UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA - UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS - CCT
BACHARELADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

FILIPE RAMOS

ESPECIFICAÇÃO E PROVA DE PROPRIEDADE ACERCA DE AUTÔMATOS FINITOS DETERMINÍSTICOS ASSISTIDAS POR COQ

JOINVILLE - SC

2019

FILIPE RAMOS

ESPECIFICAÇÃO E PROVA DE PROPRIEDADE ACERCA DE AUTÔMATOS FINITOS DETERMINÍSTICOS ASSISTIDAS POR COQ

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Bacharelado em Ciência da Computação como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Ciência da Computação.

Orientadora: Dra. Karina Girardi Roggia
Coorientador: Me. Rafael Castro Gonçalves Silva

JOINVILLE - SC

2019

Filipe Ramos
Especificação e prova de propriedade acerca de autômatos finitos determinísticos assistidas por Coq/ Filipe Ramos. – Joinville - SC, 2019-
23 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Dra. Karina Girardi Roggia

– Universidade do Estado de Santa Catarina - Udesc, 2019.

1. Tópico 01. 2. Tópico 02. I. Prof. Dr. xxxxx. II. Universidade do Estado de Santa Catarina. III. Centro de Educação do Planalto Norte. IV. identificação xxxx

CDU 02:121:005.7

Filipe Ramos

Especificação e prova de propriedade acerca de autômatos finitos determinísticos assistidas por Coq

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Bacharelado em Ciência da Computação como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Ciência da Computação

Banca examinadora:

Dra. Karina Girardi Roggia
Instituto Superior Técnico de Lisboa

Dr. Cristiano Damiani Vasconcellos
Universidade Federal de Minas Gerais

Dr. Roberto Silvio Ubertino Rosso Junior
Loughborough University

Joinville - SC, xx de xxxx de 2019

Dedico este trabalho a...

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer...

Aqui devem ser colocadas os agradecimentos às pessoas que de alguma forma contribuíram para a realização do trabalho.

“frase”

autor

RESUMO

O resumo deve ressaltar o objetivo, o método, os resultados e as conclusões do documento. A ordem e a extensão destes itens dependem do tipo de resumo (informativo ou indicativo) e do tratamento que cada item recebe no documento original. O resumo deve ser precedido da referência do documento, com exceção do resumo inserido no próprio documento. (. . .) As palavras-chave devem figurar logo abaixo do resumo, antecedidas da expressão Palavras-chave:, separadas entre si por ponto e finalizadas também por ponto.

Palavras-chaves: latex, abntex e editoração de texto.

ABSTRACT

Resumo em inglês

Key-words: latex, abntex e text editoration.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Transição de um AFD 16
Figura 2 – Representação da transição de estados em um diagrama 18
Figura 3 – Representação de estados inicial (à esquerda) e final (à direita) em um diagrama 18
Figura 4 – Diagrama de estados do AFD que reconhece números naturais pares 19
Figura 5 – Um AFD simples (à esquerda) e seu correspondente na definição com função de transição total (à direita) 21

LISTA DE TABELAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

AFD Autômato finito determinístico

SED Sistema a eventos discretos

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 14

2 ASSISTENTES DE PROVAS 15

2.1 COQ 15

3 SISTEMAS A EVENTOS DISCRETOS 16

3.1 AUTÔMATOS FINITOS DETERMINÍSTICOS 16

3.1.1 Definição formal 17

3.1.2 Diagrama de estados 18

3.1.3 Linguagem marcada 19

3.1.4 Linguagem gerada e bloqueios 20

3.1.5 Função de transição total 20

4 SISTEMAS DE ENFILEIRAMENTO 22

REFERÊNCIAS 23

1 INTRODUÇÃO

2 ASSISTENTES DE PROVAS

Um assistente de provas interativo é um artifício de software que auxilia no processo de provas matemáticas e contém táticas de demonstração próprias.

2.1 COQ

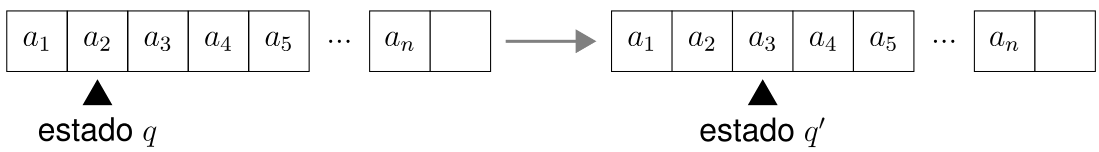
3 SISTEMAS A EVENTOS DISCRETOS

3.1 AUTÔMATOS FINITOS DETERMINÍSTICOS

Autômato – palavra derivada do termo em latim *automatu* – é “maquinismo que se move por meios mecânicos” e “(...) imita os movimentos humanos” (FERREIRA, 2010, p. 81). Esse termo tem sido usado na Ciência da Computação desde a década de 1930 para descrever importantes modelos da Teoria dos Autômatos, que aborda máquinas de Turing, por exemplo. Nesse contexto, um autômato é uma máquina abstrata descrita matematicamente e idealizada em termos de limitações físicas (HOPCROFT; MOTWANI; ULLMAN, 2007).

Um autômato finito determinístico (AFD), ou máquina de estados finitos determinística, é uma máquina dotada de fita, unidade de controle e função de transição. A fita de um autômato é um espaço ilimitado utilizado para armazenar uma sequência de símbolos que serão lidos e computados. Já a unidade de controle contém as variáveis do estado atual da máquina, que servem de parâmetro para a computação da função de transição. Para determinar o estado de um autômato, há uma cabeça de leitura sobre a fita e um conjunto de elementos abstratos que norteiam a evolução do funcionamento da máquina: os estados (HOPCROFT; MOTWANI; ULLMAN, 2007). A Figura 1 esquematiza a transição de estado de um AFD com a cabeça de leitura inicialmente posicionada sobre a segunda célula da fita.

Figura 1 – Transição de um AFD



Fonte: Elaborada pelo autor, 2019.

Durante a computação de uma cadeia de entrada, o AFD lê o símbolo da célula atual da fita, apontada pela cabeça de leitura, e avança o cabeçote em uma posição para a direita. Inicialmente, ao receber uma entrada, a cabeça de leitura estará posicionada na extremidade esquerda da fita e, por conseguinte, da cadeia de símbolos. Se a computação de um símbolo lido não acarretar um estado definido ou a cabeça de leitura estiver posicionada sobre uma célula vazia, o funcionamento do autômato será interrompido.

Na Ciência da Computação, os AFDs formam a base de alguns componentes de software e partes de compiladores. Um artifício muito empregado no desenvolvimento de software são as expressões regulares, que podem ser convertidas em AFDs e permitem encontrar padrões em textos (HOPCROFT; MOTWANI; ULLMAN, 2007). Já no contexto dos SEDs, os AFDs são modelos matemáticos que descrevem sistemas com base nos eventos que podem ocorrer. Dessa maneira, as cadeias de símbolos que são enviadas à entrada dos AFDs constituem sequências de eventos cuja computação resulta em uma descrição do sistema baseada nas variáveis de controle da máquina de estados (CASSANDRAS; LAFORTUNE, 1999).

3.1.1 Definição formal

A definição de AFD que segue foi inspirada e adptada de Hopcroft, Motwani e Ullman (2007) e Cassandras e Lafortune (1999).

Um AFD G é uma quíntupla

$$\langle Q, E, \delta, q_0, Q_m \rangle$$

em que

Q é o conjunto finito de estados

E é o conjunto finito de eventos

$\delta : Q \times E \nrightarrow Q$ é a função de transição

q_0 é o estado inicial

$Q_m \subseteq Q$ é o conjunto de estados marcados

A função de eventos ativos de G, que será denotada por $\Gamma_G : Q \to 2^E$, relaciona cada estado com os eventos possíveis a partir dele. Formalmente

$$(\forall q \in Q)(\forall e \in E), e \in \Gamma_G(q) \Leftrightarrow \delta(q, e) \in Q$$

isto é, $e \in \Gamma_G(q)$ se e somente se $\delta(q, e)$ é definido.

Ao fecho de Kleene sobre um conjunto de eventos E, denotado por $E^\star$, pertencem todas as possíveis cadeias de eventos pertencentes a E. Uma cadeia de eventos é uma sequência finita $e_1 e_2 ... e_{|w|}$ em que $e_i \in E$ ($\forall i = 1..|w|$). Quando $|w| = 0$, a cadeia é dita vazia e será simbolizada por ε.

A função de transição estendida $\hat{\delta} : Q \times E^{\star} \nrightarrow Q$ é definida recursivamente destarte:

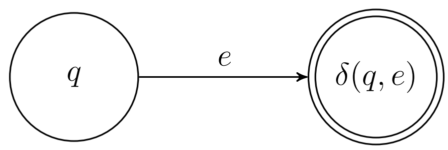
$$\hat{\delta}(q, w) = \begin{cases} q & se\ w = \varepsilon \\ \hat{\delta}(\delta(q, e), w') & se\ w = ew' \end{cases}$$

e terá valor indefinido quando $\delta(q, e)$ assim for.

3.1.2 Diagrama de estados

Para auxiliar na visualização das transições entre os estados dos autômatos, os AFDs são comumente representados por diagramas de estados. Nessa representação, os estados são nós de uma estrutura semelhante a de grafos, e as transições, arestas que interligam dois nós, conforme a Figura 2. Representam-se as transições cuja origem e destino são o mesmo estado por *loops*: arestas que partem de um nó e terminam no mesmo.

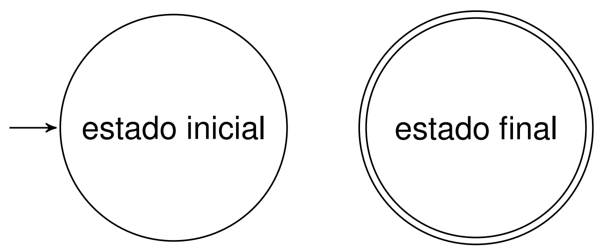
Figura 2 – Representação da transição de estados em um diagrama



Fonte: Elaborada pelo autor, 2019.

Nesta classe de diagramas, os estados inicial e final podem ser destacados de alguma forma. Para este trabalho, uma seta sem origem aponta sempre para o nó do estado inicial, e uma circunferência dupla enfatiza o de um estado final, como demonstra a Figura 3.

Figura 3 – Representação de estados inicial (à esquerda) e final (à direita) em um diagrama



Fonte: Elaborada pelo autor, 2019.

Pode-se citar outros aspectos desta representação de autômatos: a possibilidade de adicionar rótulos aos nós, a opção de omitir os nomes dos estados nos nós quando não forem necessários e a aglutinação de transições que partem e terminam no mesmo estado em uma mesma aresta, com os símbolos neste trabalho separados por vírgula.

3.1.3 Linguagem marcada

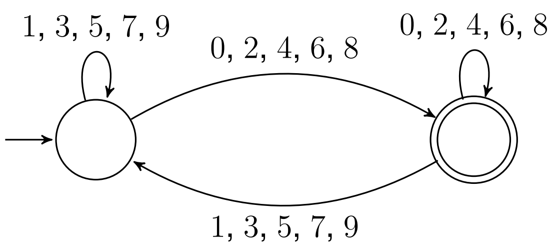
A linguagem marcada por um AFD G é o conjunto

$$L_m(G) = \{w \in E^\star \mid \hat{\delta}(q_0, w) \in Q_m\}$$

Sendo assim, a linguagem marcada pelo autômato são todas as cadeias de eventos que o fazem transicionar do estado inicial a um estado marcado. Isso significa que, quando uma cadeia $w \in L_m(G)$ for posicionada na fita do autômato, a computação de cada evento, da esquerda para a direita da sequência, sempre resultará em um estado definido e terminará em um estado marcado.

Denomina-se linguagem regular a linguagem marcada por qualquer AFD (HOPCROFT; MOTWANI; ULLMAN, 2007). Desse modo, este trabalho de conclusão de curso versará sobre linguagens exclusivamente regulares, a exemplo das quais é possível citar o conjunto dos números naturais pares. Sabendo que um número par é aquele cujo último algarismo – da esquerda para a direita – pertence a $\{0, 2, 4, 6, 8\}$, pode-se construir o AFD da Figura 4, demonstrando a validade da afirmação.

Figura 4 – Diagrama de estados do AFD que reconhece números naturais pares



Fonte: Elaborada pelo autor, 2019.

Quando um autômato se destina a verificar padrões em cadeias de eventos, ou palavras, diz-se que ele é um formalismo reconhecedor (MENEZES, 2005) e, portanto, o autômato da Figura 4 reconhece todos os números naturais pares. No que tange aos SEDs, Cassandras e Lafortune (1999) ...

3.1.4 Linguagem gerada e bloqueios

A linguagem gerada por um AFD G é o conjunto

$$L(G) = \{w \in E^\star \mid \hat{\delta}(q_0, w) \in Q\}$$

Neste caso, a linguagem são todas as cadeias de eventos que fazem o autômato transicionar do estado inicial a um estado definido.

Caso o autômato G chegue a um estado $q \notin Q_m$ tal que $\Gamma_G(q) = \varnothing$, diz-se que há um *deadlock*. Um *livelock* se configura quando não é possível alcançar, a partir de um estado a que se chegou, um estado marcado. Se qualquer bloqueio acontece, tem-se que

$$\overline{L_m(G)} \subset L(G)$$

em que $\overline{L_m(G)}$ é o conjunto de todos os prefixos de todas as cadeias pertencentes a $L_m(G)$, ou

$$\overline{L_m(G)} = \{w \in E^\star \mid \exists w' \in E^\star, ww' \in L_m(G)\}$$

Isso é devido a ... (CASSANDRAS; LAFORTUNE, 1999).

3.1.5 Função de transição total

Haja vista que não é possível formular funções parciais no assistente de provas Coq, algumas mudanças na definição de AFD supracitada são necessárias a fim de representar AFDs nessa ferramenta. A começar, é impreterível alterar a função de transição de um AFD G para torná-la total. Seja $\delta' : Q \cup \{\otimes\} \times E \to Q \cup \{\otimes\}$ a seguinte função total:

$$\delta'(q, e) = \begin{cases} \delta(q, e) & se\ q \in Q \land \delta(q, e) \in Q \\ \otimes & se\ q \notin Q \lor \delta(q, e) \notin Q \end{cases}$$

em que $\otimes$ é um estado novo, não pertencente a Q.

O autômato G é muito semelhante ao

$$G' = \langle Q \cup \{\otimes\}, E, \delta', q_0, Q_m \rangle$$

uma vez que a única diferença entre eles é que, em G', ao realizar-se uma transição que seria indefinida em G, alcança-se um estado do qual não se pode sair.

Como a função δ' é total, tem-se que

$$L(G') = E^\star$$

em termos do que se estabeleceu como linguagem gerada anteriormente. Pode-se, não obstante, modificar a definição dela de forma que G e G' sejam equivalentes em se tratando de linguagens:

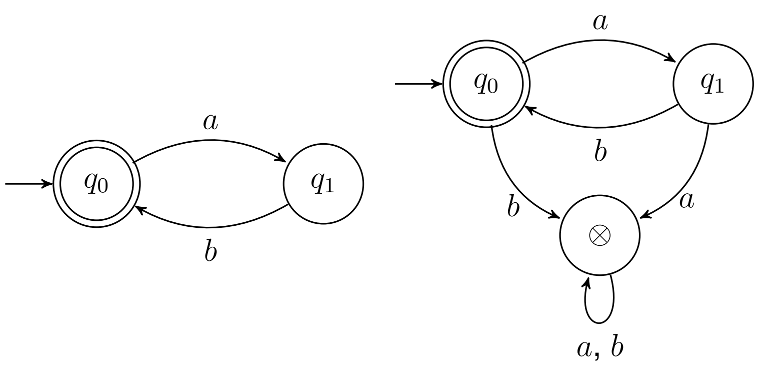
$$L'(G') = \{w \in E^\star \mid \hat{\delta}(q_0, w) \in Q \land \hat{\delta}(q_0, w) \neq \otimes\}$$

é a linguagem gerada pelo autômato G'. Então

$$L'(G') = L'(G) = L(G)$$

É possível visualizar a nova definição de AFD na Figura 5, que a exemplifica para um AFD de alfabeto $\{a, b\}$.

Figura 5 – Um AFD simples (à esquerda) e seu correspondente na definição com função de transição total (à direita)



Fonte: Elaborada pelo autor, 2019.

E OS BLOQUEIOS?

É evidente que um AFD cuja função de transição não é total pode ser modelado matematicamente utilizando funções totais. Isso é importante para que se possa representá-lo na linguagem do Coq.

4 SISTEMAS DE ENFILEIRAMENTO

Os sistemas de enfileiramento constituem importante classe de SEDs (CASSANDRAS; LAFORTUNE, 1999).

REFERÊNCIAS

CASSANDRAS, C. G.; LAFORTUNE, S. **Introduction to discrete event systems**. Boston: Kluwer Academic, 1999. ISBN 0792386094.

FERREIRA, A. B. d. H. **Míni Aurélio: o dicionário da língua portuguesa**. Curitiba: Editora Positivo, 2010. ISBN 978853854240-7.

HOPCROFT, J. E.; MOTWANI, R.; ULLMAN, J. D. **Introduction to automata theory, languages, and computation**. Boston: Pearson/Addison Wesley, 2007. ISBN 0321455363.

MENEZES, P. F. B. **Linguagens formais e autômatos**. Porto Alegre: Sagra-Luzzatto, 2005. ISBN 8524105542.