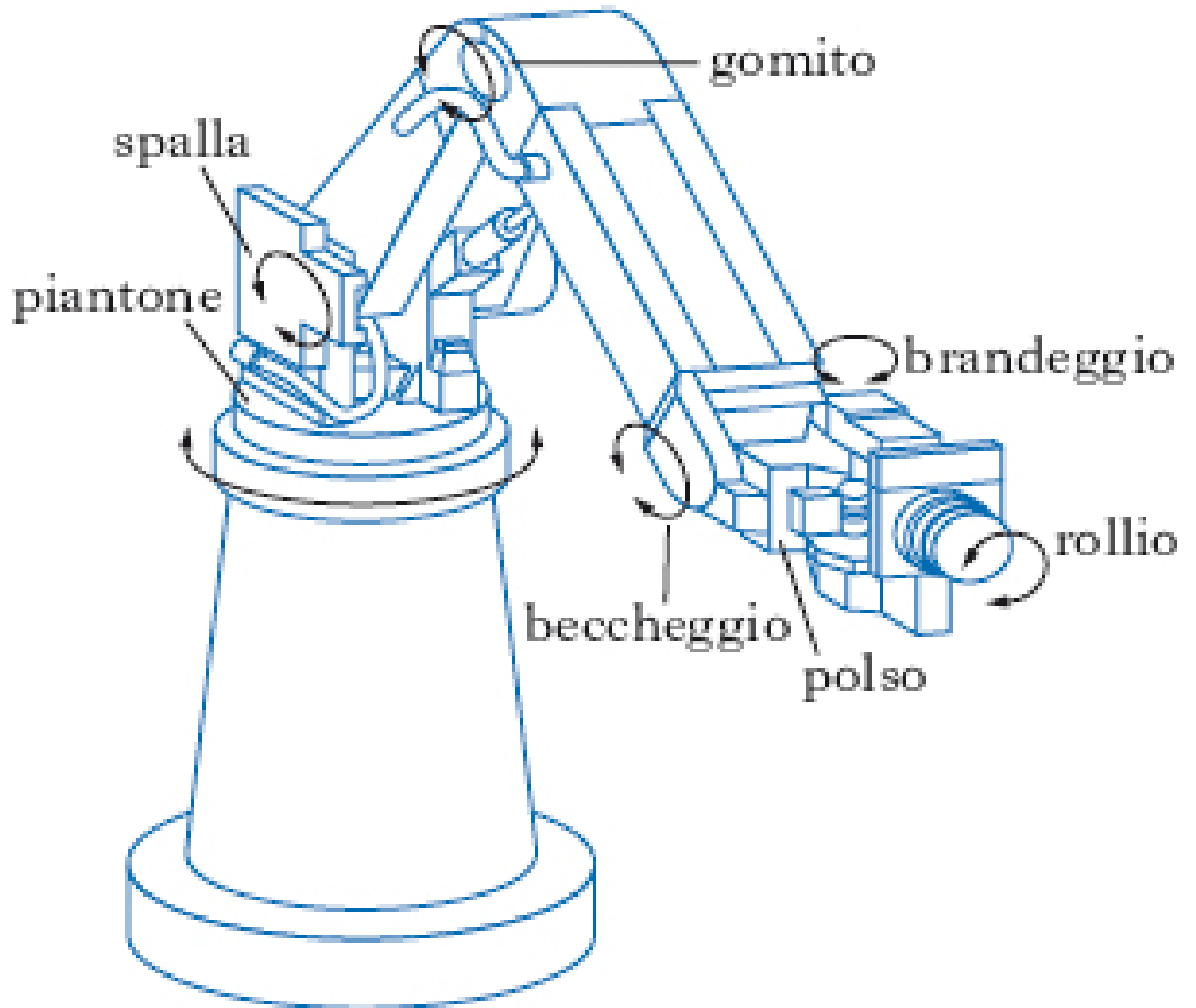


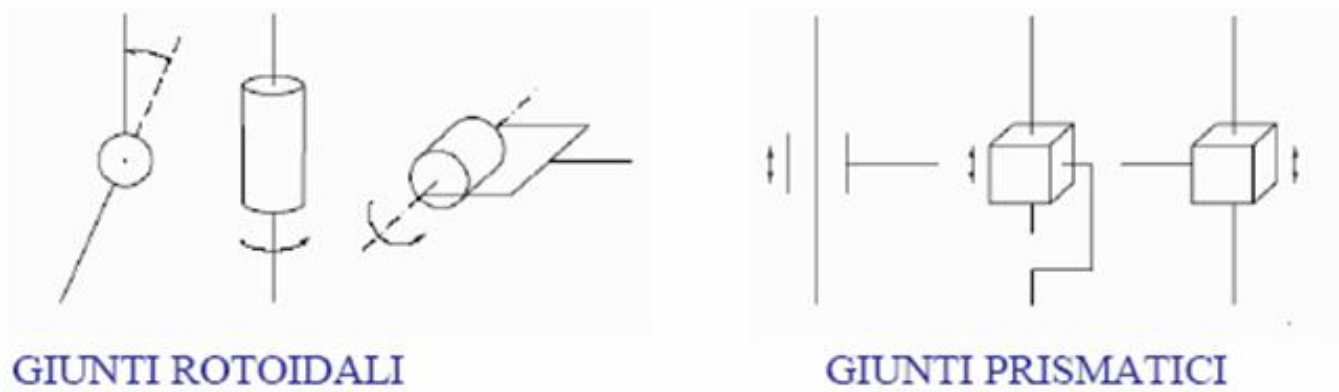
Cinematiche Dirette Robot

Alfano Emanuele
Badalamenti Filippo
Vitti Gabriele

3 novembre 2019



Metodo di Denavit Hartenberg

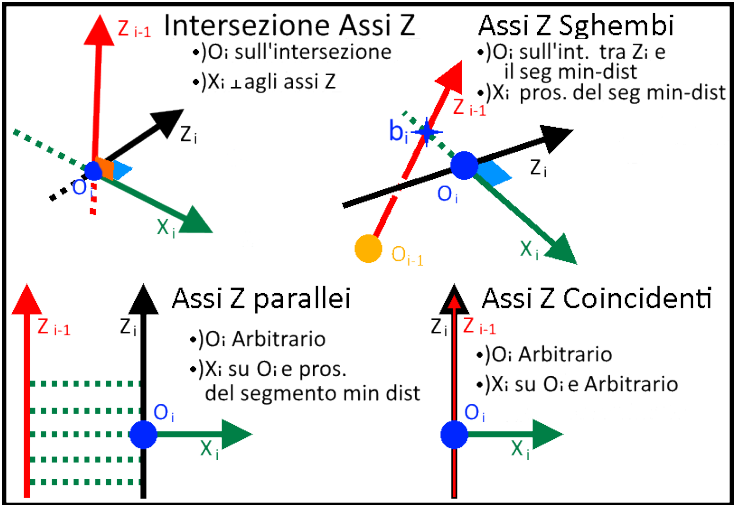


Il metodo di D-H standardizza un metodo per ottenere la cinematica diretta di un qualunque robot 3D.

Conoscendo uno schema dei giunti di un robot, tutti presi a 1 DOF (Degree of Freedom) è possibile ricostruire qualsiasi struttura.

Posizionando i vari sistemi di riferimento con la procedura di D-H è possibile automatizzare il processo di ottenimento della cinematica diretta. Considerando due [[giunto (meccanica)|giunti]] consecutivi:

- L'asse Z_{i-1} si sceglie coincidente con l'asse del giunto i , l'asse Z_i coincidente con l'asse del giunto $i + 1$;
- L'asse X_i deve essere scelto in base a come si posizionano tra di loro gli assi i e $i - 1$:
 - Se $Z_i \cong Z_{i-1}$ allora $\rightarrow X_i = Z_{i-1} \perp Z_i$ e orientamento a piacere.
 - Se $Z_i \parallel Z_{i-1}$ ma non sovrapposto $\rightarrow X_i = Z_{i-1} \perp Z_i$ dove in questo caso è la prosecuzione di uno dei segmenti di minima distanza.
 - Se Z_i coincide in un punto soltanto con Z_{i-1} , quello sarà $O_i \rightarrow X_i = Z_{i-1} \perp Z_i$
 - Se Z_i è sghemba con Z_{i-1} , O_i è preso lungo il segmento di minima distanza che li unisce e X_i si trova lungo questo asse



- I restanti assi Y_{n-1} e Y_n sono scelti in modo da completare le rispettive terne affinché diventino destre.

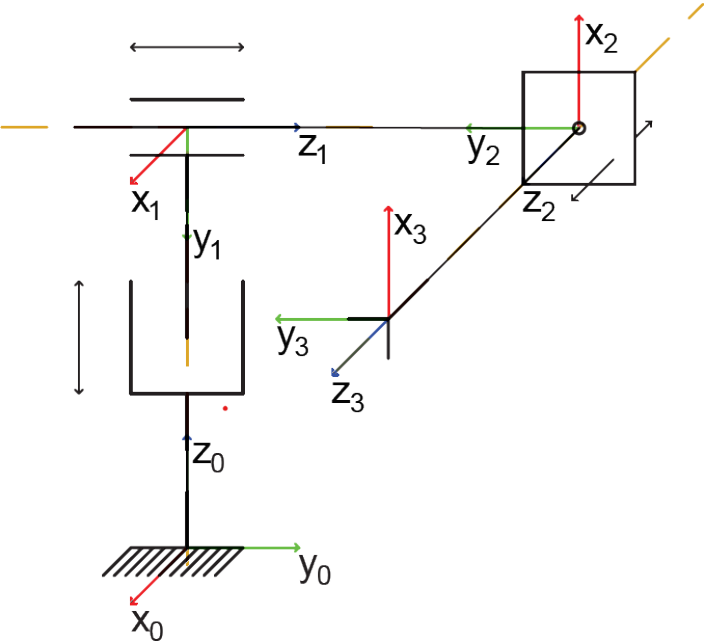
Una volta fatto ciò bisogna risalire i sistemi di riferimento portando a far coincidere il sistema R_{i-1} con il sistema R_i muovendo nell'ordine le variabili: θ, d, α, a e salvando nella tabella i valori:

A questo punto basterà montare tra di loro le varie matrici di avvitamento ottenendo la matrice della cinematica diretta:

$$Q_{0,n} = A_z(\theta, d)_{R_1} \cdot A_x(\alpha, a)_{R_1} \cdot A_z(\theta, d)_{R_2} \cdot A_x(\alpha, a)_{R_2} \cdot \dots \cdot A_z(\theta, d)_{R_n} \cdot A_x(\alpha, a)_{R_n}$$

| | $A_z(\theta, d)$ | $A_x(\alpha, a)$ |
|-----------|------------------|------------------|
| R_1 | | |
| $R_{...}$ | | |
| R_n | | |

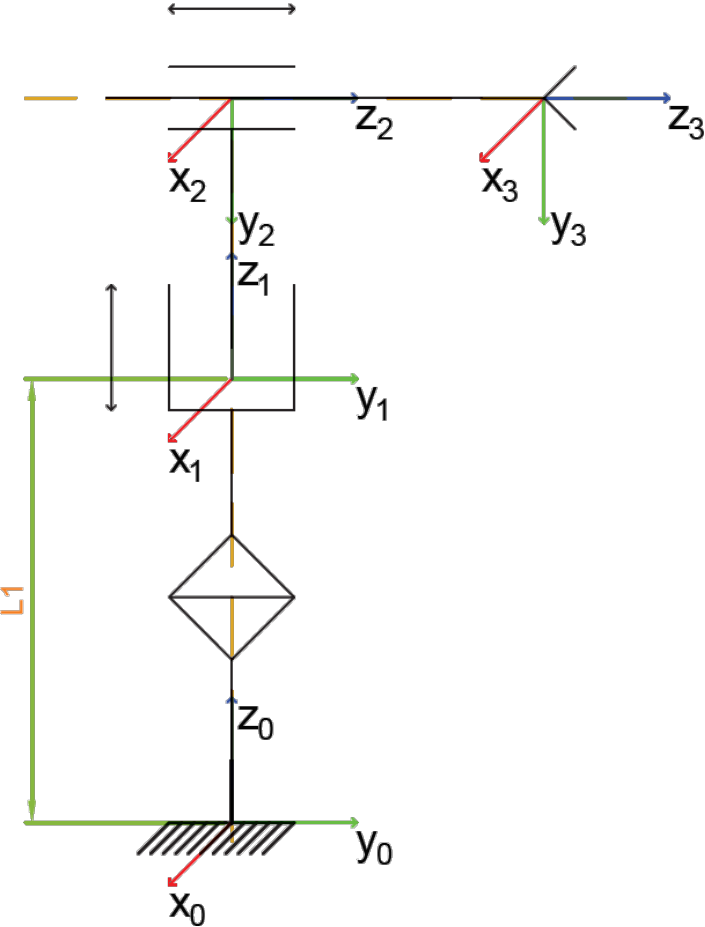
Cartesiano



| | $A_z(\theta, d)$ | | $A_x(\alpha, a)$ | |
|-------|------------------|-------|------------------|---|
| R_1 | 0 | q_1 | $-\frac{\pi}{2}$ | 0 |
| R_2 | $-\frac{\pi}{2}$ | q_2 | $-\frac{\pi}{2}$ | 0 |
| R_3 | 0 | q_3 | 0 | 0 |

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & -1 & 0 & q_2 \\ 1 & 0 & 0 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

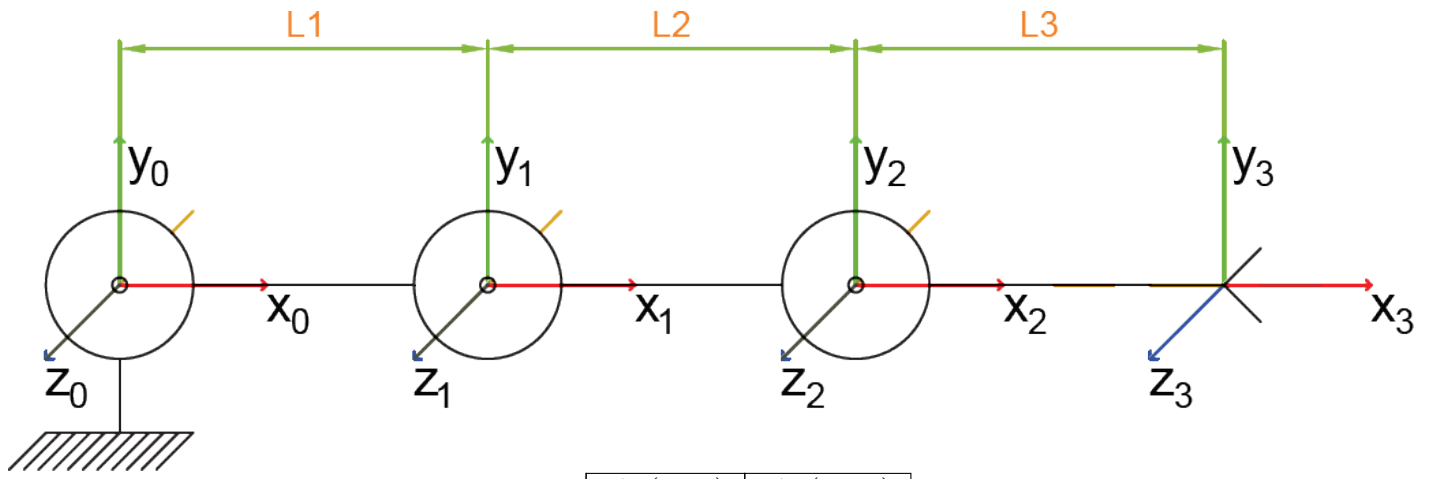
Cilindrico



| | $A_z(\theta, d)$ | | $A_x(\alpha, a)$ | |
|-------|------------------|---|------------------|-------|
| R_1 | q_1 | 0 | 0 | D_1 |
| R_2 | q_2 | 0 | 0 | D_2 |
| R_3 | q_3 | 0 | 0 | D_3 |

$$\begin{pmatrix} \cos q_1 & 0 & -\sin q_1 & -\sin q_1 q_3 \\ \sin q_1 & 0 & \cos q_1 & \cos q_1 q_3 \\ 0 & -1 & 0 & q_2 + L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

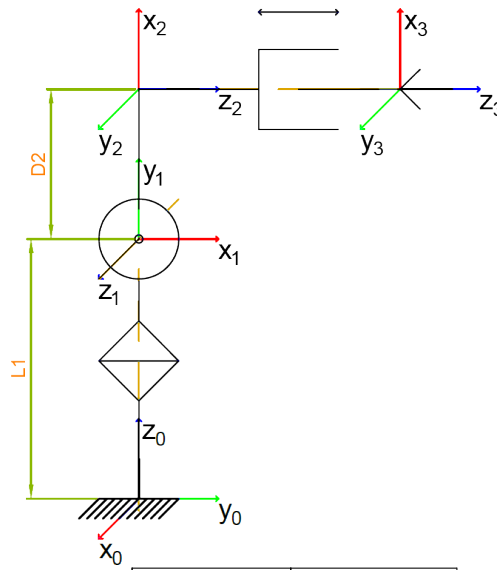
RRR Planare



| | $A_z(\theta, d)$ | | $A_x(\alpha, a)$ | |
|-------|------------------|---|------------------|-------|
| R_1 | q_1 | 0 | 0 | D_1 |
| R_2 | q_2 | 0 | 0 | D_2 |
| R_3 | q_3 | 0 | 0 | D_3 |

$$\begin{pmatrix} -(\cos q_1 \sin q_2 \sin q_3 + \sin q_1 \cos q_2 \sin q_3 + \sin q_1 \sin q_2 \cos q_3 - \cos q_1 \cos q_2 \cos q_3) & \sin q_1 \\ -(\sin q_1 \sin q_2 \sin q_3 - \cos q_1 \cos q_2 \sin q_3 - \cos q_1 \sin q_2 \cos q_3 - \sin q_1 \cos q_2 \cos q_3) & -(\cos q_1 \sin q_2 \sin q_3 + \sin q_1 \cos q_2 \sin q_3 + \sin q_1 \sin q_2 \cos q_3 - \cos q_1 \cos q_2 \cos q_3) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

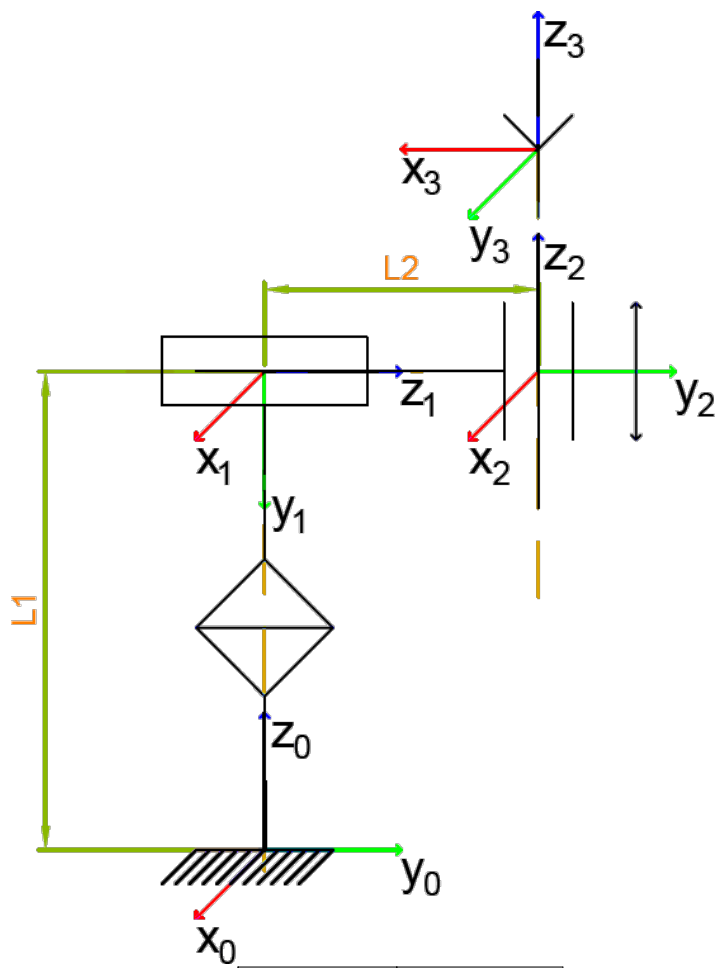
Sferico 1



| | $A_z(\theta, d)$ | | $A_x(\alpha, a)$ | |
|-------|------------------|---|------------------|-------|
| R_1 | q_1 | 0 | 0 | D_1 |
| R_2 | q_2 | 0 | 0 | D_2 |
| R_3 | q_3 | 0 | 0 | D_3 |

$$\begin{pmatrix} \cos q_1 \cos q_2 & \sin q_1 & \cos q_1 \sin q_2 & \cos q_1 (\sin q_2 q_3 + D_2 \cos q_2) \\ \sin q_1 \cos q_2 & -\cos q_1 & \sin q_1 \sin q_2 & \sin q_1 (\sin q_2 q_3 + D_2 \cos q_2) \\ \sin q_2 & 0 & -\cos q_2 & -(\cos q_2 q_3 - D_2 \sin q_2 - L_1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

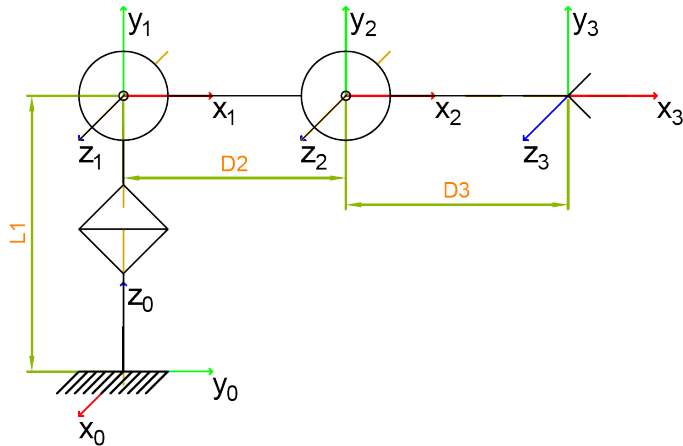
Sferico di Stanford



| | $A_z(\theta, d)$ | | $A_x(\alpha, a)$ | |
|-------|------------------|---|------------------|-------|
| R_1 | q_1 | 0 | 0 | D_1 |
| R_2 | q_2 | 0 | 0 | D_2 |
| R_3 | q_3 | 0 | 0 | D_3 |

$$\begin{pmatrix} \sin q_1 & \cos q_1 \cos q_2 & \cos q_1 \sin q_2 & \cos q_1 \sin q_2 q_3 - L_2 \sin q_1 \\ -\cos q_1 & \sin q_1 \cos q_2 & \sin q_1 \sin q_2 & \sin q_1 \sin q_2 q_3 + L_2 \cos q_1 \\ 0 & -\sin q_2 & \cos q_2 & \cos q_2 q_3 + L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

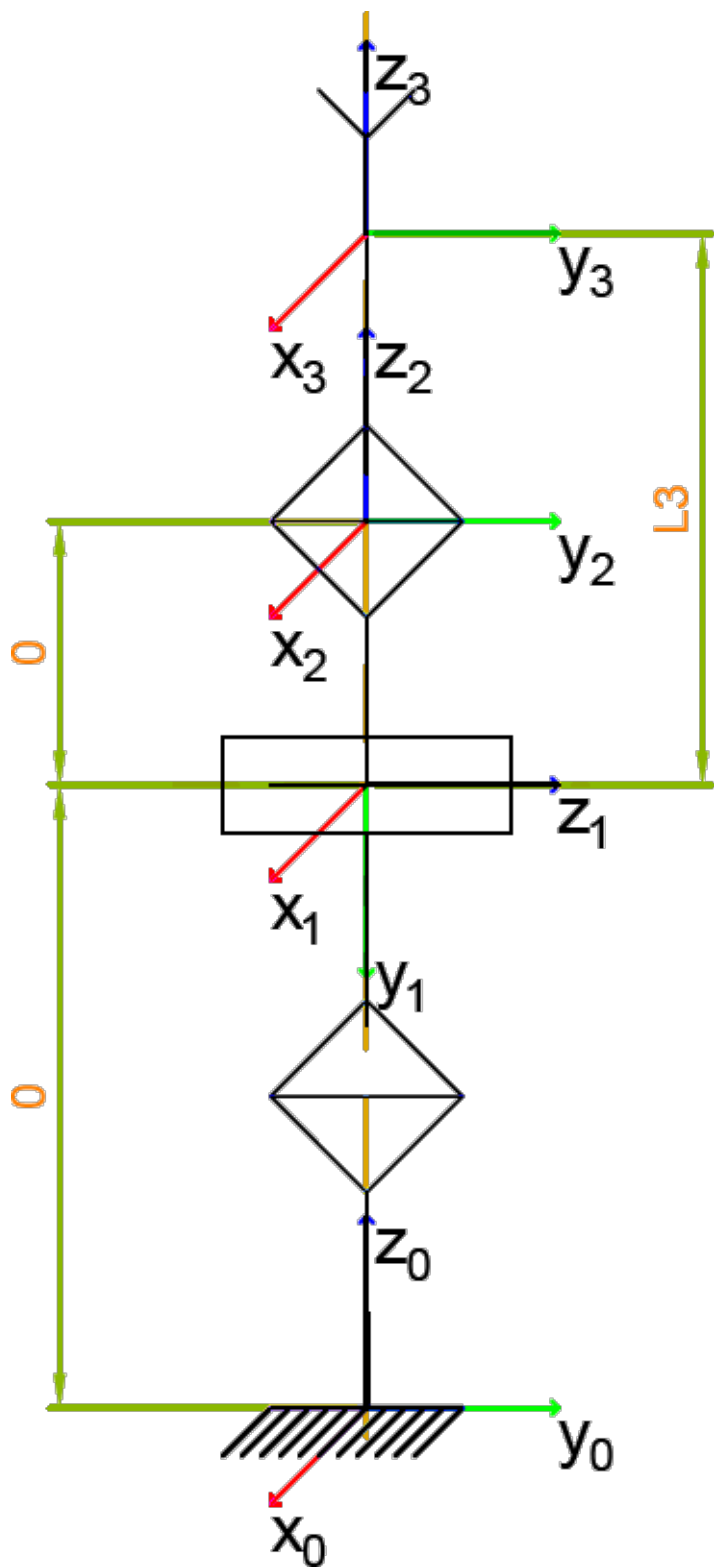
Antropomorfo



| | $A_z(\theta, d)$ | | $A_x(\alpha, a)$ | |
|-------|------------------|---|------------------|-------|
| R_1 | q_1 | 0 | 0 | D_1 |
| R_2 | q_2 | 0 | 0 | D_2 |
| R_3 | q_3 | 0 | 0 | D_3 |

$$\begin{pmatrix} -\cos q_1 (\sin q_2 \sin q_3 - \cos q_2 \cos q_3) & -\cos q_1 (\cos q_2 \sin q_3 + \sin q_2 \cos q_3) \\ -\sin q_1 (\sin q_2 \sin q_3 - \cos q_2 \cos q_3) & -\sin q_1 (\cos q_2 \sin q_3 + \sin q_2 \cos q_3) \\ \cos q_2 \sin q_3 + \sin q_2 \cos q_3 & -(\sin q_2 \sin q_3 - \cos q_2 \cos q_3) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

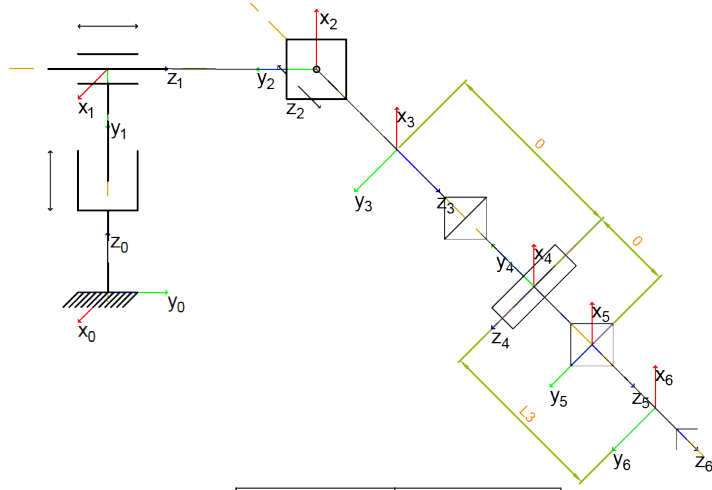
Polso Sferico



| | $A_z(\theta, d)$ | | $A_x(\alpha, a)$ | |
|-------|------------------|---|------------------|-------|
| R_1 | q_1 | 0 | 0 | D_1 |
| R_2 | q_2 | 0 | 0 | D_2 |
| R_3 | q_3 | 0 | 0 | D_3 |

$$\begin{pmatrix} \cos_{q_4} \cos_{q_5} \cos_{q_6} - \sin_{q_4} \sin_{q_6} & -\cos_{q_4} \cos_{q_5} \sin_{q_6} - \sin_{q_4} \cos_{q_6} & \cos_{q_4} \sin_{q_6} \\ \cos_{q_4} \sin_{q_6} + \sin_{q_4} \cos_{q_5} \cos_{q_6} & \cos_{q_4} \cos_{q_6} - \sin_{q_4} \cos_{q_5} \sin_{q_6} & \sin_{q_4} \sin_{q_6} \\ -\sin_{q_5} \cos_{q_6} & \sin_{q_5} \sin_{q_6} & \cos_{q_5} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

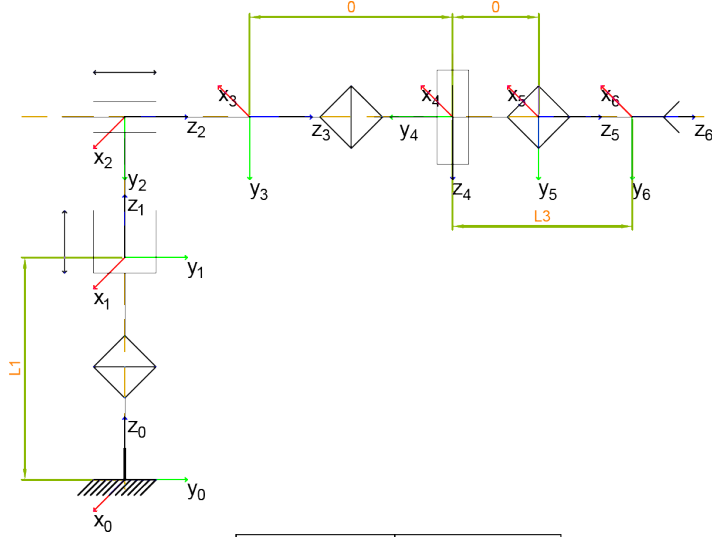
Cartesiano con Polso



| | $A_z(\theta, d)$ | | $A_x(\alpha, a)$ | |
|-------|------------------|---|------------------|-------|
| R_1 | q_1 | 0 | 0 | D_1 |
| R_2 | q_2 | 0 | 0 | D_2 |
| R_3 | q_3 | 0 | 0 | D_3 |

$$\begin{pmatrix} -\sin q_5 \cos q_6 & \sin q_5 \sin q_6 \\ -(\cos q_4 \sin q_6 + \sin q_4 \cos q_5 \cos q_6) & \sin q_4 \cos q_5 \sin q_6 - \cos q_4 \cos q_5 \cos q_6 \\ -(\sin q_4 \sin q_6 - \cos q_4 \cos q_5 \cos q_6) & -(\cos q_4 \cos q_5 \sin q_6 + \sin q_4 \cos q_5 \cos q_6) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

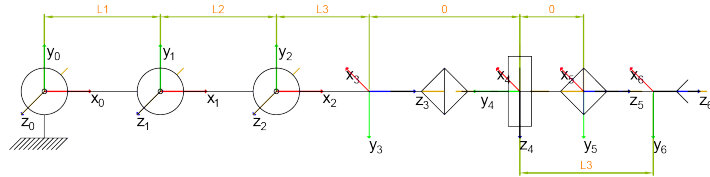
Cilindrico con Polso



| | $A_z(\theta, d)$ | | $A_x(\alpha, a)$ | |
|-------|------------------|---|------------------|-------|
| R_1 | q_1 | 0 | 0 | D_1 |
| R_2 | q_2 | 0 | 0 | D_2 |
| R_3 | q_3 | 0 | 0 | D_3 |

$$\begin{pmatrix} -(\cos q_1 \sin q_4 \sin q_6 - \sin q_1 \sin q_5 \cos q_6 - \cos q_1 \cos q_4 \cos q_5 \cos q_6) \\ -(\sin q_1 \sin q_4 \sin q_6 + \cos q_1 \sin q_5 \cos q_6 - \sin q_1 \cos q_4 \cos q_5 \cos q_6) \\ -(\cos q_4 \sin q_6 + \sin q_4 \cos q_5 \cos q_6) \\ 0 \end{pmatrix}$$

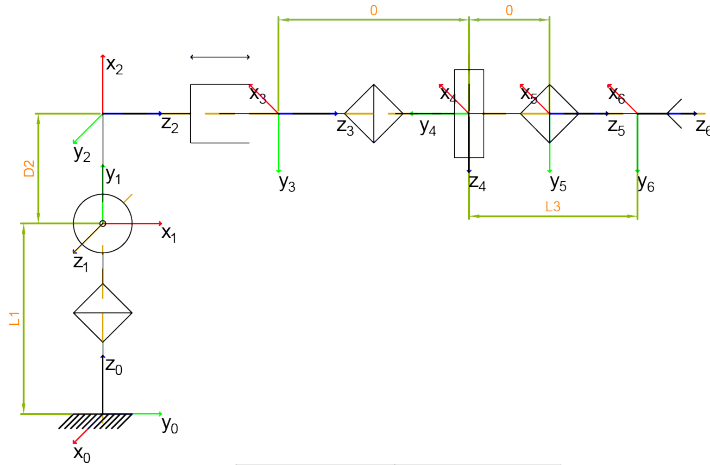
RRR Planare con Polso



| | | $A_z(\theta, d)$ | | $A_x(\alpha, a)$ | |
|-------|-------|------------------|---|------------------|--|
| R_1 | q_1 | 0 | 0 | D_1 | |
| R_2 | q_2 | 0 | 0 | D_2 | |
| R_3 | q_3 | 0 | 0 | D_3 | |

$$\begin{pmatrix} \cos q_1 \sin q_2 \sin q_3 \sin q_4 \sin q_6 + \sin q_1 \cos q_2 \sin q_3 \sin q_4 \sin q_6 + \sin q_1 \cos q_2 \sin q_3 \sin q_4 \sin q_6 + \sin q_1 \cos q_2 \sin q_3 \sin q_4 \sin q_6 \\ \sin q_1 \sin q_2 \sin q_3 \sin q_4 \sin q_6 - \cos q_1 \cos q_2 \sin q_3 \sin q_4 \sin q_6 - \cos q_1 \cos q_2 \sin q_3 \sin q_4 \sin q_6 - \cos q_1 \cos q_2 \sin q_3 \sin q_4 \sin q_6 \end{pmatrix}$$

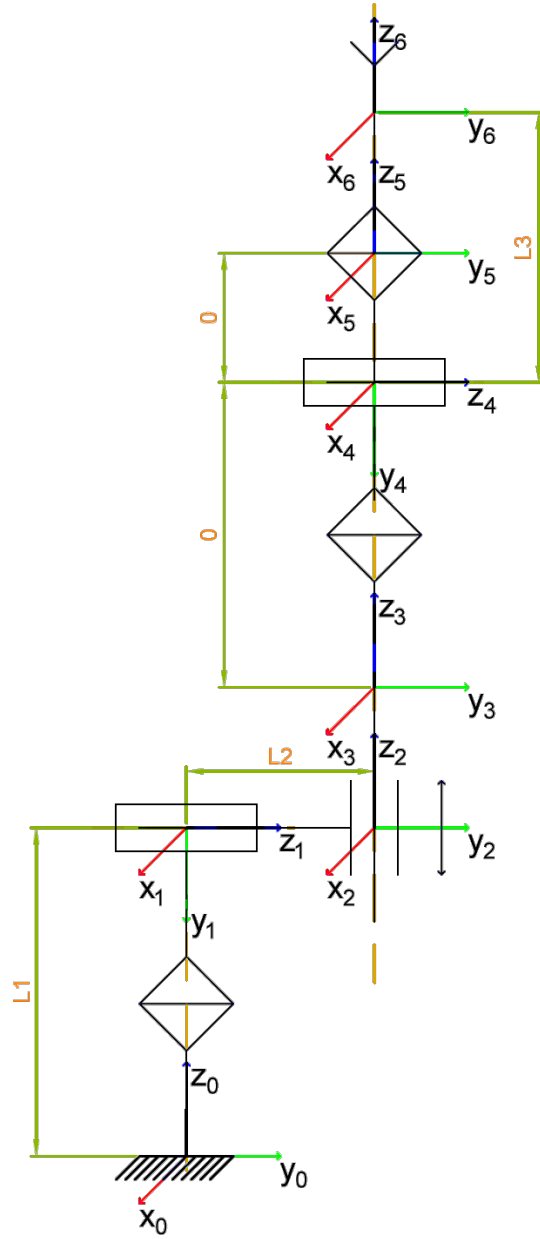
Sferico 1 con Polso



| | | $A_z(\theta, d)$ | | $A_x(\alpha, a)$ | |
|-------|-------|------------------|---|------------------|--|
| R_1 | q_1 | 0 | 0 | D_1 | |
| R_2 | q_2 | 0 | 0 | D_2 | |
| R_3 | q_3 | 0 | 0 | D_3 | |

$$\begin{pmatrix} -(\cos q_1 \cos q_2 \sin q_4 \sin q_6 - \sin q_1 \cos q_4 \sin q_6 + \cos q_1 \sin q_2 \sin q_5 \cos q_6) \\ -(\sin q_1 \cos q_2 \sin q_4 \sin q_6 + \cos q_1 \cos q_4 \sin q_6 + \sin q_1 \sin q_2 \sin q_5 \cos q_6) \\ -(\sin q_2 \sin q_4 \sin q_6 - \cos q_2 \sin q_5 \cos q_6) \\ 0 \end{pmatrix}$$

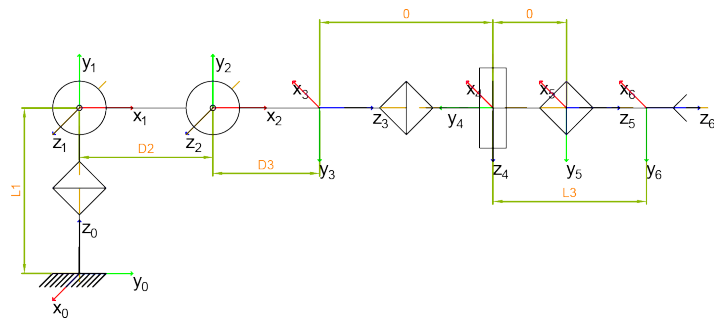
Sferico di Stanford con Polso



| | $A_z(\theta, d)$ | | $A_x(\alpha, a)$ | |
|-------|------------------|---|------------------|-------|
| R_1 | q_1 | 0 | 0 | D_1 |
| R_2 | q_2 | 0 | 0 | D_2 |
| R_3 | q_3 | 0 | 0 | D_3 |

$$\begin{pmatrix} -(\sin q_1 \sin q_4 \sin q_6 - \cos q_1 \cos q_2 \cos q_4 \sin q_6 + \cos q_1 \sin q_2 \sin q_5 \cos q_6 - \cos q_1 \cos q_2 \sin q_4 \cos q_5 \cos q_6 - \sin q_1 \cos q_4 \cos q_5 \cos q_6) & \cos q_1 \sin q_2 \sin q_5 \sin q_6 - \cos q_1 \cos q_2 \sin q_4 \cos q_5 \sin q_6 - \sin q_1 \cos q_4 \cos q_5 \sin q_6 \\ \cos q_1 \sin q_4 \sin q_6 + \sin q_1 \cos q_2 \cos q_4 \sin q_6 - \sin q_1 \sin q_2 \sin q_5 \cos q_6 + \sin q_1 \cos q_2 \sin q_4 \cos q_5 \cos q_6 - \cos q_1 \cos q_4 \cos q_5 \cos q_6 & \sin q_1 \sin q_2 \sin q_5 \sin q_6 - \sin q_1 \cos q_2 \sin q_4 \cos q_5 \sin q_6 - \cos q_1 \cos q_2 \sin q_4 \cos q_5 \sin q_6 \\ -(\sin q_2 \cos q_4 \sin q_6 + \cos q_2 \sin q_5 \cos q_6 + \sin q_2 \sin q_4 \cos q_5 \cos q_6) & 0 \end{pmatrix}$$

Antropomorfo con Polso



| | $A_z(\theta, d)$ | | $A_x(\alpha, a)$ | |
|-------|------------------|---|------------------|-------|
| R_1 | q_1 | 0 | 0 | D_1 |
| R_2 | q_2 | 0 | 0 | D_2 |
| R_3 | q_3 | 0 | 0 | D_3 |

$$\begin{pmatrix} \cos q_1 \sin q_2 \sin q_3 \sin q_4 \sin q_6 - \cos q_1 \cos q_2 \cos q_3 \sin q_4 \sin q_6 - \cos q_1 \sin q_2 \sin q_3 \sin q_4 \sin q_6 - \sin q_1 \cos q_2 \cos q_3 \sin q_4 \sin q_6 - \sin q_1 \sin q_2 \sin q_3 \sin q_4 \sin q_6 \\ \cos q_1 \sin q_2 \sin q_3 \sin q_4 \sin q_6 - \cos q_1 \cos q_2 \cos q_3 \sin q_4 \sin q_6 - \cos q_1 \sin q_2 \sin q_3 \sin q_4 \sin q_6 - \sin q_1 \cos q_2 \cos q_3 \sin q_4 \sin q_6 - \sin q_1 \sin q_2 \sin q_3 \sin q_4 \sin q_6 \\ -(\cos q_2 \sin q_3 \sin q_4 \sin q_6 + \sin q_2 \cos q_3 \sin q_4 \sin q_6 + \cos q_2 \sin q_3 \sin q_4 \sin q_6 + \sin q_2 \cos q_3 \sin q_4 \sin q_6) \end{pmatrix}$$