Institut Supérieur Des Arts Multimédias De Manouba - Université De Manouba

# TEST

| | | |
|---|---|---|
| Matière : FMM | | Date : 24/04/2013 |
| Durée : 30 minutes | | Classe : 1ière année ing 1 |
| Documents : Non autorisés | | |
| Enseignante : N. TEJ | | |
| Nom : | Prénom : | Classe : |

**Exercice 1** : La Transformée en z (10 points)

Lors de la transmission des données vidéo dans un réseau local, on a besoin d'un filtre h[n] numérique pour la rejection du bruit. Le filtre h[n] est défini par l'équation de récurrence suivante :

$$y[n] = x[n-1] - x[n-3] - y[n-2]$$

x[n] et y[n] désignent respectivement les signaux d'entrée et de sortie de filtre h[n]. On notera par X(z) et Y(z) leurs transformées en z respectives.

1. Trouver la relation entre X(z) et Y(z).
2. En déduire l'expression de la fonction de transfert du filtre H(z).
3. Calculer les pôles et les zéros du H(z) et représenter les dans le plan complexe.
4. En déduire la transformée de Fourier du filtre H(w).
5. Calculer le spectre d'amplitude $|H(w)|$.

**Exercice 2**: La Transformée de Fourier (10 points)

1. Déterminer la transformée de Fourier de la fonction suivante :

$$x(t) = e^{-|at|} \quad avec \quad a > 0$$

2. Dessiner son spectre d'amplitude $|H(w)|$

**BON TRAVAIL**

Correction Test du 24/04/2013

FMM - 1<sup></sup>ère année Ing 1

<u>Exercice 1</u> Transformée en Z 10 pts

$$y[n] = x[n-1] - x[n-3] - y[n-2].$$

1) $T.Z.\{y[n] + y[n-2]\} = T.Z.\{x[n-1] - x[n-3]\}$

$$\Rightarrow Y(Z) + Z^{-2}Y(Z) = Z^{-1}X(Z) - Z^{-3}X(Z)$$

$$\Rightarrow (1+Z^{-2})Y(Z) = (Z^{-1} - Z^{-3})X(Z)$$ 1,5

2) $H(Z) = \dfrac{Y(Z)}{X(Z)} = \dfrac{Z^{-1} - Z^{-3}}{1+Z^{-2}}$ 2

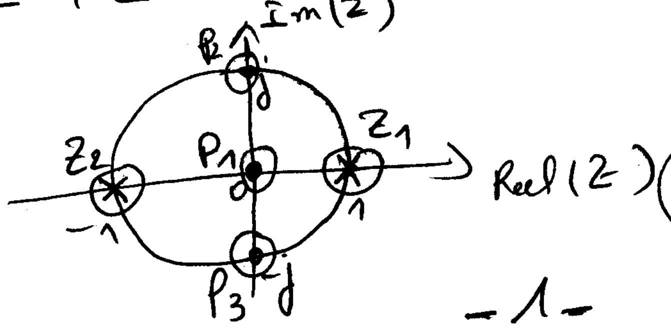
3) $H(Z) = \dfrac{Z^2 - 1}{Z^3 + Z} = \dfrac{N(Z)}{D(Z)}$ 1

* les zéros : $N(Z) = 0$

$\Rightarrow Z^2 - 1 = 0 \Rightarrow (Z-1)(Z+1) = 0$ 1 $\Rightarrow \begin{cases} Z_1 = 1 \\ Z_2 = -1 \end{cases}$

* les pôles $D(Z) = 0$

$\Rightarrow Z^3 + Z = 0 \Rightarrow Z(Z^2+1) = 0$ 1,5 $\Rightarrow \begin{cases} P_1 = 0 \\ P_2 = j \\ P_3 = -j \end{cases}$




1,25

4/-

$$H(\omega) = H(z)\Big|_{z=e^{j\omega}} = \frac{z^{-1}-z^{-3}}{1+z^{-2}}\Bigg|_{z=e^{j\omega}}$$

$$= \frac{e^{-j\omega}-e^{-3j\omega}}{1+e^{-2j\omega}}$$

1,5

5/ $$|H(\omega)| = \left|\frac{e^{-2j\omega}}{e^{-j\omega}}\frac{(e^{j\omega}-e^{-j\omega})}{(e^{j\omega}+e^{-j\omega})}\right|$$

1,25

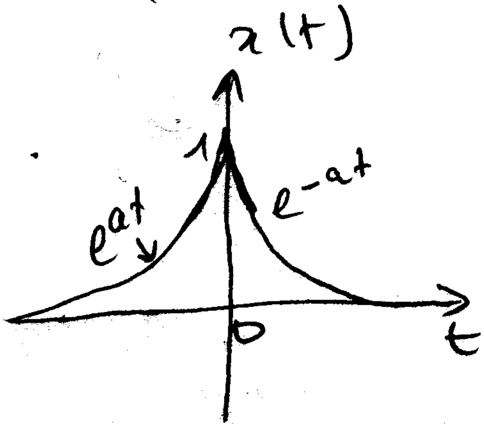
$$= \left| e^{-j\omega}\frac{\cancel{2}j\sin(\omega)}{\cancel{2}\cos\omega}\right|$$

$$= |tg(\omega)|$$

Exercice 2 Transformée de Fourier (10pts)

$x(t) = e^{-|at|}$ avec $a>0$.

$$= \begin{cases} e^{-at} & \text{si } t>0 \\ e^{at} & \text{sinon} \end{cases}$$




1

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{0} e^{at} e^{-j\omega t}\, dt + \int_{0}^{+\infty} e^{-at} e^{-j\omega t}\, dt$$

$$= \int_{-\infty}^{0} e^{(a-j\omega)t}\, dt + \int_{0}^{\infty} e^{-(a+j\omega)t}\, dt$$

$$= \frac{1}{a-j\omega}\left[e^{(a-j\omega)t}\right]_{-\infty}^{0} - \frac{1}{a+j\omega}\left[e^{-(a+j\omega)t}\right]_{0}^{+\infty}$$

5 pts

$$= \frac{1\cdot(e^{0}-e^{-\infty})}{a-j\omega} - \frac{1(e^{-\infty}-e^{0})}{a+j\omega} = \frac{1}{a-j\omega} + \frac{1}{a+j\omega} = \frac{2a}{a^2+\omega^2}$$

Son spectre d'amplitude

$$|H(\omega)| = \frac{2a}{a^2+\omega^2} > 0$$

4 pts