

**Задача 1:**

$$-\Delta u + \alpha u = f(x, y), 0 < x^2 + y^2 < R, 0 < y < \pi,$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{y=0} = g(x, y), x^2 + y^2 = R^2,$$

$$u|_{y=0} = h(x, y), x^2 + y^2 = R^2,$$

Уравнение сводится к вариационной задаче:

$$a = (\nabla u, \nabla v) dx + \alpha \cdot u v ds, \quad L = f v dx + g v ds.$$

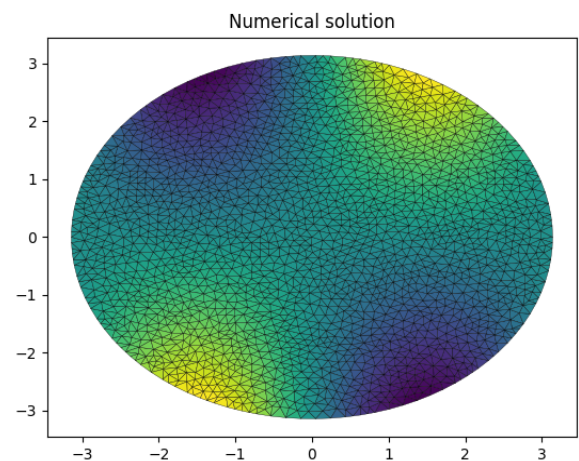
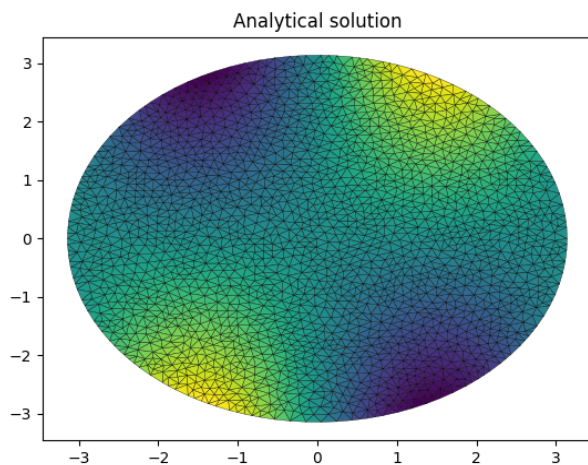
Результат:

**1.**

```
error_L2 = 0.035259777167802285
error_C = 0.0139056904468
```

Рассматриваются следующие функции:  $u = h = 3y \sin(x)$ ,  $\alpha = 2$ ,

$$f = (1 + \alpha)3y \sin(x), \quad g = 3y \cos(x) \frac{x}{R} + 3 \sin(x) \frac{y}{R}, \quad R = \pi.$$

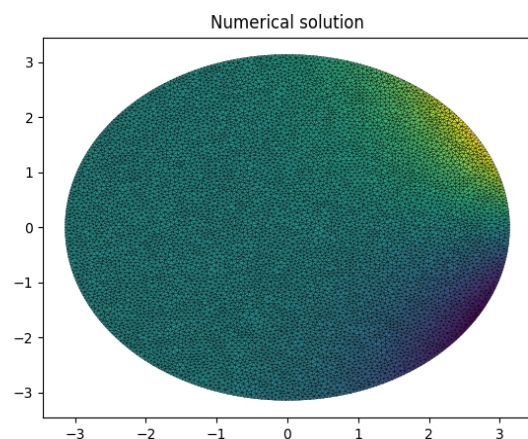
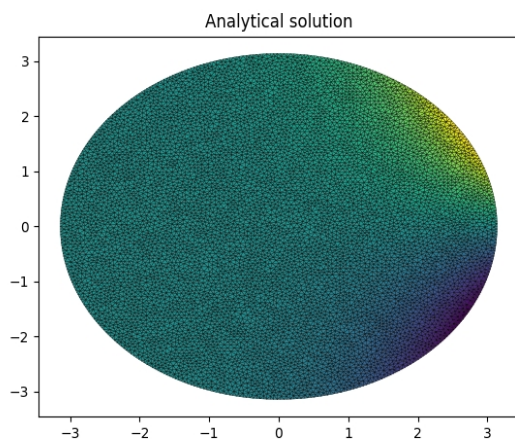


**2.**

```
error_L2 = 0.08844939260309337
error_C = 0.058674814189
```

Рассматриваются следующие функции:  $u = h = 5ye^x - 2$ ,  $\alpha = -1$ ,

$$f = (-1 + \alpha)5ye^x - 2\alpha, \quad g = -5ye^x \frac{x}{R} - 5e^x \frac{y}{R}, \quad R = \pi$$

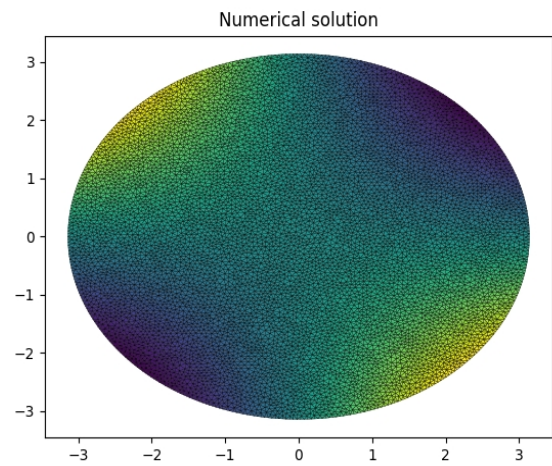
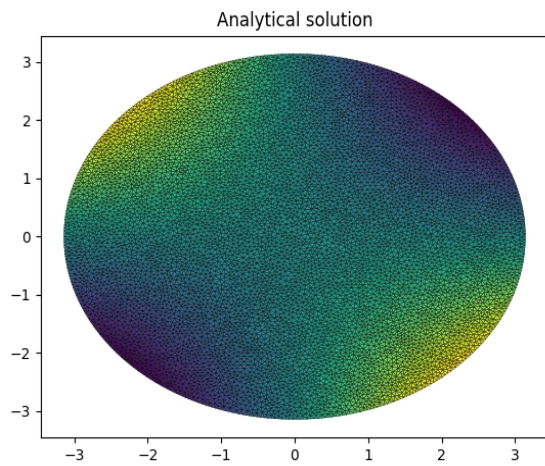


3.

```
error_L2 = 0.001671692507627931  
error_C = 0.00052737334595
```

Рассматриваются следующие функции:  $u = h = -xy$ ,  $\alpha = 10$ ,  $f = -\alpha xy$ ,

$$g = y \frac{x}{R} + x \frac{y}{R}, \quad R = \pi$$



## Задача 2:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \gamma \Delta u + f(x, y, t), 0 < x^2 + y^2 < R, 0 < y < \pi,$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{y>0} = g(x, y, t), x^2 + y^2 = R^2,$$

$$u|_{y<0} = h(x, y, t), x^2 + y^2 = R^2,$$

Уравнение сводится к вариационной задаче:

$$a = \gamma dt (\nabla u, \nabla v) dx + uv dx \quad L = (u_i + dt f) v dx + \gamma dt g v ds.$$

## Результат:

### 1.

Рассматриваются следующие функции:

$$u = h = 1 + x^2 + \alpha y^2 + \beta t,$$

$$\gamma = 1.2, \quad \alpha = 2, \quad \beta = 3,$$

$$f = \beta - 2\gamma(1 + \alpha),$$

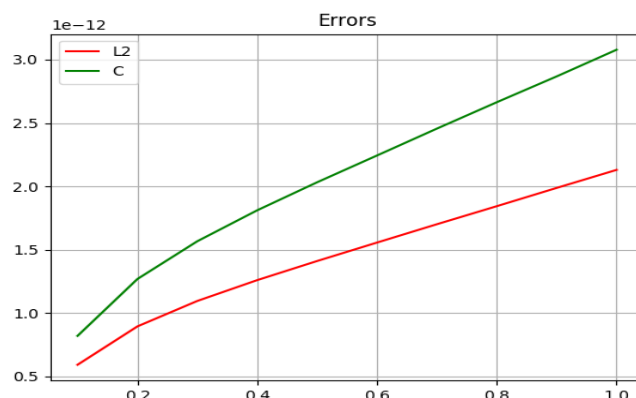
$$g = 2x \frac{x}{R} + 2\alpha y \frac{y}{R}, \quad R = \pi.$$

Исходная функция:

[https://github.com/filatovamaria/Python\\_Task\\_4/blob/master/Analit1.gif](https://github.com/filatovamaria/Python_Task_4/blob/master/Analit1.gif)

Полученная функция:

[https://github.com/filatovamaria/Python\\_Task\\_4/blob/master/Solved1.gif](https://github.com/filatovamaria/Python_Task_4/blob/master/Solved1.gif)



### 2.

Рассматриваются следующие функции:

$$u = h = 3y \sin(x)t, \quad \gamma = 2,$$

$$f = (1 + yt)3y \sin(x),$$

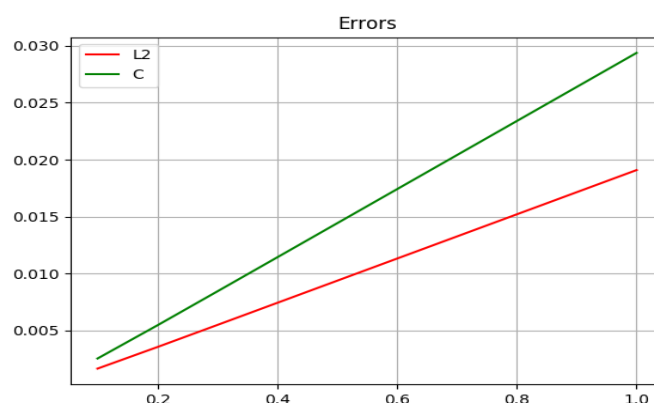
$$g = 3y \cos(x) \frac{x}{R} t + 3 \sin(x) \frac{y}{R} t, \quad R = \pi.$$

Исходная функция:

[https://github.com/filatovamaria/Python\\_Task\\_4/blob/master/Analit2.gif](https://github.com/filatovamaria/Python_Task_4/blob/master/Analit2.gif)

Полученная функция:

[https://github.com/filatovamaria/Python\\_Task\\_4/blob/master/Solved2.gif](https://github.com/filatovamaria/Python_Task_4/blob/master/Solved2.gif)



### 3.

Рассматриваются следующие функции:

$$u = h = -xyt, \quad \gamma = 10, \quad f = 0,$$

$$g = yt \frac{x}{R} + xt \frac{y}{R}, \quad R = \pi.$$

Исходная функция:

[https://github.com/filatovamaria/Python\\_Task\\_4/blob/master/Analit3.gif](https://github.com/filatovamaria/Python_Task_4/blob/master/Analit3.gif)

Полученная функция:

[https://github.com/filatovamaria/Python\\_Task\\_4/blob/master/Solved3.gif](https://github.com/filatovamaria/Python_Task_4/blob/master/Solved3.gif)

