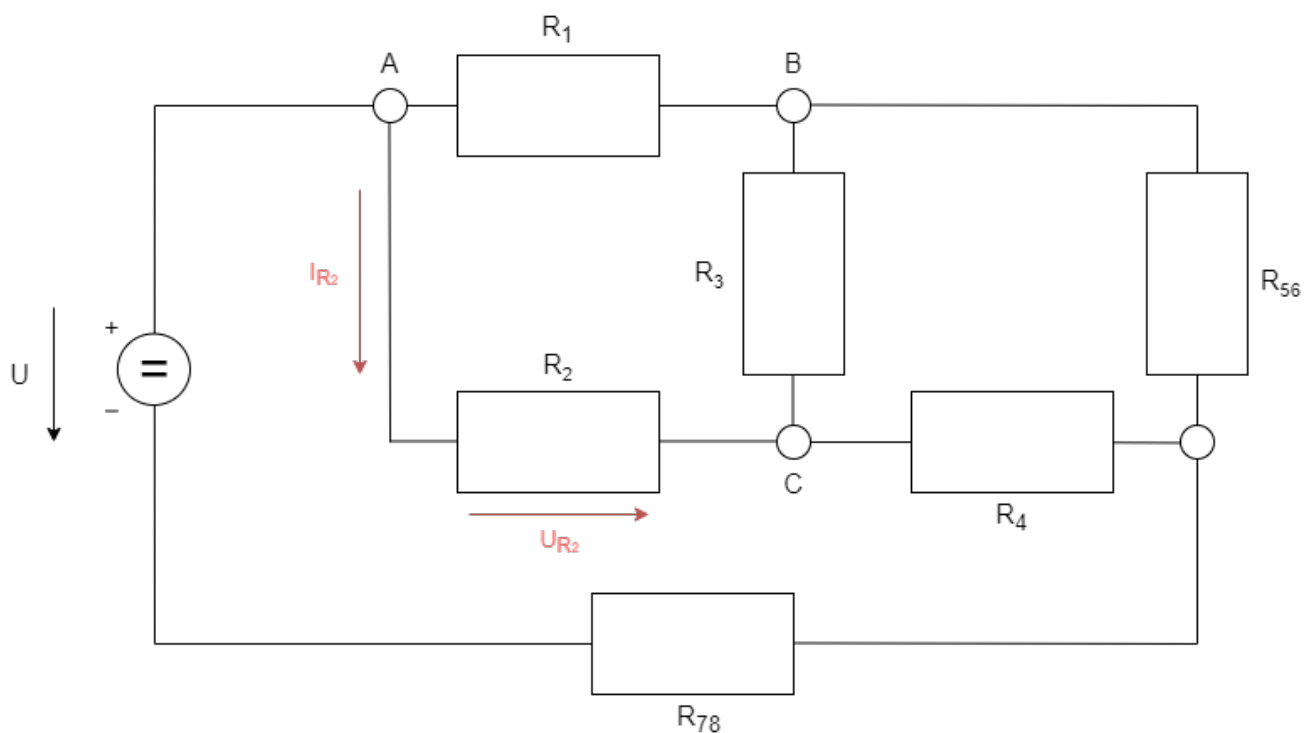
Obr. 11: 1.2.4

**1.2.5** V poslednom kroku si  $U_{R_2}$  vyjadríme pomocou 2. Kirchhofovho zákona.

$$U_{R_2} = U - U_{R_4} - U_{R_{78}} = \frac{12808115265}{247373959} = 51.7763281V$$

Na výpočet  $I_{R_2}$  použijeme Ohmov zákon.

$$I_{R_2} = \frac{U_{R_2}}{R_2} = \frac{77624941}{989495836} = 0.07844898197A = 78.448982mA$$

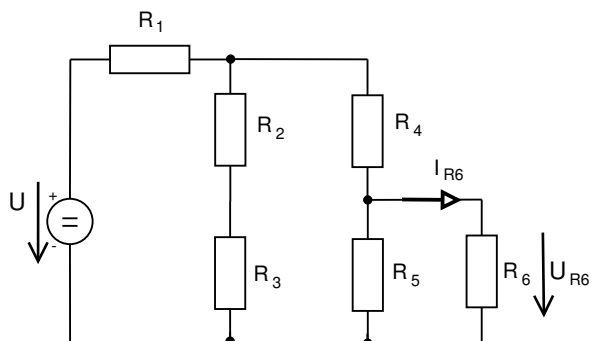


Obr. 12: 1.2.5

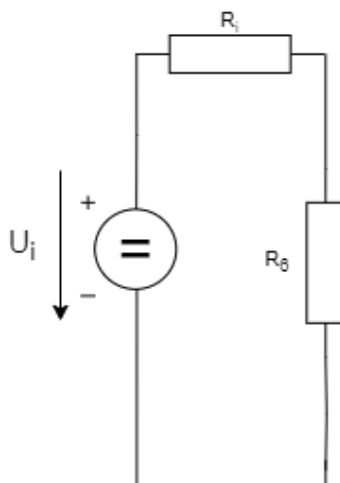
## Příklad 2

Stanovte napětí  $U_{R6}$  a proud  $I_{R6}$ . Použijte metodu Théveninovy věty.

sk.	$U$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]	$R_6$ [ $\Omega$ ]
B	100	50	310	610	220	570	100



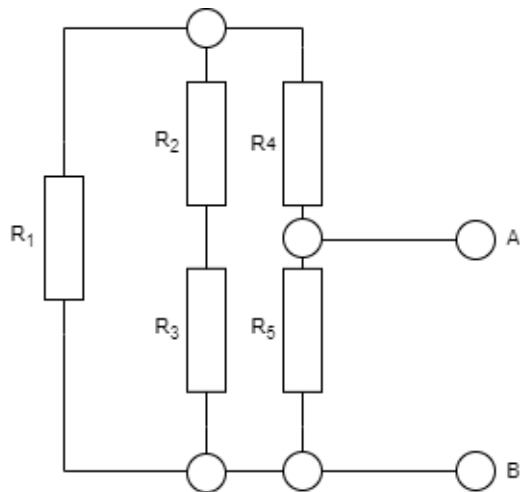
Pre výpočet  $U_{R6}$  a  $I_{R6}$  metódou Théveninovej vety si potrebujeme niekoľkými krokmi upraviť obvod zo zadania na obvod, ktorý obsahuje  $U_i$ ,  $R_i$  a  $R_6$ .



Obr. 13: Hľadaný obvod

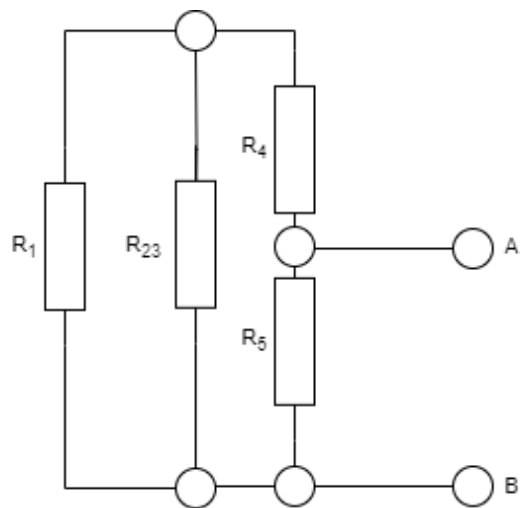
## Určenie $R_i$ medzi A a B

**2.1.1** Rezistor  $R_6$  nahradíme svorkami A a B a zdroj napätia odpojíme.



Obr. 14: 2.1.1

**2.1.2** Rezistory  $R_2$  a  $R_3$  sú zapojené v sérii, spojíme ich.

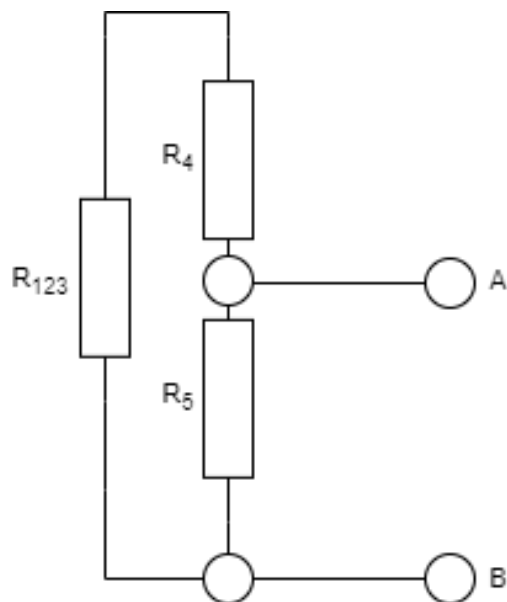


Obr. 15: 2.1.2

$$R_{23} = R_2 + R_3 = 310 + 610 = 920\Omega$$

**2.1.3** Rezistory  $R_1$  a  $R_{23}$  sú zapojené paralelne, spojíme ich.

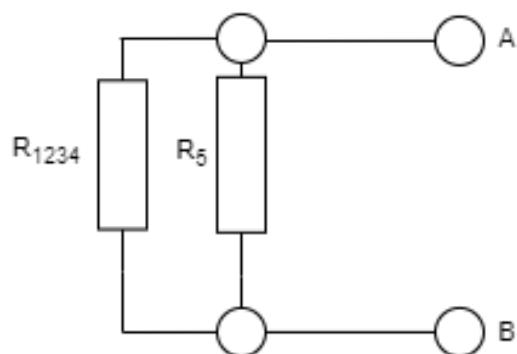
$$R_{123} = \frac{R_1 \cdot R_{23}}{R_1 + R_{23}} = \frac{50 \cdot 920}{50 + 920} = \frac{4600}{97} \Omega$$



Obr. 16: 2.1.3

**2.1.4** Rezistory  $R_{123}$  a  $R_4$  sú zapojené sériovo, spojíme ich.

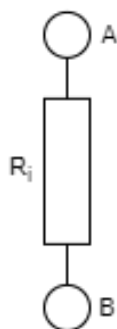
$$R_{1234} = R_{123} + R_4 = \frac{25940}{97} \Omega$$



Obr. 17: 2.1.4

**2.1.5**  $R_i$  vznikne paralelnou kombináciou rezistorov  $R_{1234}$  a  $R_5$ .

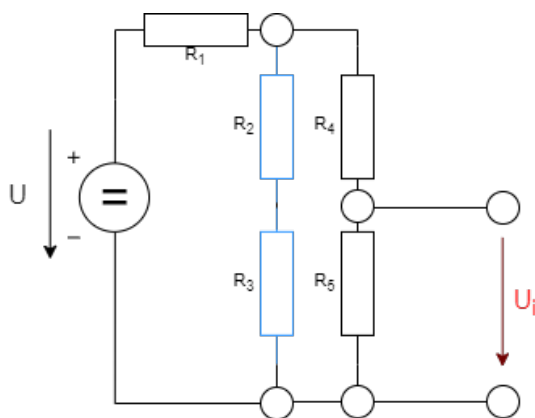
$$R_i = \frac{R_{1234} \cdot R_5}{R_{1234} + R_5} = \frac{1478580}{8123} \Omega$$



Obr. 18: 2.1.5

### Výpočet $U_i$

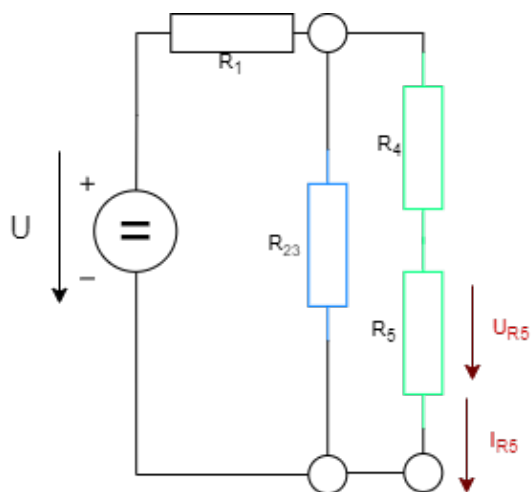
**2.2.1** Ďalším krokom je výpočet  $U_i$ . V zapojení na Obr. 19 je to zároveň napätie na rezistore  $R_5$  (predstavíme si, že na svorky, medzi ktorými je  $U_i$  zapojíme voltmeter). Použijeme metódu zjednodušovania.



Obr. 19: 2.2.1

**2.2.2** Rezistory  $R_2$  a  $R_3$  sú v sérii. Zjednodušíme.

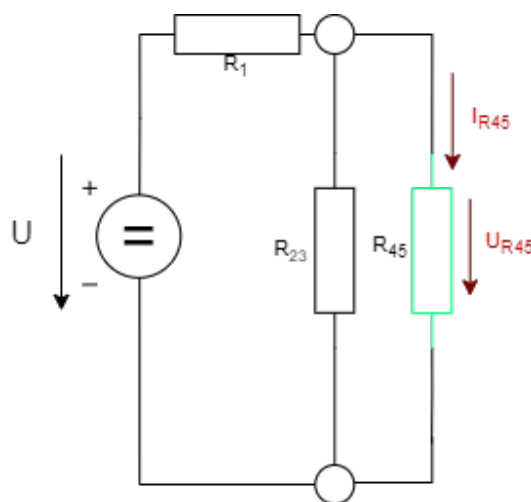
$$R_{23} = R_1 + R_3 = 920\Omega$$



Obr. 20: 2.2.2

**2.2.3** Rezistory  $R_4$  a  $R_5$  sú v sérii. Zjednodušíme.

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 790\Omega$$

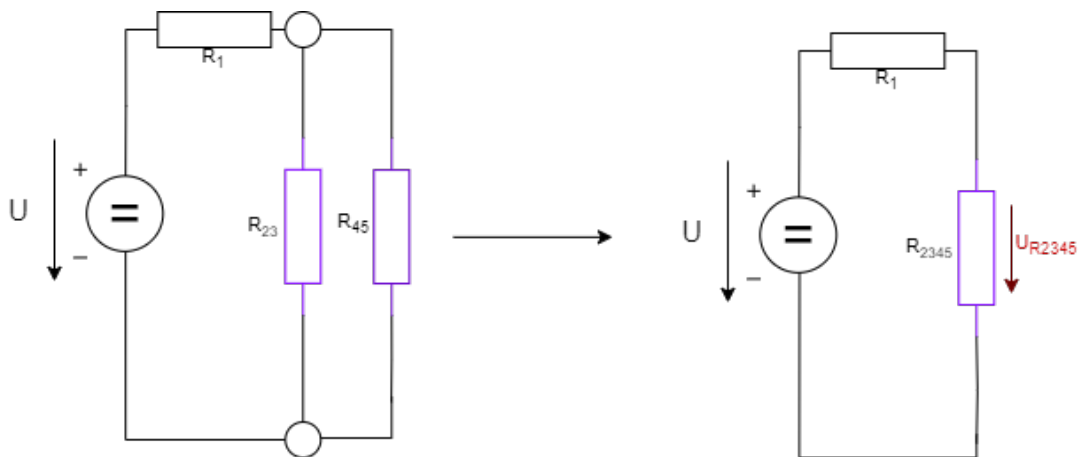


Obr. 21: 2.2.3



**2.2.4** Rezistory  $R_{23}$  a  $R_{45}$  sú zapojené paralelne. Zjednodušíme.

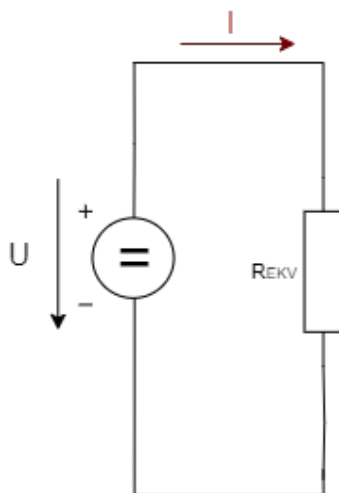
$$R_{2345} = \frac{R_{23} \cdot R_{45}}{R_{23} + R_{45}} = \frac{72680}{171} \Omega$$



Obr. 22: 2.2.4

**2.2.5**  $R_{EKV}$  vznikne sériovým spojením  $R_{2345}$  a  $R_1$ .

$$R_{EKV} = R_1 + R_{2345} = \frac{81230}{171} \Omega$$



Obr. 23: 2.2.5

**2.2.6** Spätným skladaním obvodu si vypočítame hodnoty, ktoré nám poslúžia na výpočet  $U_{R_5}$ , čo je v tomto obvode zároveň  $U_{R_i}$  (hodnoty sú červenou farbou vyznačené v Obr. 19 až Obr. 23).

$$I = \frac{U}{R_{EKV}} = \frac{1710}{8123} A$$

$$U_{R_{2345}} = I \cdot R_{2345} = \frac{726800}{8123} V$$

$$U_{R_{45}} = U_{R_{2345}}$$

$$I_{R_{45}} = \frac{U_{R_{45}}}{R_{45}} = \frac{920}{8123} A$$

$$I_{R_5} = I_{R_{45}}$$

$$U_{R_5} = I_{R_5} \cdot R_5 = \frac{524400}{8123} V$$

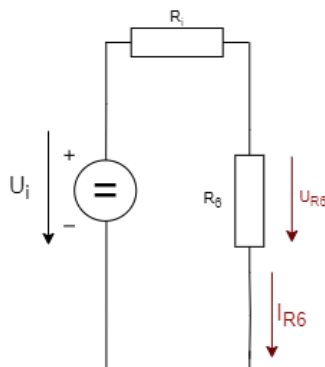
$$U_i = U_{R_5}$$

### Výpočet hľadaných hodnôt

**2.3** Po získaní hodnôt  $R_i$  a  $U_i$  si jednoducho, pomocou Ohmovho zákona, vypočítame hľadané hodnoty  $U_{R_6}$  a  $I_{R_6}$ .

$$I_{R_6} = \frac{U_i}{R_i + R_6} = \frac{6555}{28636} = 0,2289076687 A = 228,9076 mA$$

$$U_{R_6} = R_6 \cdot I_{R_6} = \frac{163875}{7159} = 22.89076687 V$$

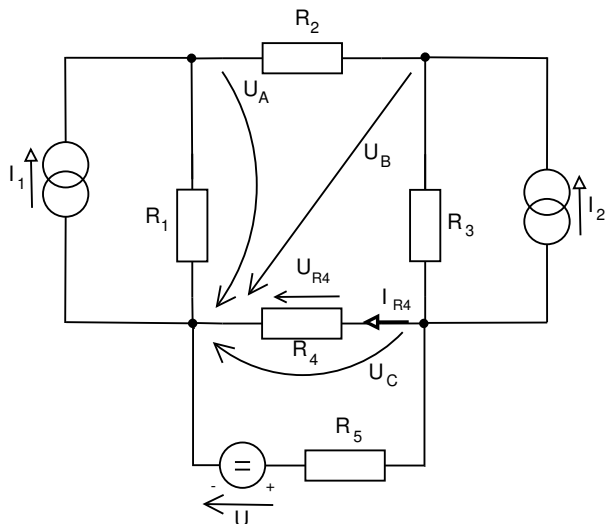


Obr. 24: 2.3

### Příklad 3

Stanovte napětí  $U_{R4}$  a proud  $I_{R4}$ . Použijte metodu uzlových napětí ( $U_A, U_B, U_C$ ).

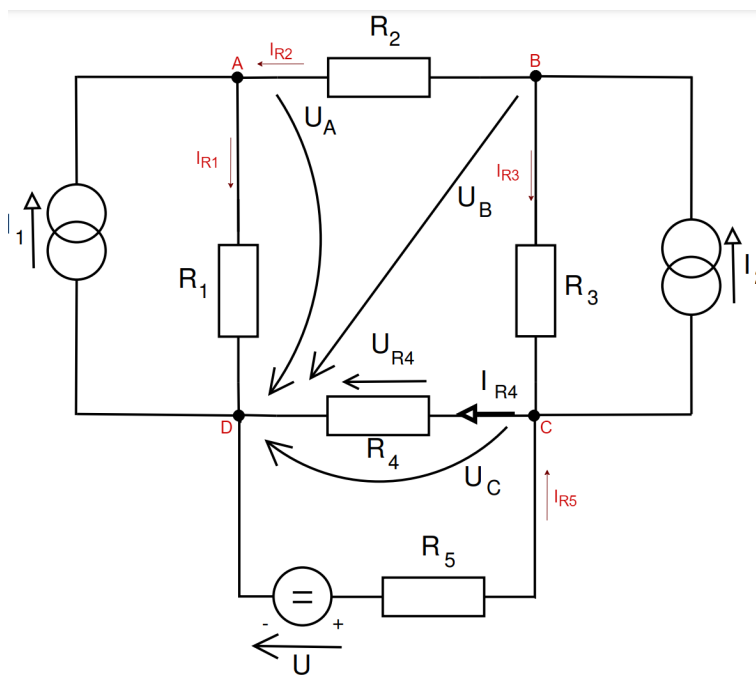
sk.	$U$ [V]	$I_1$ [A]	$I_2$ [A]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]
H	130	0.95	0.50	47	39	58	28	25



V tomto příklade budeme vycházet z troch rovnic o troch neznámých. Naše neznáme budú práve uzlové napätia  $U_A$ ,  $U_B$  a  $U_C$ . Po vypočítaní  $U_C$  si určíme hľadané hodnoty.

#### Doplňenie vyznačení do obvodu

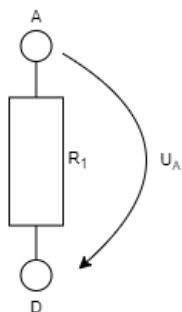
Do obvodu doplníme naznačenie prúdov. Tiež si označíme 3 uzly: A,B,C. Referenčný uzol, ku ktorému budeme vzťahovať uzlové napätia si označíme D.



Obr. 25: Doplnené vyznačenia

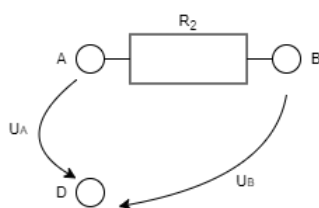
## Určenie prúdov

$$I_{R_1} = \frac{U_A}{R_1}$$



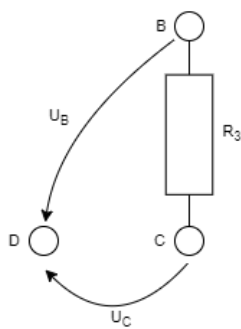
Obr. 26: 3.1

$$I_{R_2} = \frac{U_B - U_A}{R_2}$$



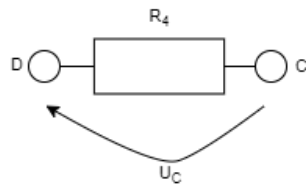
Obr. 27: 3.2

$$I_{R_3} = \frac{U_B - U_C}{R_3}$$



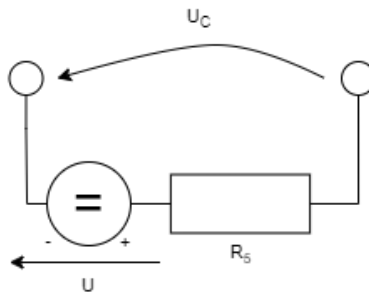
Obr. 28: 3.3

$$I_{R_4} = \frac{U_C}{R_4}$$



Obr. 29: 3.4

$$I_{R_5} = \frac{U - U_C}{R_5}$$



Obr. 30: 3.5

### Rovnice pre uzly A,B,C

Použijeme 1. Kirchhofov zákon.

$$\mathbf{A:} \quad I_1 + I_{R_2} - I_{R_1} = 0$$

$$\mathbf{B:} \quad I_2 - I_{R_2} - I_{R_3} = 0$$

$$\mathbf{C:} \quad I_{R_5} + I_{R_3} - I_2 - I_{R_4} = 0$$

Dosadíme prúdy.

$$\mathbf{A:} \quad I_1 + \frac{U_B - U_A}{R_2} - \frac{U_A}{R_1} = 0$$

$$\mathbf{B:} \quad I_2 - \frac{U_B - U_A}{R_2} - \frac{U_B - U_C}{R_3} = 0$$

$$\mathbf{C:} \quad \frac{U - U_C}{R_5} + \frac{U_B - U_C}{R_3} - I_2 - \frac{U_C}{R_4} = 0$$

Dosadíme známe hodnoty.

$$\begin{aligned}\mathbf{A:} \quad & 0.95 + \frac{U_B - U_A}{39} - \frac{U_A}{47} = 0 \\ \mathbf{B:} \quad & 0.5 - \frac{U_B - U_A}{39} - \frac{U_B - U_C}{58} = 0 \\ \mathbf{C:} \quad & \frac{U - U_C}{25} + \frac{U_B - U_C}{58} - 0.5 - \frac{U_C}{28} = 0\end{aligned}$$

Upravíme.

$$\begin{aligned}\mathbf{A:} \quad & -\frac{86}{1833}U_A + \frac{1}{39}U_B = -\frac{19}{20} \\ \mathbf{B:} \quad & \frac{1}{39}U_A - \frac{97}{2262}U_B + \frac{1}{58}U_C = -\frac{1}{2} \\ \mathbf{C:} \quad & \frac{1}{58}U_B - \frac{1887}{20300}U_C = -\frac{47}{10}\end{aligned}$$

### Výpočet hodnoty $U_C$ pomocou Crammerovho pravidla

Rovnice si prevedieme na maticu a vypočítame jej determinant D Sarusovým pravidlom.

$$\begin{aligned}D &= \\ & \begin{vmatrix} -\frac{86}{1833} & \frac{1}{39} & 0 \\ \frac{1}{39} & -\frac{97}{2262} & \frac{1}{58} \\ 0 & \frac{1}{58} & -\frac{1887}{20300} \end{vmatrix} \\ &= -\frac{2083}{18604950}\end{aligned}$$

Tretí stĺpec v matici nahradíme ľavými stranami rovníc A, B, C a vypočítame determinant  $D_{U_C}$  Sarusovým pravidlom..

$$\begin{aligned}D_{U_C} &= \\ & \begin{vmatrix} -\frac{86}{1833} & \frac{1}{39} & -\frac{19}{20} \\ \frac{1}{39} & -\frac{97}{2262} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{58} & -\frac{47}{10} \end{vmatrix} \\ &= -\frac{15289}{2126280}\end{aligned}$$

Pre získanie  $U_C$  potrebujeme  $D_{U_C}$  vydeliť  $D$ .

$$U_C = \frac{D_{U_C}}{D} = \frac{535115}{8332}V$$

**Finálny výpočet  $U_{R_4}$  a  $I_{R_4}$** 

Zo zadania vidíme:

$$U_{R_4} = U_C \approx 64.224075V$$

Na výpočet  $I_{R_4}$  použijeme Ohmov zákon:

$$I_{R_4} = \frac{U_{R_4}}{R_4} \approx 2.293716A$$

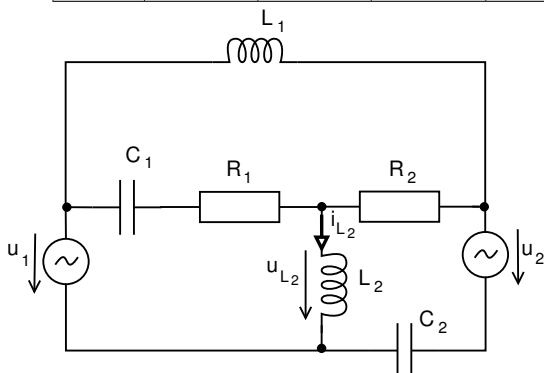
## Příklad 4

Pro napájecí napětí platí:  $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$ ,  $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$ .

Ve vztahu pro napětí  $u_{L_2} = U_{L_2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{L_2})$  určete  $|U_{L_2}|$  a  $\varphi_{L_2}$ . Použijte metodu smyčkových proudů.

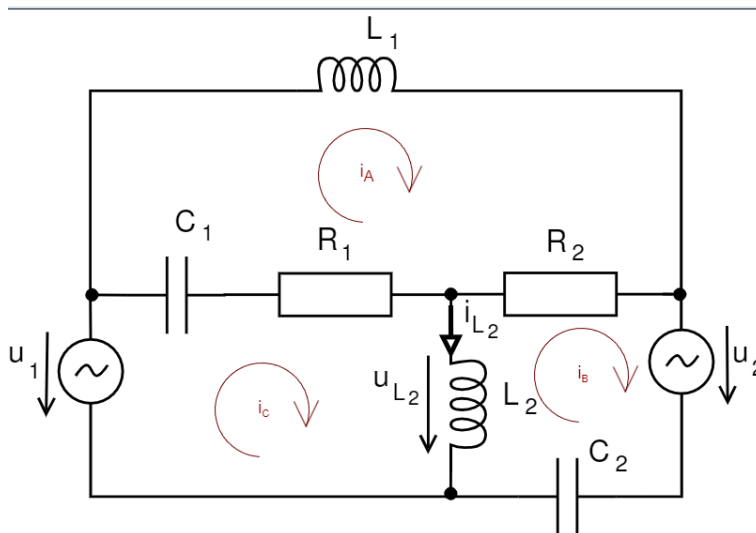
Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ( $t = \frac{\pi}{2\omega}$ ).

sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$L_1$ [mH]	$L_2$ [mH]	$C_1$ [ $\mu$ F]	$C_2$ [ $\mu$ F]	$f$ [Hz]
E	5	3	14	13	130	60	100	65	90



V tomto príklade, podobne ako v predchádzajúcom budeme pracovať so sústavou troch rovníc. Neznáme v týchto rovniciach budú  $I_A, I_B$  a  $I_C$ .

Doplnenie vyznačení slučkových prúdov do obvodu



Obr. 31: Doplnené vyznačenia



## Vyjadrenie impedancií súčiastok

Najprv si vypočítame uhlovú frekvenciu  $\omega$ .

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 90 = 180\pi \text{ rad/s}$$

Ďalej vyjadríme impedancie. Necháme ich v obecnom tvare pre prehľadnosť.

$$Z_{C_1} = -\frac{j}{\omega C_1}$$

$$Z_{C_2} = -\frac{j}{\omega C_2}$$

$$Z_{L_1} = j\omega L_1$$

$$Z_{L_2} = j\omega L_2$$

## Vyjadrenie rovníc pre slučky

Vychádzame z 2. Kirchhoffovho zákona, že súčet všetkých napätí v jednej slučke sa musí rovnať 0.

$$i_A : I_A(Z_{L_1} + R_2 + R_1 + Z_{C_1}) + I_B(-R_2) + I_C(-R_1 - Z_{C_1}) = 0$$

$$i_B : I_A(-R_2) + I_B(R_2 + Z_{C_2} + Z_{L_2}) + I_C(-Z_{L_2}) = -U_2$$

$$i_C : I_A(-R_1 - Z_{C_1}) + I_B(-Z_{L_2}) + I_C(Z_{C_1} + R_1 + Z_{L_2}) = U_1$$

Impedancie a odpory si zobrazíme v matici A, kde stĺpce reprezentujú  $I_A$ ,  $I_B$  a  $I_C$ .

$$A = \begin{bmatrix} Z_{L_1} + R_2 + R_1 + Z_{C_1} & -R_2 & -R_1 - Z_{C_1} \\ -R_2 & R_2 + Z_{C_2} + Z_{L_2} & -Z_{L_2} \\ -R_1 - Z_{C_1} & -Z_{L_2} & Z_{C_1} + R_1 + Z_{L_2} \end{bmatrix}$$

Vidíme, že táto matica je symetrická. Ak by nebola, bol by to indikátor zlého vyjadrenia.

## Výpočet $I_B$ a $I_C$

Najprv si vypočítame determinant matice A (napríklad Sarusovým pravidlom).

Následne si vypočítame determinanty matíc, kde v prvej nahradíme stĺpec  $I_B$  pravými stranami rovnice, v druhej nahradíme stĺpec  $I_C$ .

Keď tieto determinanty vydáme determinantom matice A, získame hodnoty  $I_B$  a  $I_C$ .

$$D_A = -3.7760 \cdot 10^3 + 6.8703 \cdot 10^4 j$$

$$D_{I_B} = -7.3245 \cdot 10^3 - 1.7152 \cdot 10^3 j$$

$$D_{I_C} = 4.1700 \cdot 10^3 + 2.4780 \cdot 10^3 j$$

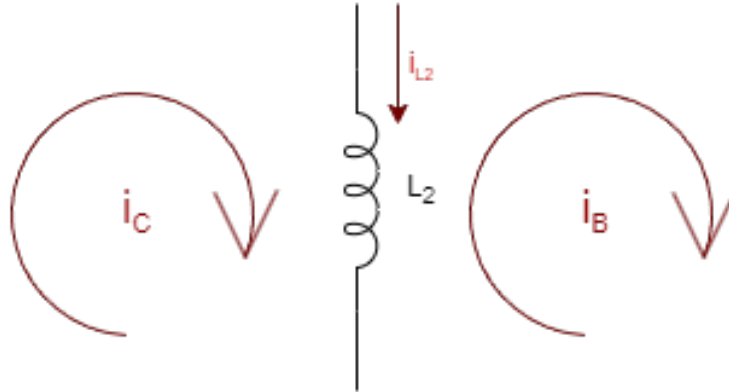
$$I_B = \frac{D_{I_B}}{D_A} = -0.0190 + 0.1077 j A$$

$$I_C = \frac{D_{I_C}}{D_A} = 0.0326 - 0.0625 j A$$

### Určenie hľadaných hodnôt

Z obrázka je zrejmé, že:

$$I_{L_2} = I_C - I_B = 0.0517 - 0.1701j A$$



Obr. 32: Prúdy cez L2

Vypočítame  $U_{L_2}$  pomocou Ohmovho zákona.

$$U_{L_2} = I_{L_2} \cdot Z_{L_2} = 5.7730 + 1.7535jV$$

Pomocou vzťahu pre výpočet amplitúdy napätia

$$|U| = \sqrt{A^2 + B^2},$$

kde A je reálna zložka a B je imaginárna, si vypočítame  $|U_{L_2}|$ .

$$|U_{L_2}| = \sqrt{5.7730^2 + 1.7535^2} = 6.0334V$$

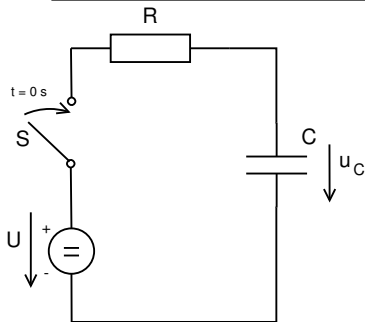
Nakoniec si vypočítame fázový posun  $\varphi_{L_2}$ .

$$\varphi_{L_2} = \arctan\left(\frac{B}{A}\right) = 16.8958^\circ$$

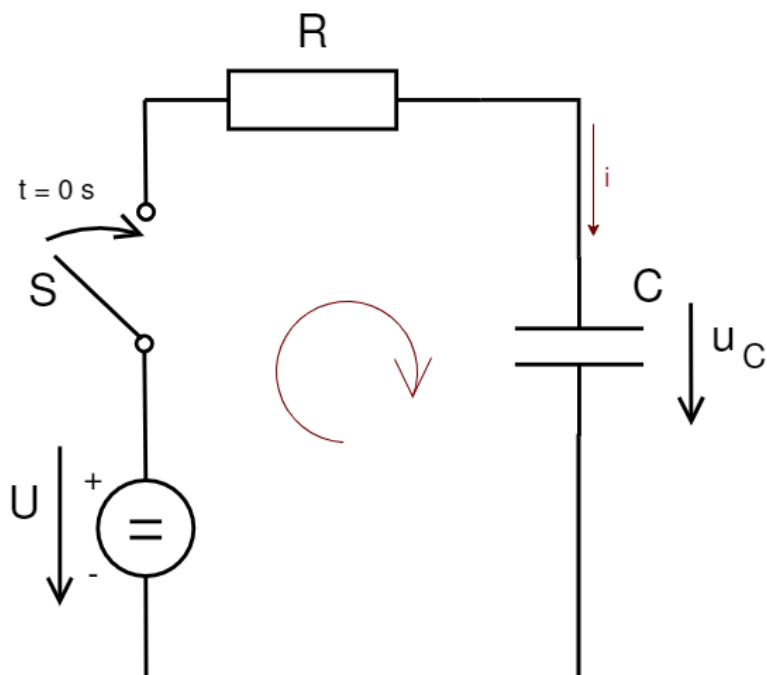
## Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase  $t = 0$  [s] sepne spínač  $S$ . Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení  $u_C = f(t)$ . Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

sk.	$U$ [V]	$C$ [F]	$R$ [ $\Omega$ ]	$u_C(0)$ [V]
B	30	5	125	12



Doplnenie vyznačenia smeru prúdu do obvodu



Obr. 33: Doplnené vyznačenia

## Zostavenie diferenciálnej rovnice

Pomocou Ohmovho zákona si vyjadríme  $i$ , teda rovnicu č.1.

$$1 : i = \frac{u_R}{R}$$

Pomocou 2. Kirchhoffovho zákona si napíšeme rovnicu č. 2.

$$2 : u_R + u_C - U = 0$$

Pre rovnicu č. 3 použijeme axióm.

$$3 : u'_C = \frac{i}{C}, u_C(0) = 12V$$

Rovnice spojíme do jednej.

$$u'_C = \frac{\frac{u_R}{R}}{C} = \frac{u_R}{RC} = \frac{U - u_C}{RC}, u_C(0) = 12V$$

Po úprave získame rovnicu, ktorú si označíme \*.

$$* : u'_C + \frac{u_C}{RC} = \frac{U}{RC}, u_C(0) = 12V$$

## Analytické riešenie

Napíšeme si charakteristickú rovnicu, kde  $\lambda = u'_C, u_C = 1$ .

$$\lambda = \frac{-1}{RC}$$

Očakávané riešenie je:

$$u_C(t) = K(t) \cdot e^{\lambda t} = K(t) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$
$$u'_C(t) = K'(t) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + K(t) \cdot \left(-\frac{1}{RC}\right) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Do rovnice \* si dosadíme  $u'_C$  a  $u_C$ .

$$K'(t) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + K(t) \cdot \left(-\frac{1}{RC}\right) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{K(t) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}}{RC} = \frac{U}{RC}$$

Dva prostredné členy sa odčítajú. Rovnicu ďalej upravujeme.

$$K'(t) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{U}{RC} \cdot e^{\frac{t}{RC}}$$

$$K'(t) = \frac{U}{RC} \cdot e^{\frac{t}{RC}} \int$$

$$K(t) = U \cdot e^{\frac{t}{RC}} + k$$

Túto rovnicu si dosadíme do rovnice pre  $u_C(t)$ .

$$u_C(t) = (U \cdot e^{\frac{t}{RC}} + k) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$u_C(t) = U + k \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Dosadíme počiatočnú hodnotu  $u$  v čase 0 a  $U$  a vypočítame konštantu  $k$ .

$$u_C(0) = U + k \cdot e^{-\frac{0}{RC}} = 12$$

$$30 + k = 12$$

$$k = -18$$

Do rovnice pre  $u_C(t)$  dosadíme hodnoty.

$$u_C(t) = 30 - 18 \cdot e^{-\frac{t}{625}} V$$

### Skúška správnosti

Vypočítame  $u_C(0)$  a zistíme, či nám to vyjde v súlade so zadáním.

$$t = 0$$

$$u_C(0) = 12$$

$$30 - 18 \cdot e^0 = 12$$

$$30 - 18 = 12$$

$$12 = 12$$

Výsledok je v súlade so zadáním.

Ďalej si spravíme skúšku pomocou rovnice \*.

$$* : u'_C + \frac{u_C}{RC} = \frac{U}{RC}$$

$$u_C(t) = 30 - 18 \cdot e^{-\frac{t}{625}}$$

$$u'_C(t) = \frac{18}{625} e^{-\frac{t}{625}}$$

$$\begin{aligned} \frac{18}{625} e^{-\frac{t}{625}} + \frac{30 - 18 \cdot e^{-\frac{t}{625}}}{625} &= \frac{30}{625} \\ \frac{\frac{18}{625} \cdot e^{-\frac{t}{625}} - \frac{18}{625} \cdot e^{-\frac{t}{625}} + 30}{625} &= \frac{30}{625} \\ \frac{30}{625} &= \frac{30}{625} \end{aligned}$$

Aj druhá skúška nám vyšla.

## Shrnutí výsledků

Příklad	Skupina	Výsledky
1	E	$U_{R2} = 51.7763281V$ $I_{R2} = 78.448982mA$
2	B	$U_{R6} = 22.89076687V$ $I_{R6} = 228.9076mA$
3	H	$U_{R4} = 64.224075V$ $I_{R4} = 2.293716A$
4	E	$ U_{L2}  = 6.0334V$ $\varphi_{L2} = 16.8958^\circ$
5	B	$u_C = 30 - 18 \cdot e^{-\frac{t}{625}} V$