1) Предложить пример ф-ции, не имеющей предела в нуле и в бесконечностях

$\lim\limits_{x \to 0} \sin \frac{1}{x}$ Т.к. ~~...~~ - при $x=0$ $\frac{1}{x}$ - не существует.

$\lim\limits_{x \to +\infty} \sin \frac{1}{x}$ $\sin \frac{1}{x}$ периодическая ф-ция и поэтому

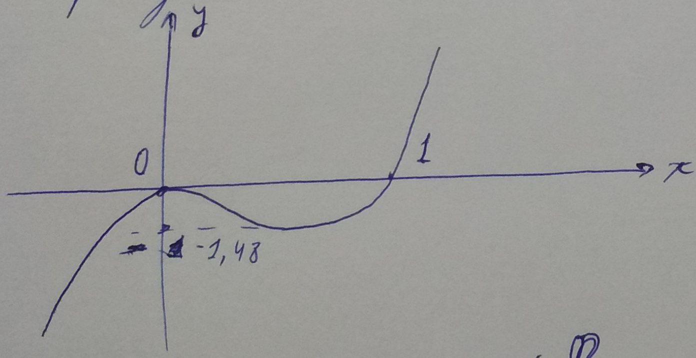
$\lim\limits_{x \to -\infty} \sin \frac{1}{x}$ при ~~стремл~~ стремлении $\sin \frac{1}{x}$ к ∞ мы будем иметь просто $\sin \frac{1}{x}$

2) Привести пример ф-ции, не имеющей предела в ~~нуле~~ точке, но определенной в ней ~~в бесконечностях~~.

$\lim\limits_{x \to 0} \frac{1}{x}$

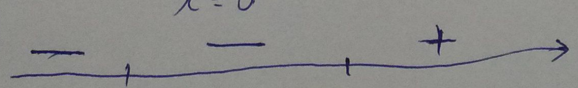
Исследовать функцию $f(x)=x^3-x^2$ по плану:

1. Область задания и область значения
2. Нули ф-ции и их кратность
3. Отрезки знакопостоянства
4. Интервалы монотонности
5. Четность ф-ции
6. Ограниченность
7. Периодичность



1. Область задания: $x \in \mathbb{R}$
область значений: $y \in \mathbb{R}$

2. $x^3 - x^2 = 0$ нуль ф-ции $x=0$ — кратность 2
$x^2=0$ $x-1=0$ нуль ф-ции $x=1$ — кратность 1
$x=0$

3.


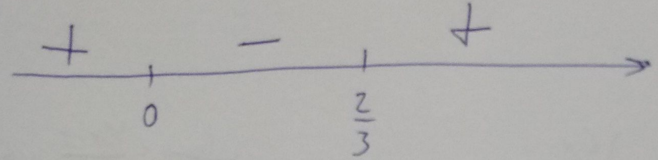
$f(-1) = -1-1 = -2$
$f(0,5) = 0,125 - 0,25 = -0,125$
$f(2) = 2^3 - 2^2 = 8 - 4 = 4$

4. Интервалы монотонности:

$f'(x) = 3x^2 - 2x = 0$

$x = 0 \quad 3x - 2 = 0$

$x = \frac{2}{3}$



$f'(-1) = 3 + 2 = 5$

$f'\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \cdot \frac{1}{4} - 2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{4}$

$f'(1) = 3 - 1 = 2$

5. Четность ф-ции

$f(-x) = (-x)^3 - (-x)^2 = -x^3 - x^2$

$f(-x) \neq f(x)$

$f(-x) \neq -f(x)$

ф-ция общего вида.

6. Из графика функции видно, что функция не имеет ограничения сверху и снизу на R

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^3 - x^2 = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} x^3 - x^2 = -\infty$

7. Функция не является периодической, т.к. она функция общего вида и не имеет четности, либо нечетности.

Найти пределы:

1. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin(2x)}{4x}=\lim\limits_{x\to0}\frac{1}{2}\frac{\sin(2x)}{2x}=\frac{1}{2}$

2. $\lim\limits_{x\to0}\frac{x}{\sin(x)}=1$

3. $\lim\limits_{x\to0}\frac{x}{\arcsin(x)}=1$

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{4x+3}{4x-3}\right)^{6x}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{6}{4x-3}\right)^{6x}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{6}{4x-3}\right)^{\frac{6}{4x-3}\cdot\frac{4x-3}{6}\cdot6x}=$

$=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{36x}{4x-3}}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{36x}{x}}{\frac{4x-3}{x}}}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{36}{4-\frac{3}{x}}}=e^{9}$

5. $\lim\limits_{x\to0}\frac{3x^3-2x^2}{4x^2}=\lim\limits_{x\to0}\frac{\cancel{x^2}(3x-2)}{4\cancel{x^2}}=\lim\limits_{x\to0}\frac{3x-2}{4}=-\frac{1}{2}$

6. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1}=\lim\limits_{x\to0}\frac{\cancel{(\sqrt[3]{1+x}-1)}\cdot\left(\sqrt[3]{(1+x)^2}+\sqrt[3]{1+x}\cdot1+1\right)}{\cancel{(\sqrt[3]{1+x}-1)}}=$

$=\lim\limits_{x\to0}1+1+1=3$

7. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x}\right)^{4x+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{x}\right)^{4x+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{x}\right)^{\frac{3}{x}\cdot\frac{x}{3}\cdot4x+1}=$

$=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3}{x}(4x+1)}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}12+\frac{3}{x}}=e^{12}.$