

## Ćwiczenia z ANALIZY NUMERYCZNEJ (L)

Lista nr 14

16 stycznia 2018 r.

Zajęcia 31 stycznia 2018 r.  
Zaliczenie listy **od 6 pkt.**

**L14.1.** 1 punkt Niech będzie

$$A := \begin{bmatrix} 780 & 563 \\ 913 & 659 \end{bmatrix}, \quad b := \begin{bmatrix} 217 \\ 254 \end{bmatrix}, \quad \tilde{x} := \begin{bmatrix} 0.999 \\ -1.001 \end{bmatrix}, \quad \hat{x} := \begin{bmatrix} 0.341 \\ -0.087 \end{bmatrix}.$$

Oblicz wektory reszt  $\tilde{r} := A\tilde{x} - b$ ,  $\hat{r} := A\hat{x} - b$  oraz wektory błędów  $\tilde{e} := \tilde{x} - x$ ,  $\hat{e} := \hat{x} - x$ , gdzie  $x$  jest rozwiązaniem układu  $Ax = b$ . Który z wektorów  $\tilde{x}$ ,  $\hat{x}$  jest lepszym przybliżeniem rozwiązania rozważanego układu równań liniowych? Jaki stąd wniosek?

**L14.2.** 1 punkt Znajdź rozkład  $LU$  macierzy

$$A := \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 & -2 \\ -4 & 1 & -1 & 1 \\ 6 & 6 & -2 & 2 \\ -10 & -8 & 36 & -41 \end{bmatrix},$$

a otrzymany wynik wykorzystaj do obliczenia wartości jej wyznacznika oraz macierzy  $A^{-1}$ .

**L14.3.** 1 punkt Stosując metodę faktoryzacji rozwiąż układ równań  $Ax = b$ , gdzie

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 8 \\ 4 & 1 & 3 & 17 \\ 6 & 5 & 9 & 30 \\ 8 & 6 & 17 & 46 \end{bmatrix}, \quad b := \begin{bmatrix} 65 \\ 153 \\ 324 \\ 503 \end{bmatrix}, \quad x := \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}.$$

**L14.4.** 1 punkt Opracuj oszczędny algorytm znajdowania rozkładu  $LU$  macierzy trójkątnej.

**L14.5.** 1 punkt Udowodnij następujące twierdzenia:

- (a) Iloczyn dwu macierzy trójkątnych dolnych (górnych) jest macierzą trójkątną dolną (górną).
- (b) Jeśli  $L$  jest macierzą trójkątną dolną z jedynekami na przekątnej głównej, to  $L^{-1}$  również jest macierzą tego typu.

**L14.6.** 1 punkt Zaproponuj algorytm odwracania macierzy trójkątnej dolnej. Jaka jest jego złożoność?

**L14.7.** 1 punkt Metodą eliminacji w wersji skalarnej rozwiąż następujący układ równań:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 19, \\ x_1 + 5x_2 - x_3 = -38, \\ 6x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 57. \end{cases}$$

**L14.8.** 1 punkt Rozwiąż układ równań podany w zadaniu **L14.7** metodą eliminacji w wersji macierzowej.

**L14.9.** 1 punkt Wyznacz liczbę operacji arytmetycznych potrzebnych do rozwiązania układu  $n$  równań liniowych z  $n$  niewiadomymi metodą eliminacji w wersji (a) skalarnej i (b) macierzowej.

*(-) Paweł Woźny*