Filas

Uma fila é uma estrutura de dados dinâmica que admite remoção de elementos e inserção de novos objetos. Mais especificamente, uma *fila* (= *queue*) é uma estrutura sujeita à seguinte regra de operação: cada remoção remove o elemento *mais antigo* da fila, isto é, o elemento que está na estrutura há *mais* tempo.

Em outras palavras, o primeiro objeto inserido na fila é também o primeiro a ser removido. Essa política é conhecida pela sigla FIFO (= *First-In-First-Out*).

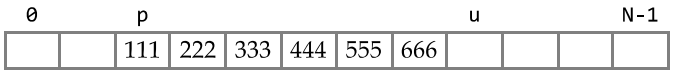
Sumário:

Implementação em um vetor

Suponha que nossa fila mora em um vetor `fila[0..N-1]`. (A natureza dos elementos do vetor é irrelevante: eles podem ser inteiros, bytes, ponteiros, etc.) Digamos que a parte do vetor ocupada pela fila é

`fila[p..u-1]`.

O primeiro elemento da fila está na posição `p` e o último na posição `u-1`. A fila está *vazia* se `p == u` e *cheia* se `u == N`. A figura mostra uma fila que contém os números 111, 222, ... , 666:



Para *tirar*, ou *remover* (= *delete* = *de-queue*), um elemento da fila basta fazer

```
x = fila[p++];
```

Isso equivale ao par de instruções "`x = fila[p]; p += 1;`", nesta ordem. É claro que você só deve fazer isso se tiver certeza de que a fila não está vazia. Para *colocar*, ou *inserir* (= *insert* = *enqueue*), um objeto `y` na fila basta fazer

```
fila[u++] = y;
```

Isso equivale ao par de instruções "`fila[u] = y; u += 1;`", nesta ordem. Note como esse código funciona corretamente mesmo quando a fila está vazia. É claro que você só deve inserir um objeto na fila se ela não estiver cheia; caso contrário, a fila *transborda* (ou seja, ocorre um *overflow*).

Para ajudar o leitor humano, podemos embalar as operações de remoção e inserção em duas pequenas funções. Se os objetos da fila forem números inteiros, podemos escrever

```
int tiradafila (void) {
   return fila[p++];
}

void colocanafila (int y) {
   fila[u++] = y;
}
```

Estamos supondo aqui que as variáveis `fila`, `p`, `u` e `N` são globais, isto é, foram definidas fora do código das funções. Para completar o pacote, precisaríamos de mais três funções: uma que crie uma fila, uma que verifique se a fila está vazia e uma que verifique se a fila está cheia. (Veja exercício abaixo.)

Exercícios 1

1. Módulo de implementação de fila (versão 1). Escreva um módulo `filadeints.c` que implemente uma fila de números inteiros em um vetor alocado estaticamente. O módulo deve conter as funções `criafila`, `colocanafila`, `tiradafila`, `filavazia` e `filacheia`. O vetor que abriga a fila bem como os índices que indicam o início e o fim da fila devem ser variáveis globais do módulo. Escreva também uma interface `filadeints.h` para o módulo. [Solução: ./solucoes/fila2.html]
2. Escreva uma função que devolva o comprimento (ou seja, o número de elementos) da fila.
3. Tome uma decisão de projeto diferente da adotada acima: suponha que a parte do vetor ocupada pela fila é `fila[p..u]`. Escreva o código das funções `colocanafila`, `tiradafila`, `filavazia` e `filacheia`.
4. Tome uma decisão de projeto diferente da adotada acima: suponha que a parte do vetor ocupada pela fila é `fila[0..u]`. Escreva o código das funções `colocanafila`, `tiradafila`, `filavazia` e `filacheia`.

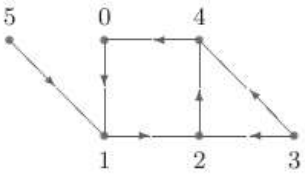
Aplicação: distâncias

A ideia de fila aparece naturalmente no cálculo de distâncias em um grafo. (Uma versão simplificada do problema é a varredura por níveis de uma árvore binária.) Imagine `N` cidades numeradas de `0` a `N-1` e interligadas por estradas de mão única. As ligações entre as cidades são representadas por uma matriz `A` da seguinte maneira:

> `A[i][j]` vale `1` se existe estrada de `i` para `j`

e vale `0` em caso contrário. Suponha que a matriz tem zeros na diagonal, embora isso seja irrelevante. Segue um exemplo em que `N` vale `6`:

	0	1	2	3	4	5
0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0
2	0	0	0	0	1	0
3	0	0	1	0	1	0
4	1	0	0	0	0	0
5	0	1	0	0	0	0



A *distância* de uma cidade `c` a uma cidade `j` é o menor número de estradas que precisamos percorrer para ir de `c` a `j`. (A distância de `c` a `j` é, em geral, diferente da distância de `j` a `c`.) Nosso problema: dada uma cidade `c`,

> encontrar a distância de `c` a cada uma das demais cidades.

As distâncias podem ser armazenadas em um vetor `dist`: a distância de `c` a `j` é `dist[j]`. É preciso tomar uma decisão de projeto para cuidar do caso em que é impossível ir de `c` a `j`. Poderíamos dizer que `dist[j]` é infinito nesse caso; mas é mais limpo e prático dizer que `dist[j]` vale `N`, pois nenhuma distância "real" pode ser maior que `N-1`. Se tomarmos `c` igual a `3` no exemplo acima, teremos

i	0	1	2	3	4	5
dist[i]	2	3	1	0	1	6

Eis a ideia de um algoritmo que usa uma *fila de cidades ativas* para resolver nosso problema. Uma cidade `i` é *ativa* se `dist[i]` já foi calculada mas as estradas que começam em `i` ainda não foram todas exploradas. Em cada iteração, o algoritmo

> tira da fila uma cidade `i` e coloca na fila todas as cidades vizinhas a `i` cujas distâncias ainda não foram calculadas.

Segue o código que implementa a ideia. (Veja antes um rascunho em pseudocódigo.) Para simplificar, as variáveis `fila`, `p`, `u` e `dist` são globais, ou seja, são definidas fora do código das funções.

```
#define N 100
int fila[N], int p, u;
int dist[N];

void criafila (void) {
   p = u = 0;
}

int filavazia (void) {
   return p >= u;
}

int tiradafila (void) {
   return fila[p++];
}

void colocanafila (int y) {
   fila[u++] = y;
}

// Esta função recebe uma matriz A
// que representa as interligações entre
// cidades 0..N-1 e preenche o vetor dist
// de modo que dist[i] seja a distância
// da cidade c à cidade i, para cada i.

void distancias (int A[][N], int c) {
   for (int j = 0; j < N; ++j)  dist[j] = N;
   dist[c] = 0;
   criafila ();
   colocanafila (c);

   while (! filavazia ()) {
```

```
            int i = tiradafila ();
            for (int j = 0; j < N; ++j)
               if (A[i][j] == 1 && dist[j] >= N) {
                  dist[j] = dist[i] + 1;
                  colocanafila (j);
               }
         }
      }
```

(Poderíamos operar a fila diretamente, sem invocar as funções de manipulação da fila. O resultado seria mais curto e compacto, mas um pouco menos legível.)

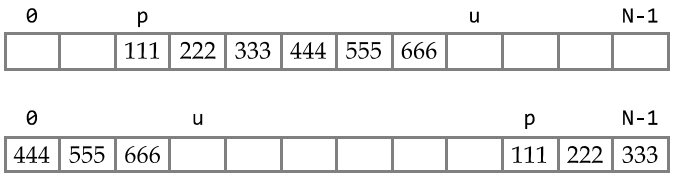
Exercícios 2

1. TAMANHO DA FILA. O espaço alocado para o vetor `fila` é suficiente? A instrução `colocanafila (j)` não provocará o transbordamento da fila?
2. ALOCAÇÃO DINÂMICA. Escreva uma versão da função `distancias` que tenha o número de cidades como um dos parâmetros. (Portanto, `N` não é definido por um `#define`.)
3. ★ O ALGORITMO ESTÁ CORRETO. Prove que a função `distancias` está correta, ou seja, que calcula as distâncias corretas a partir de `c`. [Dicas]
4. Faça uma versão da função `distancias` que devolva a distância de uma cidade `a` a outra `b`.
5. Imagine um tabuleiro quadriculado com $m \times n$ casas dispostas em m linhas e n colunas. Algumas casas estão livres e outras estão bloqueadas. As casas livres são marcadas com "`-`" e as bloqueadas com "`#`". Há um robô na casa (1,1), que é livre. O robô só pode andar de uma casa livre para outra. Em cada passo, só pode andar para a casa que está "ao norte", "a leste", "ao sul" ou "a oeste". Ajude o robô a encontrar a saída, que está na posição (m,n). (Sugestão: Faça uma moldura de casas bloqueadas.)

Implementação circular

Na implementação que adotamos acima, a fila "anda para a direita" dentro do vetor que a abriga. Isso pode tornar difícil prever o valor que o parâmetro `N` deve ter para evitar que a fila transborde. Uma implementação "circular" pode ajudar a tornar um transbordamento menos provável.

Suponha que os elementos da fila estão dispostos no vetor `fila[0..N-1]` de uma das seguintes maneiras: `fila[p..u-1]` ou `fila[p..N-1]fila[0..u-1]`.



Teremos sempre `0 ≤ p < N` e `0 ≤ u < N`, mas não podemos supor que `p ≤ u`. A fila está

- *vazia* se `u == p` e
- *cheia* se `u+1 == p` ou `u+1 == N e p == 0` (ou seja, se `(u+1) % N == p`).

A posição anterior a `p` ficará sempre desocupada para que possamos distinguir uma fila cheia de uma vazia. Com essas convenções, a remoção de um elemento da fila pode ser escrita assim:

```
int tiradafila (void) {
   int x = fila[p++];
   if (p == N) p = 0;
   return x;
}
```

(desde que a fila não esteja vazia). A inserção de um objeto y na fila pode ser escrita assim:

```
void colocanafila (int y) {
   fila[u++] = y;
   if (u == N) u = 0;
}
```

(desde que a fila não esteja cheia).

Exercícios 3

1. Imagine uma implementação circular de fila em um vetor `fila[0..9]` que contém

   ```
   16 17 18 19 20 11 12 13 14 15
   ```

   Suponha que o primeiro elemento da fila está na posição de índice `5` e o último está na posição de índice `4`. Essa fila está cheia?

2. Considere a implementação circular de uma fila em um vetor. Escreva o código das funções `filavazia` e `filacheia`. Escreva uma função que devolva o comprimento (ou seja, o número de elementos) da fila.

3. Módulo de implementação de fila (versão 2). Escreva um módulo `filadeints.c` que faça uma implementação circular de uma fila de números inteiros em um vetor. O módulo deve conter as funções `criafila`, `colocanafila`, `tiradafila`, `filavazia` e `filacheia`. O vetor e as variáveis que indicam o início e o fim da fila devem ser globais no módulo. Escreva também uma interface `filadeints.h` para o módulo. (Inspire-se num dos exercícios acima.)

Implementação em vetor com redimensionamento

Nem sempre é possível prever a quantidade de espaço que deve ser reservada para a fila de modo a evitar transbordamentos. Se o vetor que abriga a fila foi alocado dinamicamente (com a função `malloc`), é possível resolver essa dificuldade *redimensionando* o vetor: toda vez que a fila ficar cheia, aloque um vetor maior e transfira a fila para esse novo vetor. Para evitar redimensionamentos frequentes, convém que o novo vetor seja pelo menos duas vezes maior que o original.

Eis um exemplo para o caso em que a fila contém números inteiros (e as variáveis `fila`, `p`, `u` e `N` são globais):

```
void redimensiona (void) {
   N *= 2;
   fila = realloc (fila, N * sizeof (int));
}
```

Uma versão *ad hoc* poderia ser escrita assim sem usar `realloc`:

```
void redimensiona (void) {
   N *= 2;
   int *novo;
   novo = malloc (N * sizeof (int));
   for (int i = p; i < u; i++)
      novo[i] = fila[i];
```

```
   free (fila);
   fila = novo;
}
```

Melhor ainda seria transferir `fila[p..u-1]` para `novo[0..u-p-1]` e reajustar as variáveis `p` e `u` de acordo.

Exercícios 4

1. Módulo de implementação de fila (versão 3). Escreva um módulo `filadeints.c` que implemente uma fila de números inteiros num vetor com redimensionamento. O módulo deve conter as funções `criafila`, `colocanafila`, `tiradafila`, `filavazia`, `liberafila`. (Nessa versão, a função `filacheia` não faz sentido.) Trate os parâmetros da fila como variáveis globais do módulo. Escreva também uma interface `filadeints.h` para o módulo. [Solução: ./solucoes/fila3.html]
2. Módulo de implementação de fila (versão 4). Escreva um módulo `filadechars.c` que implemente uma fila de bytes. Veja o exercício anterior.

Fila implementada em uma lista encadeada

Como administrar uma fila armazenada em uma lista encadeada? Digamos que as células da lista são do tipo `celula`:

```
typedef struct reg {
   int         conteudo;
   struct reg *prox;
} celula;
```

É preciso tomar algumas decisões de projeto sobre como a fila vai morar na lista. Vamos supor que nossa lista encadeada é *circular*: a última célula aponta para a primeira. Vamos supor também que a lista tem uma célula-cabeça; essa célula não é removida nem mesmo se a fila ficar vazia. O primeiro elemento da fila fica na *segunda* célula e o último elemento fica na célula *anterior à cabeça*.

Um ponteiro `fi` aponta a célula-cabeça. A fila está *vazia* se `fi->prox == fi`. Uma fila vazia pode ser criada e inicializada assim:

```
celula *fi;
fi = malloc (sizeof (celula));
fi->prox = fi;
```

Podemos agora definir as funções de manipulação da fila. A remoção é fácil:

```
// Tira um elemento da fila fi e devolve
// o conteúdo do elemento removido.
// Supõe que a fila não está vazia.

int tiradafila (celula *fi) {
   celula *p;
   p = fi->prox;  // o primeiro da fila
   int x = p->conteudo;
   fi->prox = p->prox;
   free (p);
   return x;
}
```

A inserção usa um truque sujo: armazena o novo elemento na célula-cabeça original e cria uma nova célula-cabeça:

```
// Coloca um novo elemento com conteúdo y
// na fila fi. Devolve o endereço da
// cabeça da fila resultante.

celula *colocanafila (int y, celula *fi) {
   celula *nova;
   nova = malloc (sizeof (celula));
   nova->prox = fi->prox;
   fi->prox = nova;
   fi->conteudo = y;
   return nova;
}
```

Exercícios 5

1. Implemente uma fila em uma lista encadeada circular *sem* célula-cabeça. (Basta manter o endereço `u` da última célula; a primeira célula será apontada por `u->prox`. A lista encadeada estará vazia se e somente se `u == NULL`.)
2. Implemente uma fila em uma lista encadeada não circular com célula-cabeça. Será preciso manter o endereço `c` da célula-cabeça e o endereço `u` da última célula.
3. Implemente uma fila em uma lista encadeada não circular sem célula-cabeça. Será preciso manter um ponteiro `p` para a primeira célula e um ponteiro `u` para a última.
4. Módulo de implementação de fila (versão 5). Escreva um módulo `filadeints.c` que implemente uma fila de números inteiros numa lista encadeada (escolha lista circular ou não circular, com ou sem cabeça). O módulo deve conter as funções `criafila`, `colocanafila`, `tiradafila`, `filavazia`, `liberafila`. Trate os parâmetros da fila como variáveis globais do módulo. Escreva também uma interface `filadeints.h` para o módulo. (Inspire-se num dos exercícios acima.)
5. Lista duplamente encadeada. Implemente uma fila em uma lista *duplamente* encadeada sem célula-cabeça. Use um ponteiro `p` para a primeira célula e um ponteiro `u` para a última.
6. Deque. Uma *fila dupla* (= *deque*, pronuncia-se *deck*) permite inserção e remoção em qualquer das duas extremidades da fila. Implemente uma fila dupla (em um vetor ou uma lista encadeada) e escreva as funções de manipulação da estrutura.

Veja o verbete *Queue* na Wikipedia.

Atualizado em 2018-08-29
https://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/

DCC-IME-USP