Ćwiczenia
z ANALIZY NUMERYCZNEJ (L)

Lista nr 10

5 grudnia 2017 r.

Zajęcia 3 stycznia 2018 r.
Zaliczenie listy **od 6 pkt.**

L10.1. 2 punkty Niech danę będą parami różne punkty $\mathcal{X} := \{x_0, x_1, \ldots, x_N\}$ i funkcja p o własności $p(x) > 0$ dla $x \in \mathcal{X}$. Udowodnij, że wzór

$$||f|| := \sqrt{\sum_{k=0}^{N} p(x_k) f(x_k)^2}$$

określa normę na zbiorze dyskretnym $\mathcal{X}$.

L10.2. 1 punkt Wyznacz funkcję postaci $y(x) = a(x - 2017) + 2018$ najlepiej dopasowaną w sensie aproksymacji średniokwadratowej do danych

x_k	x_0	x_1	$\ldots$	x_n
y_k	y_0	y_1	$\ldots$	y_n

.

L10.3. 1 punkt Dla jakiej stałej a wyrażenie

$$\sum_{k=0}^{r} \frac{1}{2 + \cos(2x_k^3 + 1)} [y_k - a \arctan(2x_k)]^2$$

przyjmuje najmniejszą możliwą wartość?

L10.4. 1 punkt Pomiary (t_k, C_k) $(0 \le k \le N;\ t_k, C_k > 0)$ pewnej zależnej od czasu wielkości fizycznej C sugerują, że wyraża się ona wzorem

$$C(t) = \frac{1}{At^3 + B\sin(t) + 7}.$$

Stosując aproksymację średniokwadratową, wyznacz prawdopodobne wartości stałych A i B.

L10.5. 1 punkt Wiadomo, że napięcie powierzchniowe cieczy S jest funkcją liniową temperatury T:

$$S = aT + b.$$

Dla konkretnej cieczy wykonano pomiary S w pewnych temperaturach, otrzymując następujące wyniki:

T	0	10	20	30	40	80	90	95
S	68.0	67.1	66.4	65.6	64.6	61.8	61.0	60.0

Wyznacz prawdopodobne wartości stałych a i b.

L10.6. $\boxed{\text{1 punkt}}$ Punkty (x_k, y_k) $(k = 0, 1, \ldots, r)$ otrzymano jako wyniki pomiarów. Po ich zaznaczeniu na papierze z siatką półlogarytmiczną okazało się, że leżą one prawie na linii prostej, co sugeruje, iż $y \approx e^{ax+b}$. Zaproponuj prosty sposób wyznaczenia prawdopodobnych wartości parametrów a i b.

L10.7. $\boxed{\text{1 punkt}}$ Poziom wody w Morzu Północnym zależy głównie od tzw. *pływu* M_2 o okresie ok. 2π i równaniu

$$H(t) = h_0 + a_1 \sin \frac{2\pi t}{12} + a_2 \cos \frac{2\pi t}{12} \qquad (t \text{ mierzone w godzinach}).$$

Zrobiono następujące pomiary:

t	0	2	4	6	8	10	godz.
$H(t)$	1	1.6	1.4	0.6	0.2	0.8	m

Wykorzystaj aproksymację średniokwadratową do wyznaczenia prawdopodobnych wartości stałych h_0, a_0, a_1.

(–) Paweł Woźny