

Problema 1: La roya de la hoja, es una enfermedad causada por el hongo *Puccinia recondita f. sp tritici*, cuyo accionar es fácilmente observable en el área triguera de la región pampeana. Las pérdidas que produce en el cultivo de trigo se originan especialmente en la reducción de su superficie fotosintética, incrementándose el impacto hacia la baja de los rendimientos ante la ocurrencia de infecciones tempranas.



Se desea probar la efectividad de un nuevo fungicida para el control de roya en trigo. Se probaron distintas dosis en gramos de principio activo por ha (gr.p.a./ha) en 10 parcelas de 100 plantas cada una. A los 15 días de la aplicación se realizó una evaluación del daño, como el tamaño promedio (en mm) de las manchas en hoja bandera de las plantas de cada parcela. Los datos son los siguientes: Se desea encontrar una relación funcional entre ambas variables.

Dosis	100	125	200	250	275	300	325	350	375	400
Daño	50	48	39	35	30	25	20	12	10	5

Variables: {

X: Dosis de fungicida → ^{tiva} variable ~~predictora-explicativa~~-independiente-regresora: → Cuantitativa

Y: ^{promedio} Tamaño de la mancha (mm) → variable de respuesta-dependiente: → Cuantitativa continua



$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$

u.e: una parcela con 100 plantas

$$n = 10$$

Modelo

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_i + \varepsilon_i$$

$i = 1 - 10$

$100 \text{ g/ha} \leq x_i \leq 400 \text{ g/ha}$

$$\varepsilon_i \sim \text{NID}(0; \sigma^2)$$

$$y_i \sim \text{NID}(\mu_{i/x_i}; \sigma^2)$$

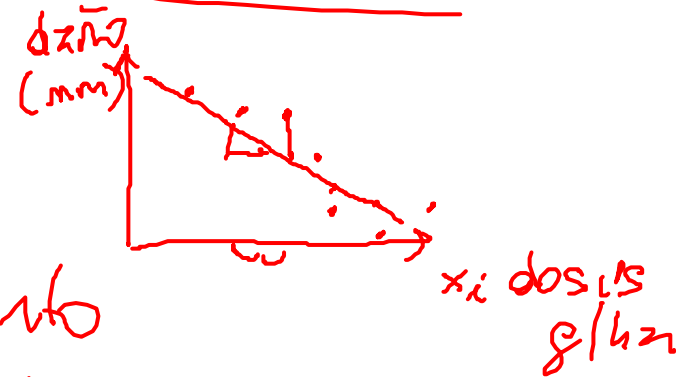
y_i = daño promedio (mm) de la parcela i

β_0 = ordenada al origen de la recta
[Cambios]

β_1 = Reducción en el daño medio por c/aumento
unitario en la dosis del p. activo.

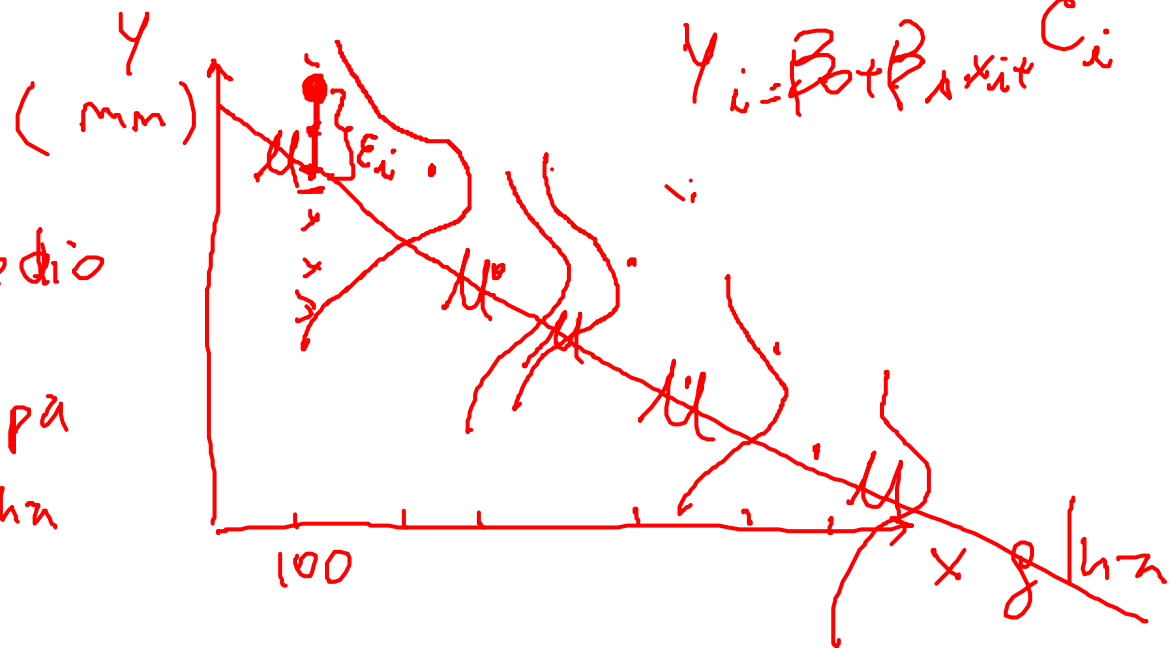
x_i = dosis del p.a (g/ha) de la parcela i

ε_i = Error aleatorio de la parcela i ($y_i - \mu_{i/x_i}$)



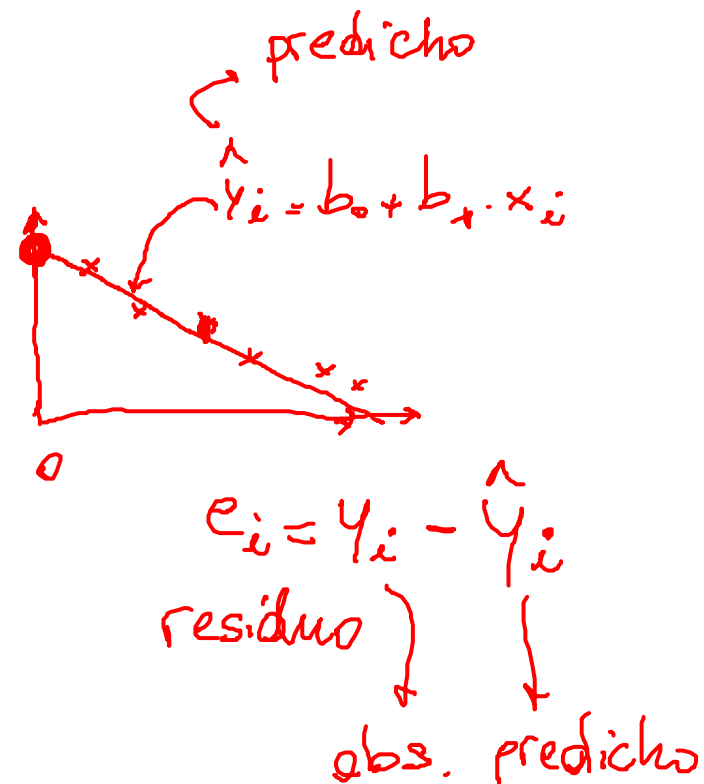
Poblacional

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i$$



y_i daño promedio

x_i = dosis de pa
g/ha



recta estimada

$$\hat{Y}_i = 68,49 - 0,15 \cdot x_i$$

↳ daño promedio

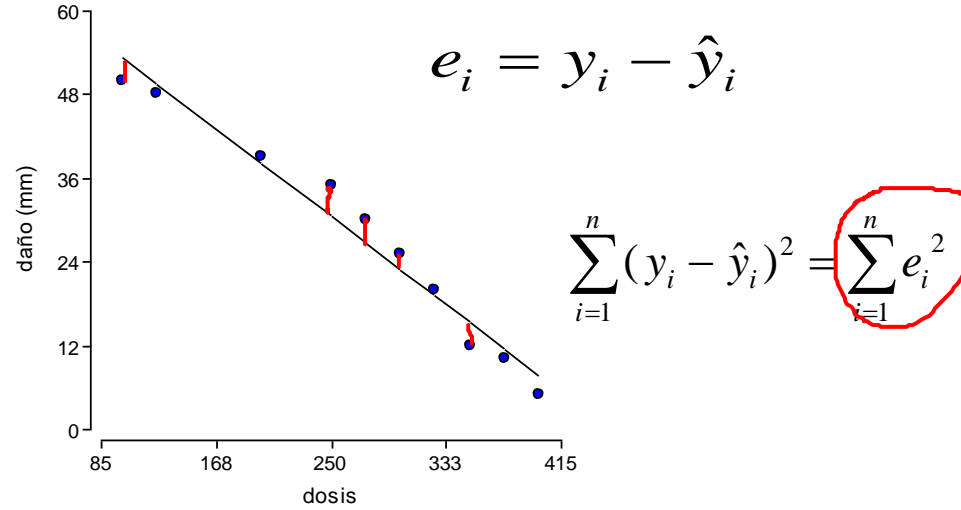
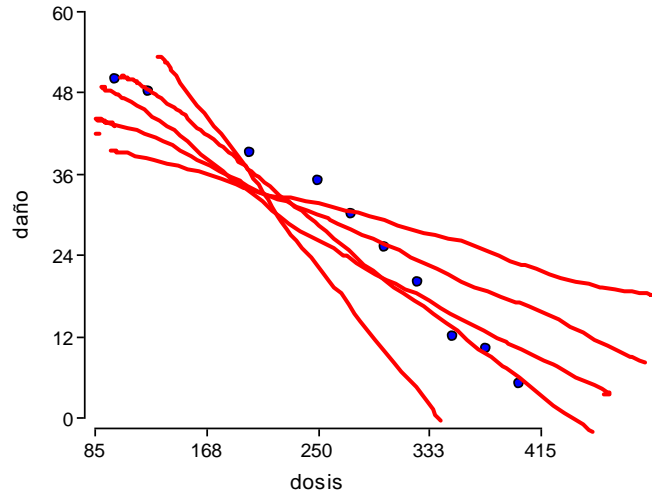
$\frac{y}{x}$

$$b_0 = 68,49 \text{ (mm)}$$

$$b_1 = -0,15 \left(\frac{\text{mm}}{\text{g/ha}} \right)$$

se reduce en 0,15 mm por c/ aumento
en un g/ha de dosis de p.ac.

1- Represente los datos en un diagrama de dispersión.



Modelo:



**Estimación de parámetros
por Mínimos Cuadrados**



Tamaño de la mancha

Ordenada al origen

Pendiente: ¿en cuánto cambia el tamaño de la mancha ante un cambio en una unidad de la concentración del fungicida?

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$

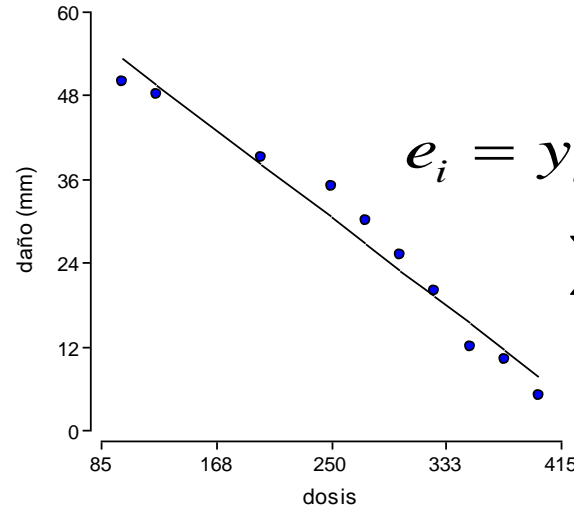
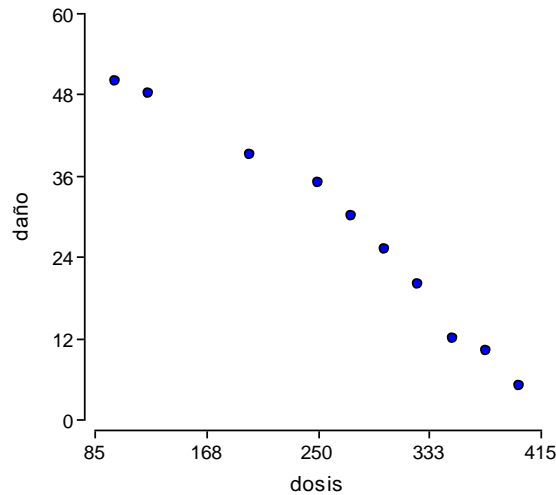


$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$$

Error aleatorio: variabilidad en el tamaño de las manchas no debida a los cambios en la concentración del fungicida

$$b_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$
$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$$

1- Represente los datos en un diagrama de dispersión.



$$R^2 = \frac{SC_{explicada}}{SC_{total}} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n e_i^2$$

Tamaño de la mancha

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$



$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$$

Modelo:



Ordenada al origen

Pendiente: ¿en cuánto cambia el tamaño de la mancha ante un cambio en una unidad de la concentración del fungicida?

Error aleatorio: variabilidad en el tamaño de las manchas no debida a los cambios en la concentración del fungicida

Estimación de parámetros por Mínimos Cuadrados



$$b_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$$

2- Ajuste un modelo de regresión lineal para el daño en función de la dosis, escriba la ecuación estimada e interprete los coeficientes en términos del caso. /Ajuste un modelo que describa la relación funcional entre la dosis del fungicida y el tamaño de las manchas

3- Obtenga el coeficiente de determinación R^2 . ¿Cómo se interpreta este valor?

4- Efectúe la prueba de hipótesis para determinar si β_1 difiere significativamente de cero, con un nivel de significación del 5%.

InfoStat/P - TP8.1soja

Archivo Edición Datos Resultados Estadísticas Gráficos Ventanas Aplicaciones Ayuda

TP8.1soja

Caso	dosis	daño
1	100	50
2	125	48
3	200	39
4	250	35
5	275	30
6	300	25
7	325	20
8	350	12
9	375	10
10	400	5

Real Registros: 10*2 = 100

Estadísticas

- Medidas resumen
- Tablas de frecuencias
- Probabilidades y cuantiles
- Estimación de características poblacionales
- Cálculo del tamaño muestral
- Inferencia basada en una muestra
- Inferencia basada en dos muestras
- Análisis de la varianza
- Análisis de la varianza no paramétrica
- Modelos lineales generales y mixtos
- Modelos lineales generalizados mixtos (MLGM)
- Regresión lineal**
- Regresión no lineal
- Modelos no lineales mixtos
- Ridge regression
- Análisis de correlación
- Structural Model Equations
- Datos categorizados
- Análisis multivariado
- Serie de tiempo
- Suavizados y ajustes

InfoStat/P - TP8.1soja

Archivo Edición Datos Resultados Estadísticas Gráficos Ventanas Aplicaciones Ayuda

TP8.1soja

Caso	dosis	daño
1	100	50
2	125	48
3	200	39
4	250	35
5	275	30
6	300	25
7	325	20
8	350	12
9	375	10
10	400	5

Real Registros: 10*2 n=1 Suma = 100 Media = 100

Análisis de regresión lineal

Caso

Variables

Variable dependiente

daño

Regresoras

dosis

Pesos (solo una)

1(0)

Seleccionar si contiene...

Cancelar Limpiar

Aceptar

InfoStat/P - TP8.1soja

Archivo Edición Datos Resultados Estadísticas Gráficos Ventanas Aplicaciones Ayuda

TP8.1soja

Caso	dosis	daño
1	100	50
2	125	48
3	200	39
4	250	35
5	275	30
6	300	25
7	325	20
8	350	12
9	375	10
10	400	5

Análisis de regresión lineal

General | Diagnóstico | Polinomios | Hipótesis | Selección de modelos

Mostrar...

- ☒ Coeficientes de regresión y estadísticos asociados
- ☒ Tabla de análisis de la varianza ☐ SC Tipo I
- ☐ Tabla resumen criterios de diagnóstico
- ☐ Matriz de covarianzas de los coef. de regresión
- ☐ Solo mostrar los coeficientes de regresión

Opciones

- ☒ Ordenada al origen
- ☐ Regresoras centradas
- ☐ Prueba de Atkinson
- ☐ Error puro
- ☐ Todas las reg. simples

Método de Estimación

- ☒ Mínimos cuadrados

✓ Aceptar ✗ Cancelar ? Ayuda

Real Registros: 10*2 n=1 Suma = 100 media = 100.0 D.E. = 0 Min = 100 Max = 100 P0

InfoStat/P - TP8.1soja

Archivo Edición Datos Resultados Estadísticas Gráficos Ventanas Aplicaciones Ayuda

TP8.1soja

Caso	dosis	daño
1	100	50
2	125	48
3	200	39
4	250	35
5	275	30
6	300	25
7	325	20
8	350	12
9	375	10
10	400	5

Análisis de regresión lineal

General | Diagnóstico | Polinomios | Hipótesis | Selección de modelos

Guardar....

- ☒ Residuos ☐ Predichos ☐ Rparcial
- ☐ Residuos Jackknife ☐ DCook ☐ DFBetas
- ☐ Res. estudentizados ☐ Leverage
- ☐ Res. ext. student.

Típico

Intervalos de ..

- ☒ Confianza 95
- ☐ Predicción

☒ Sobrescribir

Graficar...

- ☒ REstud. vs. predichos ☒ Ajuste
- ☐ REstud vs R ExEstud ☒ Bandas de confianza
- ☐ Leverage ☐ Bandas de predicción
- ☐ DCook ☒ QQ-plot

✓ Aceptar ✗ Cancelar ? Ayuda

Real Registros: 10*2 = 100 P

Supuestos del modelo

- ❖ Linealidad: $E(Y/X) = \beta_0 + \beta_1 X$
- ❖ X medida sin error (fija) ✓
- ❖ Observaciones Independientes ✓ x diseño
- ❖ Normalidad
- ❖ Homocedasticidad (u Homogeneidad de varianzas)



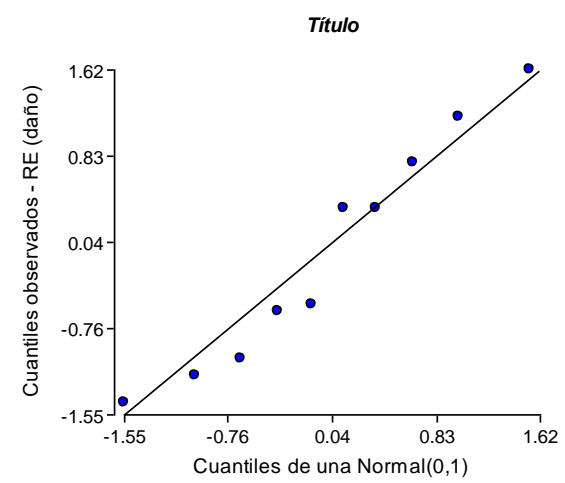
En resumen:

$$\varepsilon_i \sim NID(0, \sigma^2)$$

Se ponen a prueba con los residuos e_i

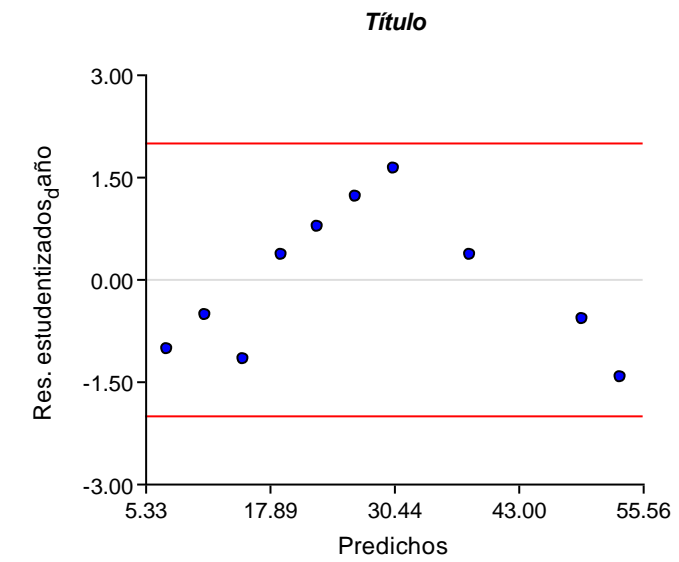
$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

q-q plot de residuos



SUPUESTOS

Homocedasticidad: Predichos vs residuos



InfoStat/P - TP8.1soja - [TP8.1soja]

Archivo Edición Datos Resultados Estadísticas Gráficos Ventanas Aplicaciones Ayuda

Caso	dosis	daño	RDUO daño	IC
1	100	50	-3.27	
2	125	48	-1.47	
3	200	39	0.95	
4	250	35	4.56	
5	275	30	3.36	
6	300	25	2.17	
7	325	20	0.97	
8	350	12	-3.22	
9	375	10	-1.42	
10	400	5	-2.61	

Shapiro-Wilks (modificado)

Caso
dosis
ICON(LI) daño
ICON(LS) daño
daño

Variables
Particiones ...
Variables
RDUO daño

5(0)
Seleccionar si contiene.

Cancelar Limpiar

Aceptar

Ho: Buen ajuste de los residuos a distribución normal

Shapiro-Wilks (modificado)					
Variable	n	Media	D.E.	W*	p(Unilateral D)
RDUO daño	10	0.00	2.80	0.89	0.2698

InfoStat/P - TP8

Archivo Edición Datos Resultados Estadísticas Gráficos Ventana

TP8

Caso	dosis	daño	RDUO daño	PRED daño
1	100	50	-3,27	53,27
2	125	48	-1,47	49,47
3	200	39	0,95	38,05
4	250	35	4,56	30,44
5	275	30	3,36	26,64
6	300	25	2,17	22,83
7	325	20	0,97	19,03
8	350	12	-3,22	15,22
9	375	10	-1,42	11,42
10	400	5	-2,61	7,61

RDUO

$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

$$e_1 = 50 - 53,27$$

$$= -3,27 \text{ mm}$$



$$\hat{y}_i = 68,49 - 0,15 x_i$$

$$\hat{y}_i = 68,49 - 0,15 \times 100$$

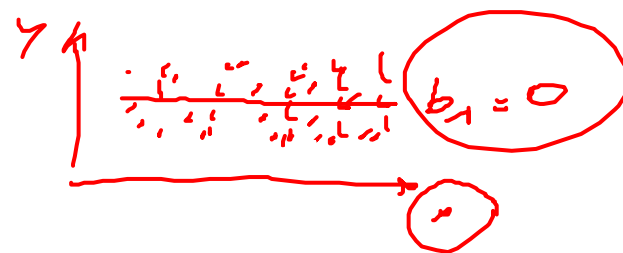
$$= 53,27 \text{ mm}$$

Inferencia sobre la pendiente

Hipótesis

$H_0: \beta_1 = 0$

$H_1: \beta_1 \neq 0$



$H_0 \checkmark$

$n-2 = GL$

$GL = 8$

zonas de rechazo

zonas de rechazo

0

t

0

H_0

¿Estadístico de prueba?

¿Grados de libertad?

$$t_8 = \frac{b_1 - \cancel{\beta_1}}{\frac{\hat{S}_{b_1}}{\frac{\hat{S}_e}{\sqrt{n-2}}}}$$

Valor - P =

$$P\left(|t_8| \geq \left|\frac{b_1}{S_{b_1}}\right|\right) \times 2.$$

Inferencia sobre la pendiente

$$H_0: \beta_1 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0$$



Como el p-valor es menor al α (0.05) especificado, se rechaza $H_0 \rightarrow \beta_1$ difiere significativamente de 0.
 El tamaño medio de las manchas cambia linealmente con la dosis del fungicida

Análisis de regresión lineal

Variable	N	R ²	R ² Aj	ECMP	AIC	BIC
daño	10	0.97	0.96	14.40	53.94	54.85

Coeficientes de regresión y estadísticos asociados

Coef	Est.	E.E.	LI(95%)	LS(95%)	T	p-valor
const	68.49	2.79	62.06	74.92	24.56	<0.0001
dosis	-0.15	0.01	-0.17	-0.13	-15.65	<0.0001

Cuadro de Análisis de la Varianza (SC tipo III)

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo.	2165.70	1	2165.70	245.06	<0.0001
dosis	2165.70	1	2165.70	245.06	<0.0001
Error	70.70	8	8.84		
Total	2236.40	9			

Intervalo de confianza para β_1
 -0.17 - -0.13 ¿unidades?

Por cada aumento en una unidad (gr/ha) en la dosis del fungicida el tamaño medio de la mancha disminuye entre 0.13 y 0.17 mm con una confianza de 95%

Recta estimada

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$$



$$\hat{Y}_i = 68.49 - 0.15 * \text{Dosis}$$



Por cada aumento en una unidad (gr.p.a./ha) en la dosis del fungicida el tamaño medio de la mancha disminuye en 0.15 mm

estimador puntual de la

Coeficiente de determinación $\rightarrow R^2 = 0.97$: el 97% de la variabilidad en el tamaño de las manchas de las hojas está explicada por los cambios en la dosis del fungicida

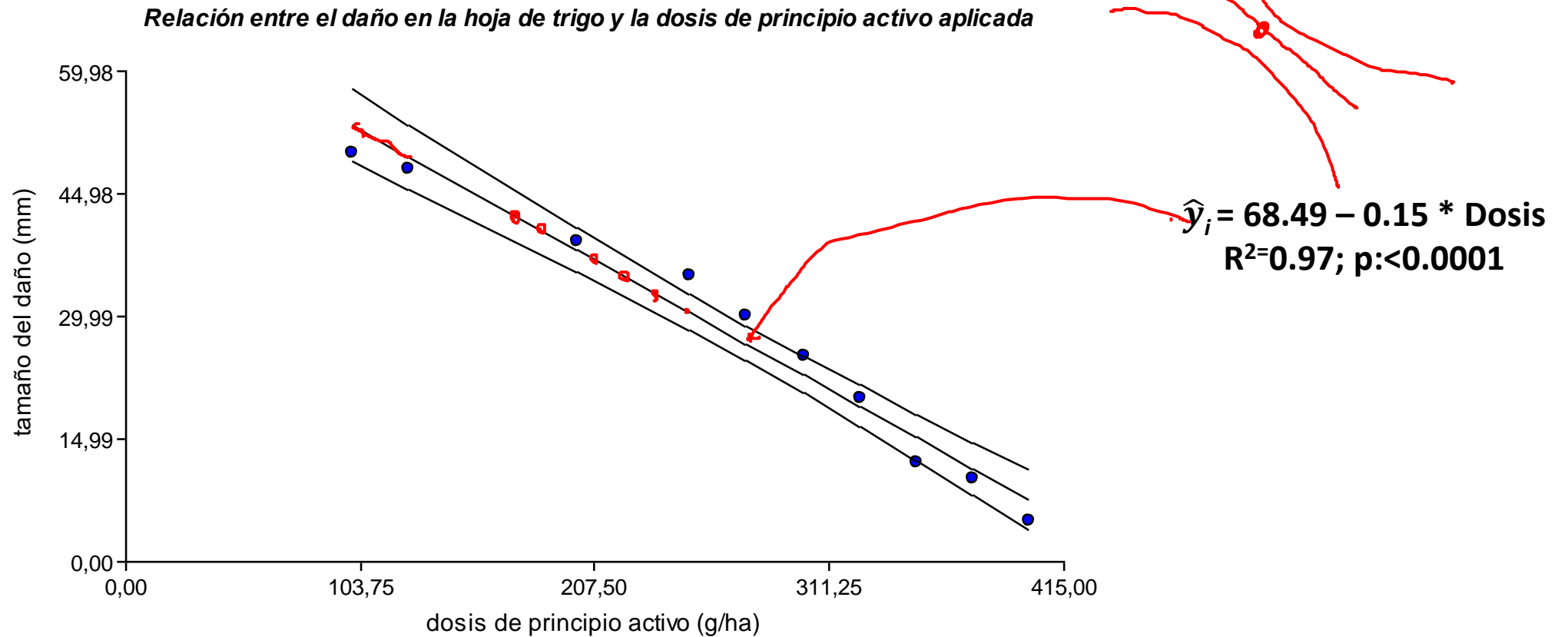


Fig. Efecto de la dosis de fungicida en el tamaño de las manchas producidas por *Puccinia recondita f. sp tritici* en hojas de trigo. Se muestran las observaciones (puntos azules) y la recta estimada con banda de confianza (95%).

5- Prediga el daño (tamaño promedio de las manchas) que se hallará si se aplican 260 gr.p.a./ha

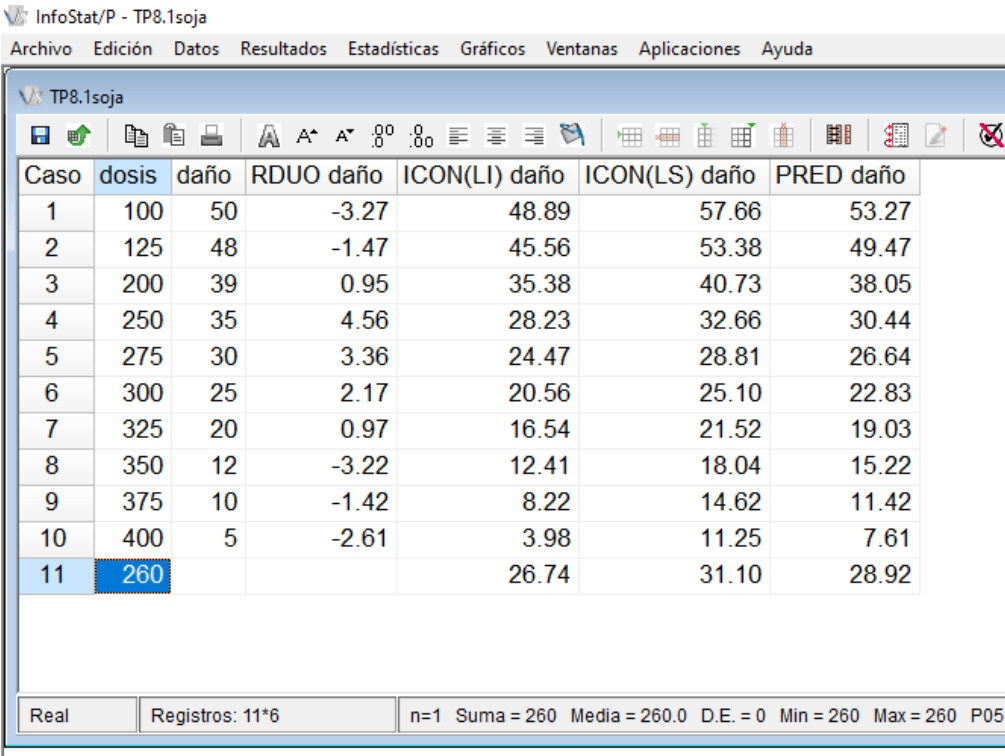
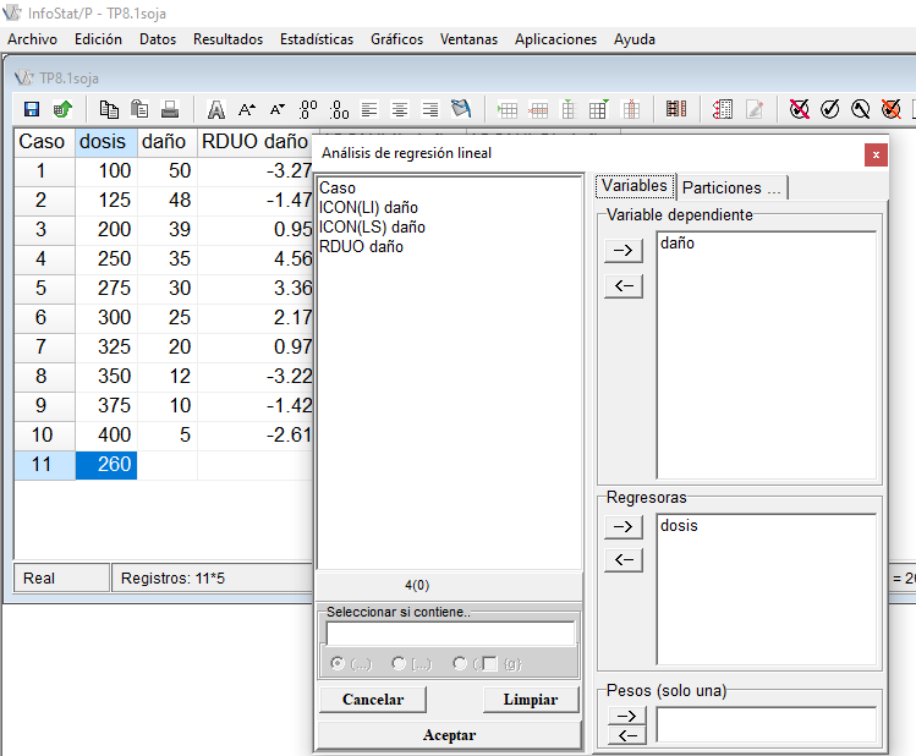
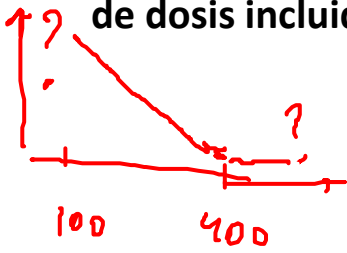
$100 \leq x_i \leq 400 \text{ g/ha}$

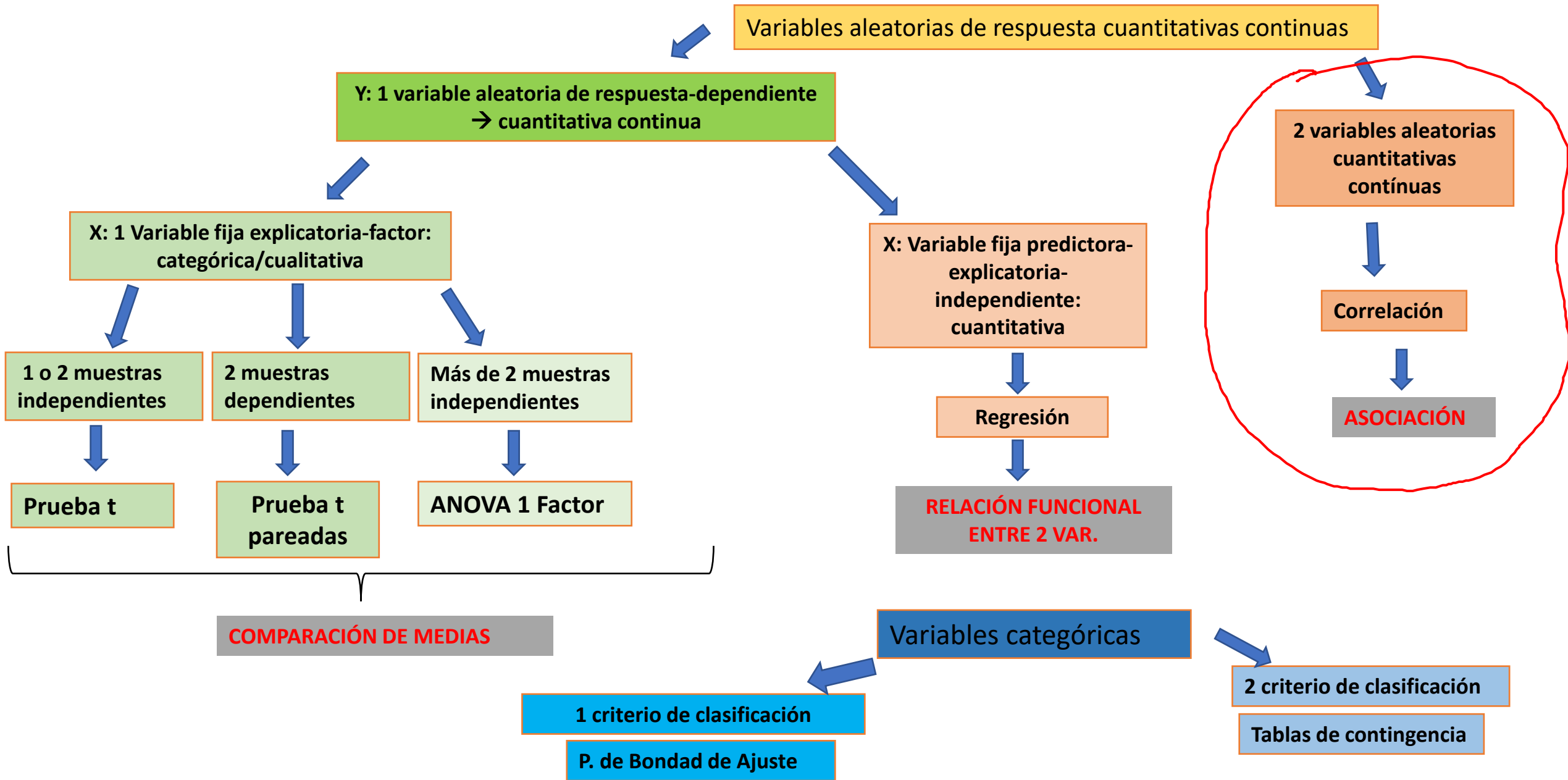
$\hat{Y}_i = 68.49 - 0.15 * \text{Dosis}$

Tamaño medio de la mancha = $68.49 - 0.15 * 260 = 29.49 \text{ mm}$

¿Predicción a dosis de 450 gr.p.a./ha?

No; solo para el rango de dosis incluidas





Extra: ANÁLISIS DE CORRELACIÓN

Problema 4: En un estudio en la producción de ajo se realizaron mediciones del perímetro y peso de las cabezas de ajo. Se desea conocer si las variables están asociadas, habiendo obtenido los siguientes datos:

Perímetro (cm)	12.39	12.2	12.71	9.8	12.3	10.12	11.81	11.41	9.4	11.49
Peso (g)	32.27	29.39	30.8	15.6	29.8	16.87	28.11	23.29	14.11	25.37

Hipótesis:

- $H_0: \rho = 0$ (no existe asociación lineal entre las variables aleatorias Y_1 e Y_2)
- $H_1: \rho \neq 0$ (sí existe asociación lineal entre las variables aleatorias Y_1 e Y_2)

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (y_{i1} - \bar{y}_1)(y_{i2} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_{i1} - \bar{y}_1)^2 \sum_{i=1}^n (y_{i2} - \bar{y}_2)^2}}$$

-1

0

1

Estadístico
de prueba

$$t_{n-2} = \frac{r - \rho}{\sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}}}$$

InfoStat/P

Archivo Edición Datos Resultados Estadísticas Gráficos Ventanas Aplicaciones Ayuda

TP 8.4 ajo

Caso	Columna1	Columna2
1	12.39	32.27
2	12.20	29.39
3	12.71	30.80
4	9.80	15.60
5	12.30	29.80
6	10.12	16.87
7	11.81	28.11
8	11.41	23.29
9	9.40	14.11
10	11.49	25.37

Real Registros: 10*2 n=1

Coefficientes de correlación

Caso

Variables

Columna1
Columna2

1(0)

Seleccionar si contiene...

Cancelar Limpiar

Aceptar

InfoStat/P

Archivo Edición Datos Resultados Estadísticas Gráficos Ventanas Aplicaciones Ayuda

TP 8.4 ajo

Caso	Columna1	Columna2
1	12.39	32.27
2	12.20	29.39
3	12.71	30.80
4	9.80	15.60
5	12.30	29.80
6	10.12	16.87
7	11.81	28.11
8	11.41	23.29
9	9.40	14.11
10	11.49	25.37

Real Registros: 10*2

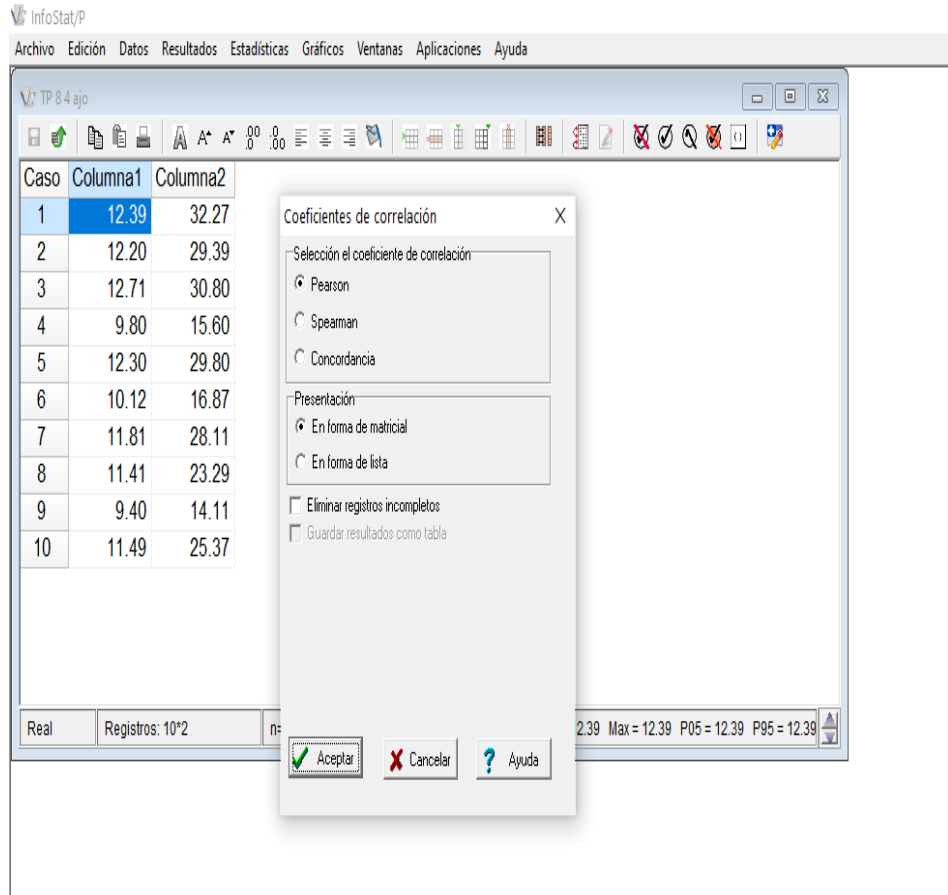
Estadísticas

- Medidas resumen
- Tablas de frecuencias
- Probabilidades y cuantiles
- Estimación de características poblacionales
- Cálculo del tamaño muestral
- Inferencia basada en una muestra
- Inferencia basada en dos muestras
- Análisis de la varianza
- Análisis de la varianza no paramétrica
- Modelos lineales generales y mixtos
- Modelos lineales generalizados mixtos (MLGM)
- Regresión lineal
- Regresión no lineal
- Modelos no lineales mixtos
- Ridge regression
- Análisis de correlación**
- Structural Model Equations
- Datos categorizados
- Análisis multivariado
- Series de tiempo
- Suavizados y ajustes

Coefficientes de correlación

- Correlaciones parciales
- Análisis de sendero (path analysis)
- Correlation entre matrices (Mantel)

95 = 12.39



Coeficientes de correlación

Correlación de Pearson:
Coeficientes\probabilidades

	Columna1	Columna2	
Columna1	1.00	8.8E-08	→ P-valor
Columna2	0.99	1.00	

↓
r

Conclusiones: se rechaza H_0 ; existen evidencias para concluir que el perímetro y el peso del ajo se encuentran positivamente asociados.