

TestiGara - NonaEdizione

Esercizi di Gara della IX edizione

AVVISI:

- Se non specificato altrimenti negli esercizi, le sequenze iniziali su nastro si intendono *non vuote*, ovvero contenenti almeno un simbolo.
- Per numero decimale si intende un numero positivo o nullo rappresentato con le cifre 0, 1, 2, ..., 9, senza zeri iniziali non significativi; per esempio 0 e 19 sono numeri validi, mentre 0032 deve essere scritto come 32.
- Nel fornire le soluzioni, ricordarsi di pulire il nastro finale da ogni simbolo che non costituisca la risposta!
- Ogni volta che si salva la soluzione di un esercizio con il simulatore della macchina di Turing, il “timestamp” dell’esercizio viene aggiornato con il tempo trascorso fino a quel momento.

Esercizio 1: Stringhe Trine [Punti 15]. Una stringa si dice *trina* se è della forma *aaa*, ovvero se è composta da tre parti uguali. Si scriva un programma che, ricevuta in ingresso una stringa sull'alfabeto {a, b, c}, lasci sul nastro al termine della computazione la stringa trina ottenuta triplicando la stringa di ingresso.

NASTRO INIZIALE NASTRO FINALE

a	aaa
abc	abcbcabcb
babba	babbababbababba
ccc	ccccccccc

Esercizio 2: Numeri Trini [Punti 10]. Un numero intero si dice *trino* se è divisibile per 3. Se n è trino, $n+1$ si dice *strino* e $n+2$ *distrino*. Si scriva un programma che, dato in input un numero decimale, lasci sul nastro una delle tre stringhe TRINO, STRINO o DISTRINO a seconda dei casi. Esempi:

NASTRO INIZIALE NASTRO FINALE

3	TRINO
5	DISTRINO
82	STRINO
0	TRINO

Esercizio 3: Strinatura di numeri [15]. Si scriva un programma che, dato in ingresso un numero decimale, lasci sul nastro il numero strino più vicino.

NASTRO INIZIALE NASTRO FINALE

24	25
2	1
0	1
91	91

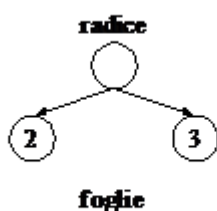
Esercizio 4: Inserimento ordinato [Punti 15]. Sia data sul nastro una singola cifra decimale, seguita da una X e quindi da una sequenza di cifre decimali di lunghezza qualunque (anche 0). Si scriva il programma di una macchina di Turing che inserisca il numero dato nella sequenza *in modo ordinato*, lasciando sul nastro la sequenza risultante.

NASTRO INIZIALE	NASTRO FINALE
5X127	1257
1X0000111117777999	00001111117777999
3X	3
4X134	1344
1X133334	1133334

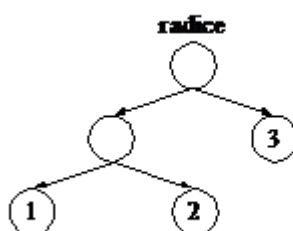
Esercizio 5: Intersomma progressiva [Punti 25]. L'*intersomma* di un numero decimale è la somma aritmetica delle cifre che lo compongono. Per esempio, l'intersomma di 186 è $1+8+6$ ovvero 15. Ovviamente, è possibile calcolare l'intersomma del risultato, in questo caso $1+5$ ovvero 6. Si scriva un programma che, ricevuto in ingresso un numero decimale, restituisca l'intera sequenza ottenuta applicando ripetutamente l'operazione di intersomma al numero di ingresso, fino a che il risultato non è costituito da una sola cifra. I valori nella sequenza devono essere separati da spazi. Esempi:

NASTRO INIZIALE	NASTRO FINALE
186	186 15 6
2500	2500 7
594326	594326 29 11 2
1	1
100000	100000 1
0	0

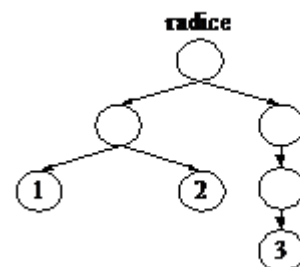
Esercizio 6: Contafoglie [Punti 15]. Un *grafo* è una struttura dati formata da un certo numero di *nodi* connessi da *archi*. Un tipo particolarmente importante di grafo è l'*albero*, caratterizzato dal fatto che ogni nodo può essere connesso a 0 o più *figli*. I nodi senza figli sono detti *foglie*. Tutti i nodi hanno esattamente un *padre*, ad eccezione del nodo alla base, detto *radice*, che è l'unico a non avere padre. Gli alberi in Informatica crescono al contrario che in Natura, e sono normalmente rappresentati con la radice in alto e le foglie in basso, come negli esempi illustrati più sotto. Per rappresentare un albero come una stringa è possibile usare le parentesi per indicare la relazione padre-figlio, e singole cifre decimali per indicare le foglie. Per esempio, (2 3) rappresenta un albero con una radice e due foglie contenenti i valori 2 e 3. L'albero ((1 2) 3) invece ha un nodo a sinistra che ha come figli due foglie (1 e 2) e un altro figlio foglia (valore 3). Alcuni esempi:



(2 3)



((1 2) 3)



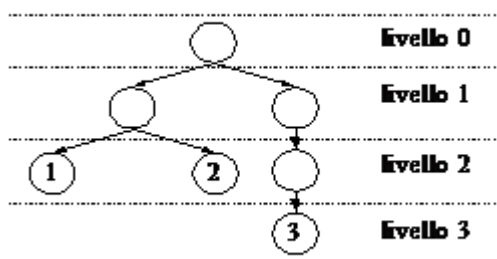
((1 2) ((3)))

Più in generale nei nostri alberi le parentesi introducono un nodo intermedio nell'albero i cui figli possono essere:

- Un nuovo nodo intermedio
- Una foglia (una cifra compresa tra 0 e 9).

Si scriva il programma di una macchina di Turing che, dato un albero sul nastro (codificato come descritto e senza spazi intermedi), scriva il numero di foglie in esso presenti.

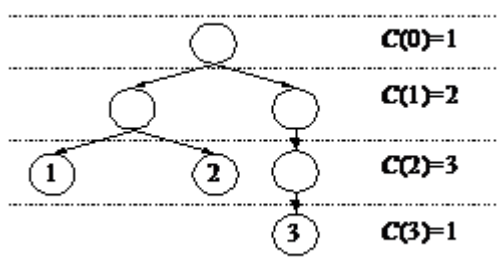
<i>NASTRO INIZIALE</i>	<i>NASTRO FINALE</i>
2	1
(12)	2
((((1)2)(23))(111))	7
(1)	1
((1))	1
((2)(4)(6)(123456789))	12



Esercizio 7: Profondità di un albero [Punti 30]. Come visibile negli esempi dell'esercizio precedente, un albero è tipicamente organizzato per *livelli*, dati dal numero di nodi che si incontrano partendo dalla radice per arrivare a un nodo dato. Per esempio, i livelli dell'albero ((12)((3))) sono descritti nella figura seguente:

Si scriva il programma di una macchina di Turing che, data sul nastro la definizione di un albero, ne calcoli la *profondità*, ovvero il numero di livelli massimo dell'albero.

<i>NASTRO INIZIALE</i>	<i>NASTRO FINALE</i>
9	1
(12)	2
((12)3)	3
((12)((3)))	4
((43563)(2(1)))	4



Esercizio 8: Diametro di un albero [Punti 40]. Si definisce $C(l)$ la cardinalità del livello l di un albero il numero di nodi di quel livello. Si scriva il programma di una macchina di Turing che, dato un albero sul nastro, scriva la cardinalità massima dell'albero, ovvero il più grande valore di $C(l)$ al variare di l (tale

valore è detto *diametro* dell'albero). Per esempio, nel caso riportato in figura il diametro sarà 3:

NASTRO INIZIALE NASTRO FINALE

(((12)2(3((3))))	5
2	1
((534)(((11))56))	6
(44)	2
((44)32)	3

Esercizio 9: Albero binario [Punti 20]. Un albero è binario se e solo se ogni nodo ha al più due figli. Si scriva il programma di una macchina di Turing che scriva B sul nastro se un albero è binario, N altrimenti.

NASTRO INIZIALE NASTRO FINALE

1	B
(12)	B
(123)	N
(1(23))	B
((12)(1(23)3))	N

Esercizio 10: Algebra Booleana [Punti 30]. L'algebra booleana opera su due soli valori, detti *vero* e *falso*, spesso codificati con 1 (per vero) e 0 (per falso). Su questi valori booleani sono definiti un certo numero di operatori, fra cui l'operatore unario *not* (negazione) e gli operatori binari *and* (congiunzione), *or* (disgiunzione), *imp* (implicazione) e *eqv* (equivalenza). Il valore calcolato da questi operatori è definito dalle seguenti *tabelle di verità*:

Una *espressione booleana* è costituita da una sequenza di valori booleani e relativi operatori, con l'aggiunta di parentesi per indicare l'ordine di valutazione (le espressioni più interne vanno valutate per prime). Si scriva un programma che, ricevuta in ingresso una espressione booleana, lasci sul nastro il risultato della sua valutazione (che sarà, ovviamente, uno dei due valori possibili: 0 o 1). Si assuma che l'operatore not sia codificato con il simbolo “!”, l'and con “*”, l'or con “+”, l'imp con “-” e l'eqv con “=”. Esempi:

NASTRO INIZIALE NASTRO FINALE

0=0	1
1+(0=0)	1
1*(1-0)	0
1	1
(0+(0-(1=0)))+(!0)	1