

TestiGara - PrimaEdizione

Esercizi di Gara della I edizione

1. Programmare una Macchina di Turing che, dato un nastro iniziale contenente la rappresentazione decimale di un numero intero positivo n (diverso da 0), termina la sua esecuzione lasciando sul nastro la rappresentazione decimale di n .

Esempi

nastro iniziale	nastro finale
431	43100
6	600

2. Programmare una Macchina di Turing che, dato un nastro iniziale contenente una sequenza di **A** e **B**, termina la sua esecuzione lasciando sul nastro una sola **T** se la sequenza iniziale contiene almeno una **B**, una sola **F** altrimenti.

Esempi

nastro iniziale	nastro finale
BABBAAB	T
B	T
AAA	F

3. Programmare una Macchina di Turing che, dato un nastro iniziale contenente una sequenza di cifre decimali, termina la sua esecuzione lasciando sul nastro la sequenza che si ottiene eliminando tutte le cifre 0 alla sinistra della cifra diversa da 0 più a sinistra. Se la sequenza iniziale è composta da sole cifre 0, la macchina deve lasciare sul nastro un solo 0.

Esempi

nastro iniziale	nastro finale
000431	431
0000	0
004031	4031
431	431

4. Una sequenza si dice *palindroma* se la sua lettura da sinistra verso destra è uguale alla sua lettura da destra verso sinistra. Programmare una Macchina di Turing che, dato un nastro iniziale contenente una sequenza di **A** e **B**, termina la sua esecuzione lasciando sul nastro la sola sequenza **SI** se la sequenza iniziale è *palindroma*, la sola sequenza **NO** altrimenti.

Esempi

nastro iniziale	nastro finale
ABABA	SI
ABBA	SI
BABBA	NO
A	SI

3) Indichiamo con $\mathbf{A}^n \mathbf{B}^m$ una sequenza del tipo

Programmare una Macchina di Turing che, dato un nastro iniziale contenente una sequenza del tipo $\mathbf{A}^n \mathbf{B}^m$, con $n > 0$ e $m > 0$, termina la sua esecuzione lasciando sul nastro una sola \mathbf{A} se $n > m$, una sola \mathbf{B} se $m > n$, una sola \mathbf{C} se $n = m$.

Esempi

nastro iniziale	nastro finale
$\mathbf{A}\mathbf{A}\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{B}$	\mathbf{A}
$\mathbf{A}\mathbf{A}\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{B}\mathbf{B}\mathbf{B}$	\mathbf{B}
$\mathbf{A}\mathbf{A}\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{B}$	\mathbf{C}

3) Indichiamo con \mathcal{S} e \mathcal{T} due generiche sequenze formate da \mathbf{A} e \mathbf{B} . Programmare una Macchina di Turing che, dato un nastro iniziale contenente una sequenza del tipo $\mathcal{S}\mathcal{T}\mathcal{C}$, termina la sua esecuzione lasciando sul nastro la sequenza $\mathbf{S}\mathbf{I}$ se \mathcal{S} e \mathcal{T} sono uguali, la sequenza $\mathbf{M}\mathbf{O}$ altrimenti.

Esempi

nastro iniziale	nastro finale
$\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{C}$	$\mathbf{S}\mathbf{I}$
$\mathbf{B}\mathbf{B}\mathbf{B}\mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{B}\mathbf{B}\mathbf{C}$	$\mathbf{S}\mathbf{I}$
$\mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{C}$	$\mathbf{M}\mathbf{O}$
$\mathbf{B}\mathbf{B}\mathbf{B}\mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{C}$	$\mathbf{M}\mathbf{O}$

7) Programmare una Macchina di Turing che, dato un nastro iniziale contenente una sequenza di \mathbf{A} e \mathbf{B} , con almeno una \mathbf{B} , termina la sua esecuzione lasciando sul nastro la sequenza di sole \mathbf{B} consecutive (cioè non separate da alcuno spazio) che si ottiene da quella iniziale eliminando tutte le \mathbf{A} .

Esempi

nastro iniziale	nastro finale
$\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{A}$	$\mathbf{B}\mathbf{B}$
$\mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{A}\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{B}$	$\mathbf{B}\mathbf{B}\mathbf{B}\mathbf{B}$
$\mathbf{B}\mathbf{B}\mathbf{B}$	$\mathbf{B}\mathbf{B}\mathbf{B}$

3) Dato un numero intero positivo n , $n \text{ div } 2$ è il numero se n è pari, se n è dispari. Ad esempio, $6 \text{ div } 2$ è il numero 3, mentre $9 \text{ div } 2$ è il numero 4. Programmare una Macchina di Turing che, dato un nastro iniziale contenente una sequenza composta da $n \mathbf{A}$ consecutive (con $n > 1$), termina la sua esecuzione lasciando sul nastro la sequenza composta da $n \text{ div } 2 \mathbf{A}$ consecutive.

Esempi

nastro iniziale	nastro finale
$\mathbf{A}\mathbf{A}\mathbf{A}$	$\mathbf{A}\mathbf{A}$
$\mathbf{A}\mathbf{A}\mathbf{A}\mathbf{A}$	$\mathbf{A}\mathbf{A}$
$\mathbf{A}\mathbf{A}\mathbf{A}$	\mathbf{A}
$\mathbf{A}\mathbf{A}$	\mathbf{A}

3) Programmare una Macchina di Turing che, dato un nastro iniziale contenente una sequenza di \mathbf{A} e \mathbf{B} , termina la sua esecuzione lasciando sul nastro la sequenza che si ottiene da quella iniziale rimpiazzando due o più \mathbf{A} consecutive con una sola \mathbf{A} e due o più \mathbf{B} consecutive con una sola \mathbf{B} .

Esempi

nastro iniziale	nastro finale
ABAABBBA	ABABA
BBAABBBBAB	BABAB
AAA	A
BB	B

Soluzioni

Le soluzioni di seguito riportate sono quelle fornite dalla squadra vincitrice della prima edizione della gara, ovvero da F. Benigni e V. Spina, Liceo Scientifico Statale Barsanti e Matteucci, Viareggio (LU). Le soluzioni sono per la vecchia versione del simulatore delle macchine di Turing, funzionante con le quadruple; il codice a quintuple per il nuovo simulatore può essere facilmente dedotto.

Tutte le macchine di Turing realizzate dalla squadra vincitrice furono infatti giudicate corrette dalla Giuria della prima edizione della gara. Si noti che la Giuria considera una soluzione di un problema corretta se la macchina di Turing corrispondente si comporta correttamente su tutti i nastri di ingresso utilizzati dalla stessa Giuria per provare la macchina. Pertanto le soluzioni di seguito presentate devono essere intese solo come esemplificative. Inoltre la compattezza della soluzione fornita (ovvero il numero di regole utilizzate) non rientra tra i criteri di valutazione della giuria.

Problema 4

0	A	1	-
0	B	5	-
0	-	1	S
1	S	9	>
9	-	9	I
1	-	2	>
2	A	2	>
2	B	2	>
2	-	3	<
3	A	3	-
3	B	10	B
3	-	4	<
4	A	4	<
4	B	4	<
4	-	0	>
5	-	6	>
6	A	6	>
6	B	6	>
6	-	7	<
7	A	10	A
7	B	7	-
7	-	8	<
8	A	8	<
8	B	8	<
8	-	0	>
10	A	11	-
10	B	11	-
10	-	10	H
10	H	12	>
12	-	12	D
11	-	10	<

Problema 2

0	A	0	>
0	B	1	>
0	-	6	<
1	A	1	>
1	B	1	>
1	-	2	<
2	A	2	-
2	B	2	-
2	-	3	<
3	A	2	-
3	B	2	-
3	-	4	<
4	-	4	T
5	A	5	-
5	B	5	-
5	-	6	<
6	A	5	-
6	B	5	-
6	-	6	F

Problema 3

0	0	1	-
1	-	0	>
0	-	2	0

Problema 1

0	0	0	>
0	1	0	>
0	2	0	>
0	3	0	>
0	4	0	>
0	5	0	>
0	6	0	>
0	7	0	>
0	8	0	>
0	9	0	>
0	-	1	0
1	0	1	>
1	-	2	0

Problema 6

0	A	1	-
0	B	4	-
0	C	10	C
1	A	1	>
1	B	1	>
1	C	2	>
1	-	1	>
2	A	3	C
2	B	7	<
2	C	2	>
2	-	7	<
3	A	3	<
3	B	3	<
3	C	3	<
3	-	0	>
4	A	4	>
4	B	4	>
4	C	5	>
4	-	4	>
5	A	7	<
5	B	6	C
5	C	5	>
5	-	7	<
6	A	6	<
6	B	6	<
6	C	6	<
6	-	0	>
7	A	7	<
7	B	7	<
7	C	7	<
7	-	8	>
8	A	9	-
8	B	9	-
8	C	9	-
8	-	8	H
8	H	12	>
9	-	8	>
10	A	7	<
10	B	7	<
10	C	10	>
10	-	11	<
11	C	13	-
11	-	11	S
11	S	14	>
12	-	12	O
13	-	11	<
14	-	14	I

Problema 9

0	A	1	-
0	B	7	-
1	A	1	-
1	B	2	>
1	-	13	>
2	A	2	>
2	B	2	>
2	-	3	>
3	A	3	>
3	B	3	>
3	-	4	A
4	A	4	<
4	B	4	<
4	-	5	<
5	A	6	<
5	B	6	<
5	-	0	>
7	A	8	>
7	B	7	-
7	-	14	>
8	A	8	>
8	B	8	>
8	-	9	>
9	A	9	>
9	B	9	>
9	-	10	B
10	A	10	<
10	B	10	<
10	-	11	<
11	A	12	<
11	B	12	<
12	A	12	<
12	B	12	<
12	-	0	>
13	A	1	A
13	B	1	B
13	-	3	>
14	A	7	A
14	B	7	B
14	-	9	>

Problema 5

0	A	0	-
0	B	5	B
0	-	1	>
1	A	1	>
1	B	1	>
1	-	2	<
2	A	7	A
2	B	3	-
2	-	2	C
3	-	4	<
4	A	4	<
4	B	4	<
4	-	0	>
5	B	6	-
5	-	6	C
6	A	6	<
6	B	6	<
6	C	6	<
6	-	0	>
7	A	7	<
7	B	7	<
7	C	7	<
7	-	8	>
8	A	9	-
8	B	9	-
8	C	9	-
8	-	8	H
8	H	12	>
9	-	8	>
10	A	7	<
10	B	7	<
10	C	10	>
10	-	11	<
11	C	13	-
11	-	11	S
11	S	14	>
12	-	12	O
13	-	11	<
14	-	14	I

Problema 7

0	A	9	-
0	B	0	>
9	-	1	>
1	A	2	<
1	B	5	<
1	-	7	<
2	-	3	A
3	A	4	>
4	A	4	-
4	-	1	>
5	B	6	>
5	-	5	B
6	B	6	-
6	-	1	>
7	-	8	<
8	A	8	<
8	B	8	<
8	-	0	>

Problema 8

0	A	1	-
1	-	2	>
2	A	3	-
3	-	4	>
4	A	4	>
4	-	5	>
5	A	5	>
5	-	6	A
6	A	6	<
6	-	7	<
7	A	8	<
8	A	8	<
8	-	0	>