



## Lesson 05

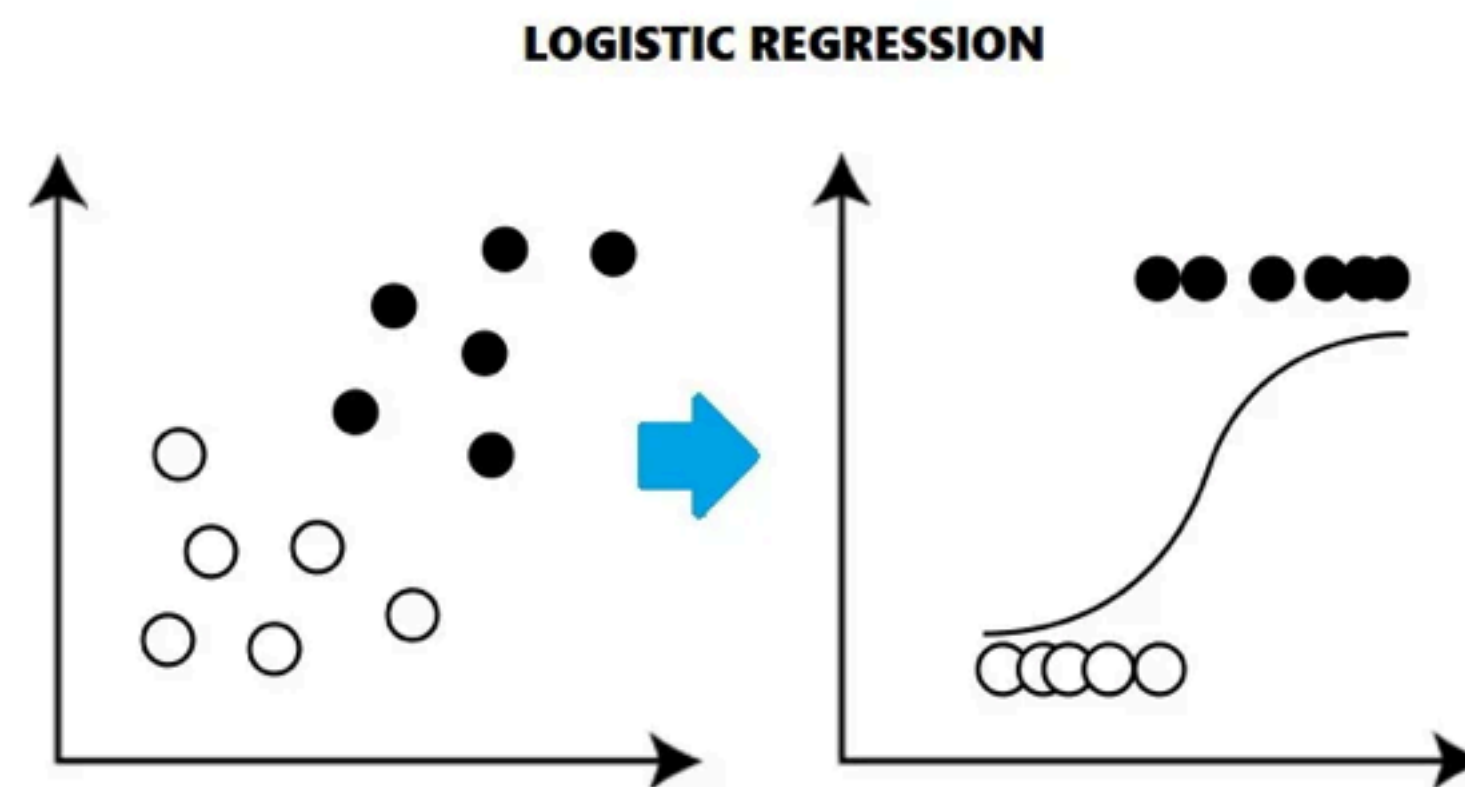
# Logistic Regression

## In the Previous Lesson

- Data Representation
- KNN
- K-Means
- Linear Regression
- Gradient Descent
- Overfitting & Underfitting

Що таке логістична регресія?

**Логістична регресія (Logistic Regression)** - це статистичний метод, який використовується для моделювання й передбачення ймовірностей виникнення подій в результаті впливу одного чи декількох незалежних змінних.

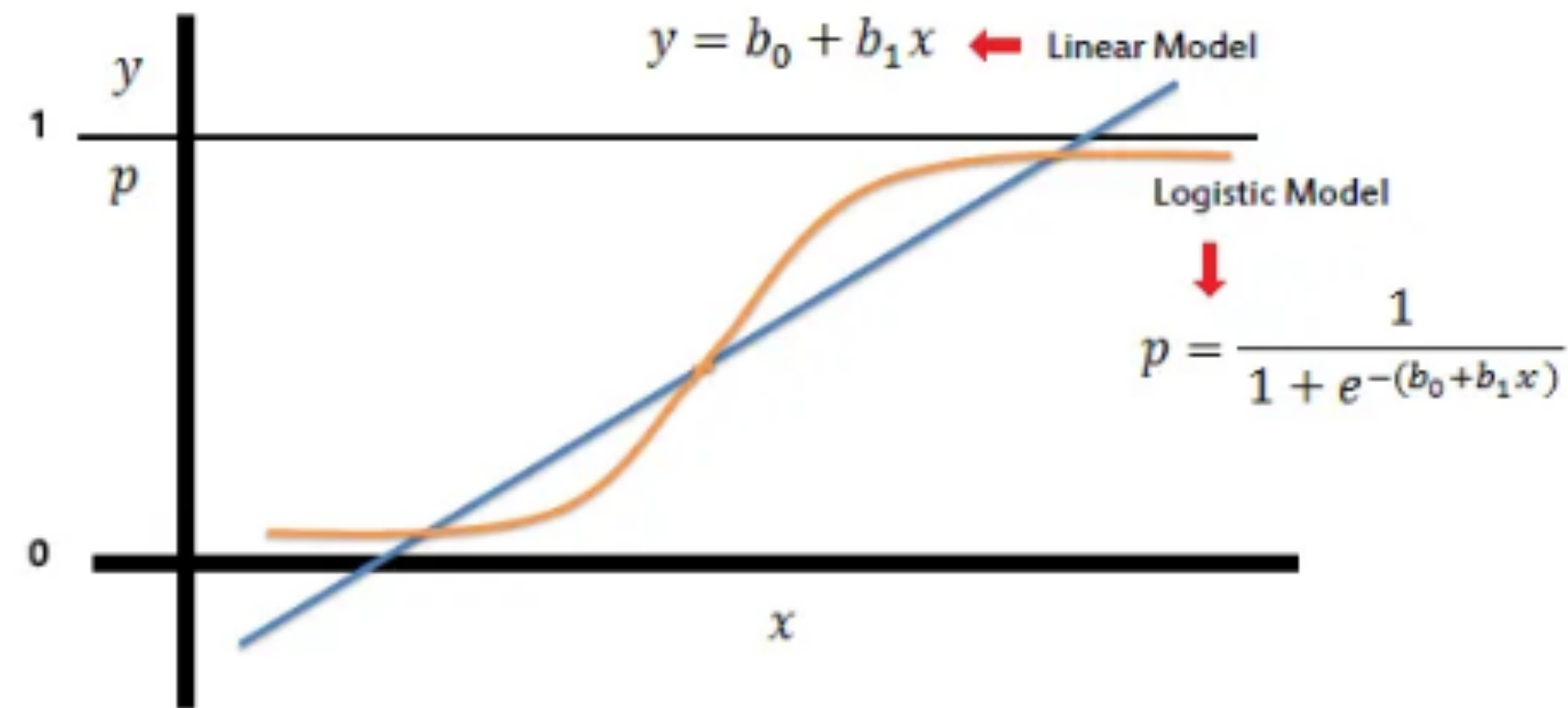


## Типи логістичної регресії:

- Двійкова логістична регресія (binary logistic regression)
- Мультиноміальна логістична регресія (multinomial logistic regression)
- Порядкова логістична регресія (ordinal logistic regression)

Чому б не використовувати лінійну регресію для класифікації?

# The Logistic Model



У формулі логістичної моделі,

Коли  $b_0 + b_1 x = 0$ , тоді  $p$  буде 0.5,  
Аналогічно,  $b_0 + b_1 x > 0$ , тоді  $p$  буде йти до 1 і  
 $b_0 + b_1 x < 0$ , тоді  $p$  буде йти до 0.

## Interpretation of the Coefficients

- Інтерпретація вагів (weights) відрізняється від лінійної регресії, оскільки вихід логістичної регресії знаходиться в ймовірностях від 0 до 1.
- Замість того, щоб коефіцієнт нахилу ( $b$ ) був швидкістю зміни  $p$ , коли  $x$  змінюється, тепер коефіцієнт нахилу інтерпретується як швидкість зміни «log odds» при зміні  $x$ .

\*log odds:

- odds ratio (відношення ймовірностей)
- logit (логістична функція)

## Odds Ratio and Logit

Якщо  $p$  - ймовірність події в групі порівняння, а `OR` - Odds Ratio, то відношення ймовірностей обчислюється за формулою:

$$OR = \frac{p}{1 - p}$$

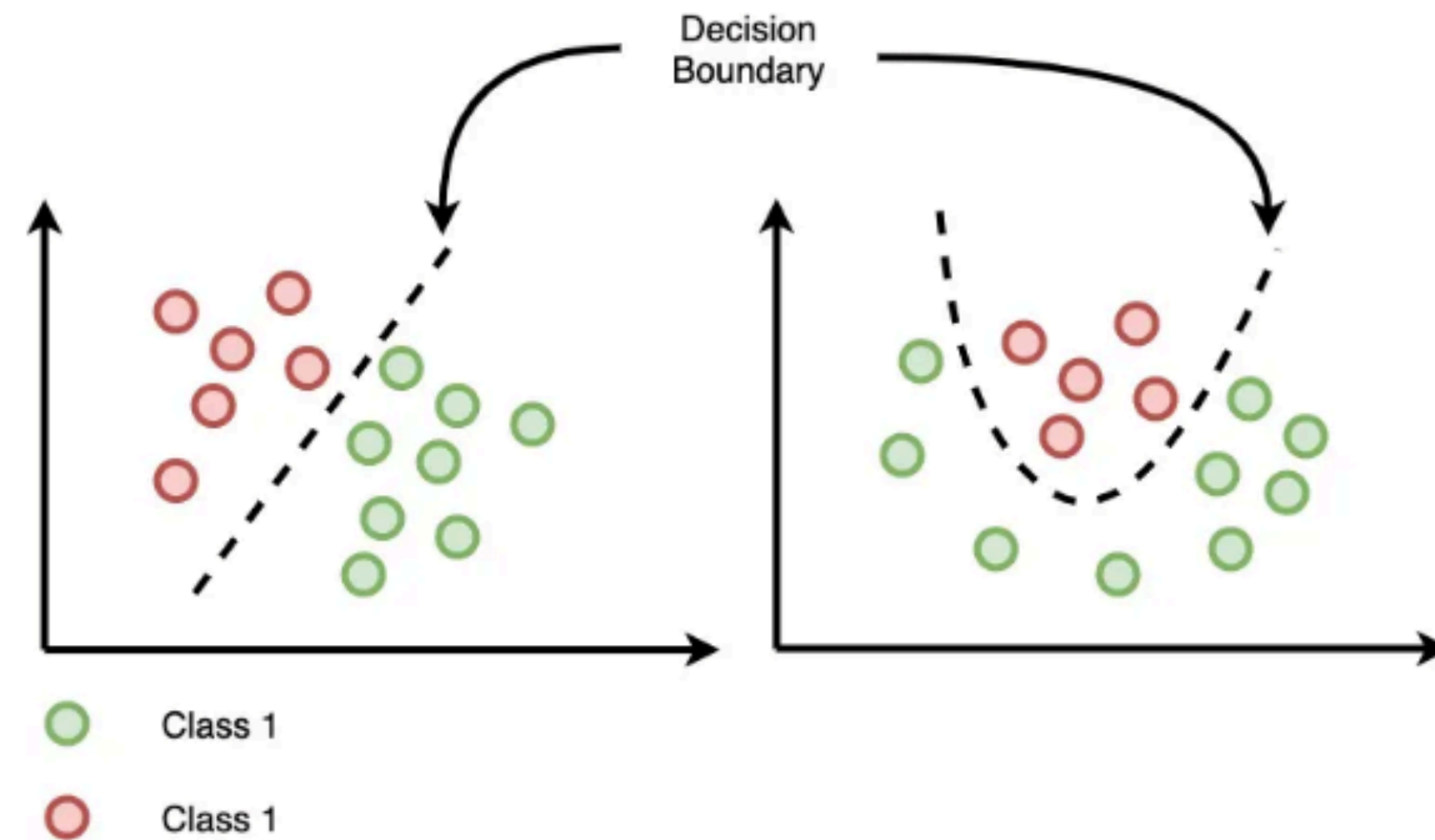
Якщо  $OR > 1$ , це вказує на те, що подія більш вірогідно в групі порівняння порівняно з базовою групою.

Формула для logit-функції виглядає наступним чином:

$$\text{logit}(p) = \ln\left(\frac{p}{1 - p}\right)$$



# Decision Boundary



Межа рішення - це лінія або поле, яке відокремлює класи.

Алгоритм класифікації полягає в тому, щоб знайти межу рішення, яка допомагає розрізняти класи ідеально або близькі до досконалості.

Логістична регресія вирішує належну відповідність межі рішення, щоб ми могли передбачити, якому класу відповідатимуть нові дані.

# Cost Function of the Logistic Regression

Функція витрат (Cost Function) в логістичній регресії використовується для оцінки того, наскільки добре модель працює у порівнянні з реальними даними. Головна мета - мінімізувати цю функцію витрат для досягнення оптимальних значень параметрів моделі.

WIKIPEDIA

## Logistic function

A **logistic function** or **logistic curve** is a common S-shaped curve (sigmoid curve) with equation

$$f(x) = \frac{L}{1 + e^{-k(x-x_0)}},$$

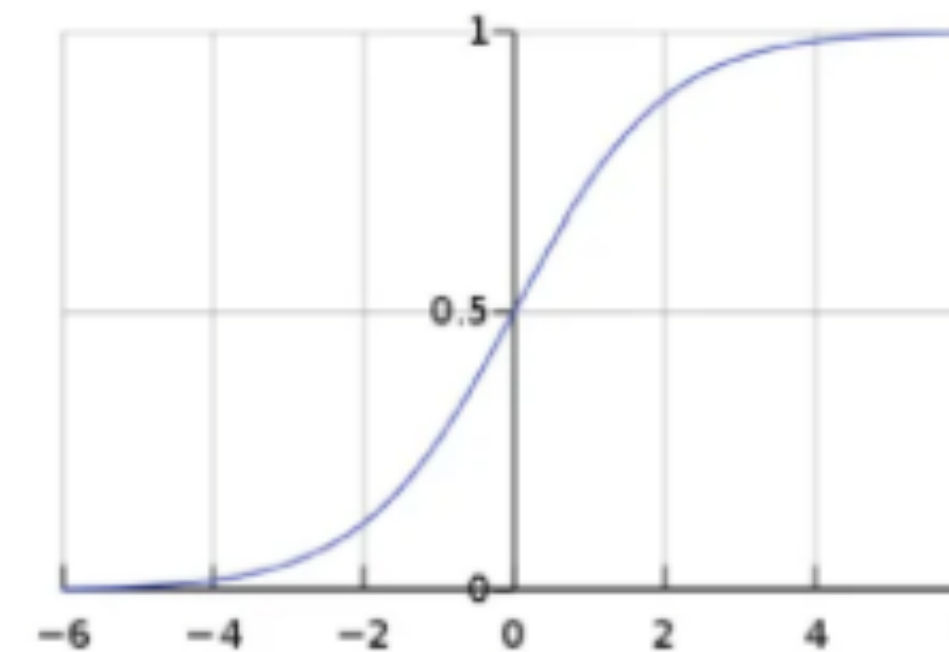
where

$e$  = the natural logarithm base (also known as Euler's number),

$x_0$  = the  $x$  value of the sigmoid's midpoint,

$L$  = the curve's maximum value,

$k$  = the logistic growth rate or steepness of the curve.<sup>[1]</sup>



Standard logistic sigmoid function i.e.  
 $L = 1, k = 1, x_0 = 0$

Основне завдання для нас - знайти найкращий параметр  $x$  у наведеному вище рівнянні, присутньому на зображенні, щоб мінімізувати помилку.

# Gradient Descent in Logistic Regression

Gradient Descent - це алгоритм оптимізації, який використовується для пошуку значень параметрів (коефіцієнтів) функції, яка мінімізує функцію витрат (cost function).

Сигмоїдна функція:  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-(x)}}$  Тут,  $x = mx + b$  або  $x = b_0 + b_1x$

- Спочатку значення  $m$  і  $b$  будуть 0, а швидкість навчання  $\alpha$  буде введена до функції.
- Потім часткова похідна обчислюється для функції вартості. Після обчислення буде досягнуто рівняння:

$$\frac{\partial}{\partial \theta_j} J(\theta) = \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^i) - y^i) x_j^i$$

- Після розрахунку похідних, ваги оновлюються за допомогою наступного рівняння:

$$\theta_j \leftarrow \theta_j - \alpha \frac{\partial}{\partial \theta_j} J(\theta) \quad \text{Що також можна записати як:} \quad \theta_j := \theta_j - \alpha \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) x_j^{(i)}$$

- Процес оновлення ваги триватиме до тих пір, поки функція вартості не досягне ідеального значення 0 або близько 0.

How Gradient Descent works.

## **DEMO**

Check ``logistic_regression.ipynb``



---

Thanks for your attention