

1. Задача: Как относятся друг к другу множество и последовательность?

из определения последовательности:

Последовательность - это набор элементов множества, то:

1. Для каждого натурального числа можно указать элемент данного множества
2. Это число является номером элемента и обозначает позицию данного элемента в последовательности
3. Для любого элемента (члена) последовательности можно указать следующий за ним элемент

Отсюда следует, что множество является родителем для последовательности. Последовательность может быть частью множества, либо наоборот в него встраиваться. Последовательность - это доггерный объект от множества. Аналогично, множество может быть доггерным объектом из последовательности, если это множество берется из последовательности.

2. Задача

1. $\forall y \in [0; 1] : \text{sgn}(y) = 1$, отрицание: $\exists y \in [0; 1] : \text{sgn}(y) \neq 1$
2. $\forall n \in \mathbb{N} : \exists x, y, z \in \mathbb{N} : x^n = y^n + z^n$
отрицание: $\exists n \in \mathbb{N} : \forall x, y, z \in \mathbb{N} : x^n \neq y^n + z^n$
3. $\forall x \in \mathbb{R} \exists X \in \mathbb{R} : X > x$ отрицание: $\exists x \in \mathbb{R} \forall X \in \mathbb{R} : X \leq x$
4. $\forall y \in [0; \frac{\pi}{2}] \exists \varepsilon > 0 : \sin y < \sin(y + \varepsilon)$
отрицание: $\exists y \in [0; \frac{\pi}{2}] \forall \varepsilon > 0 : \sin y \geq \sin(y + \varepsilon)$
5. $\forall x \in \mathbb{C} \exists y \in \mathbb{C} : x > y \vee x < y$, отрицание:
 $\exists x \in \mathbb{C} \forall y \in \mathbb{C} : x \leq y \wedge x \geq y$
6. $\forall y \in [0; \pi) \exists \varepsilon > 0 : \cos y > \cos(y + \varepsilon)$, отрицание:
 $\exists y \in [0; \pi) \forall \varepsilon > 0 : \cos y \leq \cos(y + \varepsilon)$
7. $\exists x : x \notin \{ \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C} \}$, отрицание:
 $\forall x : x \in \{ \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C} \}$

Задача
Даны 4 последовательности:

$$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = 2^n - 2n$$

$$\{b_n\}_{n=2}^{\infty} = \frac{1}{1-n}$$

$$\{c_n\}_{n=1}^{\infty} = -1^n + \sqrt{2}n$$

$$\{d_n\}_{n=1}^{\infty} = (-1)^{2n} \frac{1}{n^2}$$

необходимо ~~сделать~~:

1. исследовать их на монотонность
2. исследовать на ограниченность
3. найти предел по мере след

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = 2^n - 2n$, найдем 1 и воспользуемся монотонностью.

$$a_2 = 2^2 - 2 = 2$$

$$a_2 = 2^2 - 2 = 2$$

$a_2 > a_1$ - монотонность монотонно возрастает.

монотонность ограничена снизу "1"

$$a_5 = 2^5 - 5 = 64 - 5 = 59$$

$$\{b_n\}_{n=2}^{\infty} = \frac{1}{1-n}$$

$$b_2 = \frac{1}{1-2} = -1$$

$$b_3 = \frac{1}{1-3} = -0,5$$

монотонность монотонно ~~возрастает~~ и ограничена сверху "0".
а снизу "-1".

$$b_6 = \frac{1}{1-6} = -0,2$$

$$\{c_n\}_{n=1}^{\infty} = (-1)^n + \sqrt{2}n$$

$$c_1 = (-1)^1 + \sqrt{2} = -1 + 1,4 = 0,4$$

$$c_2 = (-1)^2 + \sqrt{2} = 1 + 1,4 = 2,4$$

$$c_3 = (-1)^3 + \sqrt{2} \cdot 3 = -1 + 2,44 = 1,44$$

Монотонность монотонно возрастает и убывает

$$c_5 = (-1)^5 + \sqrt{2} \cdot 5 = (-1) + 3,16 = 2,16$$

$$\{d_n\}_{n=1}^{\infty} = (-1)^{2n} \frac{1}{n^2}$$

$$d_1 = (-1)^2 + \frac{1}{1} = 2$$

$$d_2 = (-1)^{2 \cdot 2} + \frac{1}{2^2} = 1 + \frac{1}{4} = 1,25$$

Монотонность монотонно убывает.
ограничена снизу "1".

$$d_5 = (-1)^{2 \cdot 5} + \frac{1}{5^2} = 1 + 0,04 = 1,04$$

Задача: $a_1 = 128, a_{n+1} - a_n = 6$, найти 12-й член заданной ~~последовательности~~ монотонности.

Задаем монотонность ~~авно~~:
 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = 122 + 6n$

как проверить: $a_1 = 122 + 6 \cdot 1 = 128$

$$a_{12} = 122 + 6 \cdot 12 = 194$$

ответ: $a_{12} = 194$

Даны три множества: A, B, C необходимо выполнить все указанные
 виды операций над ними комбинациями множеств

$$A = \{1, 2, 3\} \quad B = \{3, 4, 5\} \quad C = \{5, 6, 7\}$$

Объединение Пересечение

$$A \cap B \cap C = \{3\}$$

$$A \cap C \cap B = \{3\}$$

$$B \cap A \cap C = \{3\}$$

$$B \cap C \cap A = \{3\}$$

$$C \cap A \cap B = \{3\}$$

$$C \cap B \cap A = \{3\}$$

Объединение

$$A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$A \cup C \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B \cup A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B \cup C \cup A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$C \cup A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$C \cup B \cup A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

Разность

$$A - B - C = \{1, 2\}$$

$$A - C - B = \{1, 2\}$$

$$B - A - C = \{4\}$$

$$B - C - A = \{4\}$$

$$C - A - B = \{6, 7\}$$

$$C - B - A = \{6, 7\}$$

Симметрическая разность

$$A \Delta B \Delta C = \{1, 2, 4, 6, 7\}$$

$$A \Delta C \Delta B = \{1, 2, 4, 6, 7\}$$

$$B \Delta A \Delta C = \{1, 2, 4, 6, 7\}$$

$$B \Delta C \Delta A = \{1, 2, 4, 6, 7\}$$

$$C \Delta A \Delta B = \{1, 2, 4, 6, 7\}$$

$$C \Delta B \Delta A = \{1, 2, 4, 6, 7\}$$

~~Симметрическая разность~~
 ~~$A \Delta B \Delta C = \{1, 2, 4, 6, 7\}$~~
 ~~$A \Delta C \Delta B = \{1, 2, 4, 6, 7\}$~~
 ~~$B \Delta A \Delta C = \{1, 2, 4, 6, 7\}$~~
 ~~$B \Delta C \Delta A = \{1, 2, 4, 6, 7\}$~~
 ~~$C \Delta A \Delta B = \{1, 2, 4, 6, 7\}$~~
 ~~$C \Delta B \Delta A = \{1, 2, 4, 6, 7\}$~~