Institut Supérieur Des Arts Multimédias De Manouba - Université De Manouba

TEST

Matière : FMM	Date : 25/04/2013
Durée : 30 minutes	Classe : 1ière année ing 2
Documents : Non autorisés	
Enseignante : N. TEJ	

Nom :	Prénom :	Classe :

Exercice 1 : La Transformée en z (10 points)

Soit un système discret défini par l'équation aux différences suivante :

$$y[n]-y[n-1]=\frac{1}{2}(x[n]+x[n-1]-x[n-2]-x[n-3])$$

x[n] et y[n] désignent respectivement les signaux d'entrée et de sortie de filtre h[n]. On notera par X(z) et Y(z) leurs transformées en z respectives.

1. Calculer les premiers éléments de la réponse impulsionelle causale du système (jusqu'à n = 8), on donne pour $n<0$, $y[n]=x[n]=0$

   On rappelle que $\delta[n]=\begin{cases}1 & si\ n=0\\ 0 & si\ n\neq 0\end{cases}$
2. En déduire l'expression de y[n] en fonction de l'impulsion de Dirac, représenter graphiquement y[n].
3. admettant maintenant que l'équation aux différences précédente peut s'écrire:

   $y[n]=\frac{1}{2}x[n]+x[n-1]+\frac{1}{2}x[n-2]$

   En déduire l'expression de la fonction de transfert du filtre H(z).
4. Calculer les pôles et les zéros du H(z) et représenter les dans le plan complexe.
5. En déduire la transformée de Fourier du filtre H(w).

Exercice 2: La Transformée de Fourier (10 points)

1. Déterminer la transformée de Fourier de la fonction suivante :

$$x(t)=e^{-at}u(t) \quad avec \quad a>0$$

2. Dessiner son spectre d'amplitude $|H(w)|$

BON TRAVAIL

Correction Test du 25/04/2013

FMO - 1ᵉ année Ing 2.

Exercice 1 Transformée en Z (10 pts)

$$y[n] - y[n-1] = \frac{1}{2}\left(x[n] + x[n-1] - x[n-2] - x[n-3]\right)$$

1- $x[n] = \delta[n]$ et $x[n] = y[n] = 0$ pour $n < 0$

$y[0] = \frac{1}{2}$

$y[1] - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow y[1] = 1$

$y[2] - 1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow y[2] = \frac{1}{2}$ 2,25

$y[3] - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow y[3] = 0$

$y[4] - 0 = 0 \Rightarrow y[4] = 0$

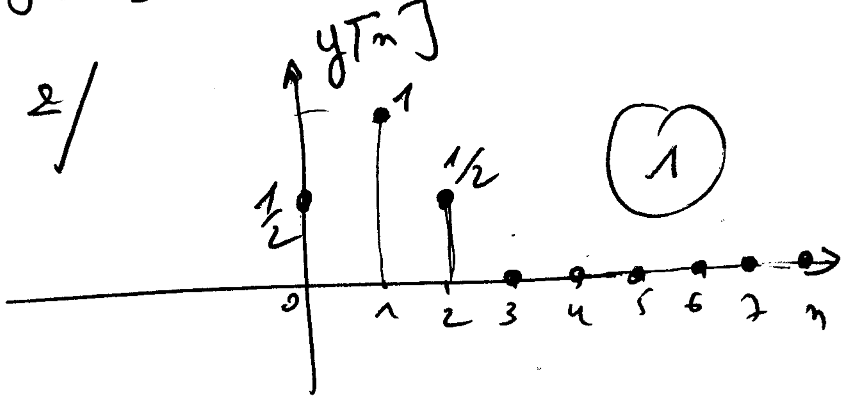
$y[5] = 0$

$y[6] = 0$

$y[7] = 0$

$y[8] = 0$

2/



1

2/ $y[n] = \frac{1}{2}\delta[n] + \delta[n-1] + \frac{1}{2}\delta[n-2]$ $\cancel{1}$,5

3/ $y[n] = \sum_{n=0}^{N-1} a_m x[n-m]$ avec $a_m = h[m]$

$$\Rightarrow y[n] = \frac{1}{2}x[n] + x[n-1] + \frac{1}{2}x[n-2]$$

$$\Rightarrow Y[Z] = \frac{1}{2} X[Z] + Z^{-1} X[Z] + \frac{1}{2} Z^{-2} X(Z) \quad 0,5$$

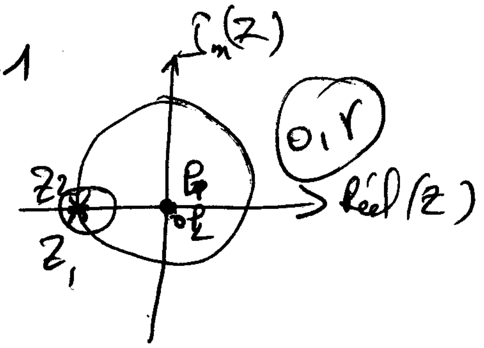
$$\Rightarrow H(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{1}{2} + Z^{-1} + \frac{1}{2} Z^{-2} \quad 1$$

4°/ $$H(Z) = \frac{Z^2 + 2Z + 1}{Z^2} = \frac{N(Z)}{D(Z)} \quad 0,5$$

les zéros $\Rightarrow N(Z) = 0$

$\Delta = 4 - 4 = 0 \quad \Rightarrow Z_1 = Z_2 = -1$ 0,5

les Pôles $\Rightarrow D(Z) = 0$ 0,50



0,5

5) $$H(\omega) = H(Z)\Big|_{Z=e^{j\omega}} = \frac{1}{2} Z^{-2} + Z^{-1} + \frac{1}{2}\Big|_{Z=e^{j\omega}}$$

$$= \frac{1}{2} e^{-2j\omega} + e^{-j\omega} + \frac{1}{2} \quad 1,5$$

<u>Exercice 2</u> (10 pts)

$x(t) = e^{-at} u(t)$ avec $a > 0$. $u(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

1/ $$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-at} u(t) e^{-j\omega t} dt = \int_0^{\infty} e^{-at} e^{-j\omega t} dt$$

$$= \int_0^{\infty} e^{-(a+j\omega)t} dt = \frac{-1}{a+j\omega} \left[e^{-(a+j\omega)t} \right]_0^{\infty} \quad 5$$

$$= \frac{-1}{a+j\omega} \left(e^{-\infty} - e^0 \right) = \frac{1}{a+j\omega}$$

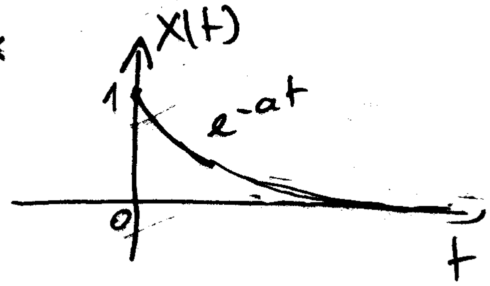
2/ Son spectre d'amplitude :

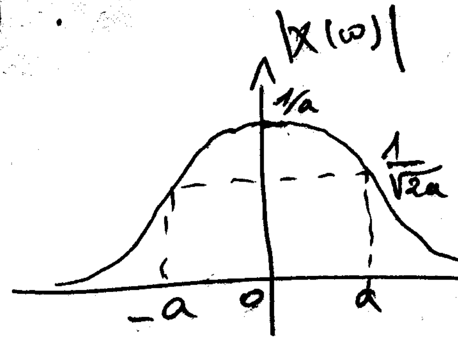
* $|X(\omega)| = \dfrac{1}{\sqrt{a^2+\omega^2}}$ 2,5

son spectre de phase (à titre indicatif)

* $\theta(\omega) = -\,\mathrm{Arctg}\left(\dfrac{\omega}{a}\right)$.

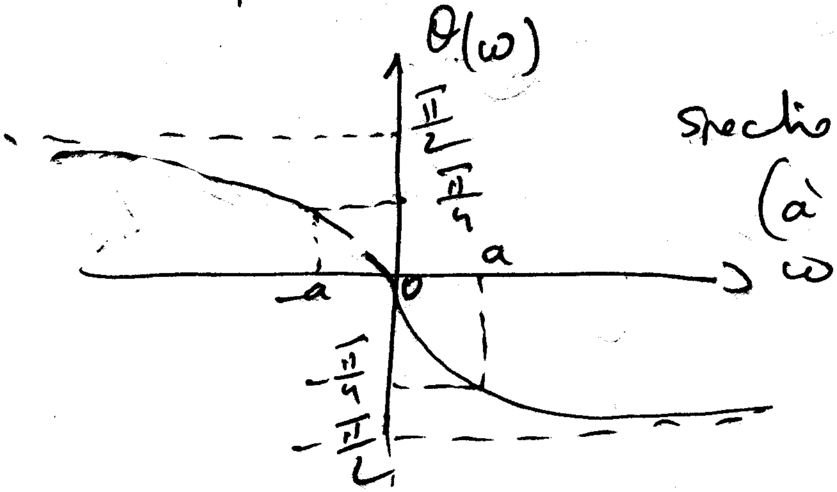
*





spectre d'amplitude

2,5



spectre de phase (à titre indicatif)