

UKBM MATEMATIKA

SMA Negeri 1 Jember



Persamaan dan Pertidaksamaan Logaritma

MATEMATIKA

Semester 1

3JP x 5



3.1 Mendeskripsikan dan menentukan penyelesaian fungsi eksponensial dan fungsi logaritma menggunakan masalah kontekstual, serta keberkaitanannya



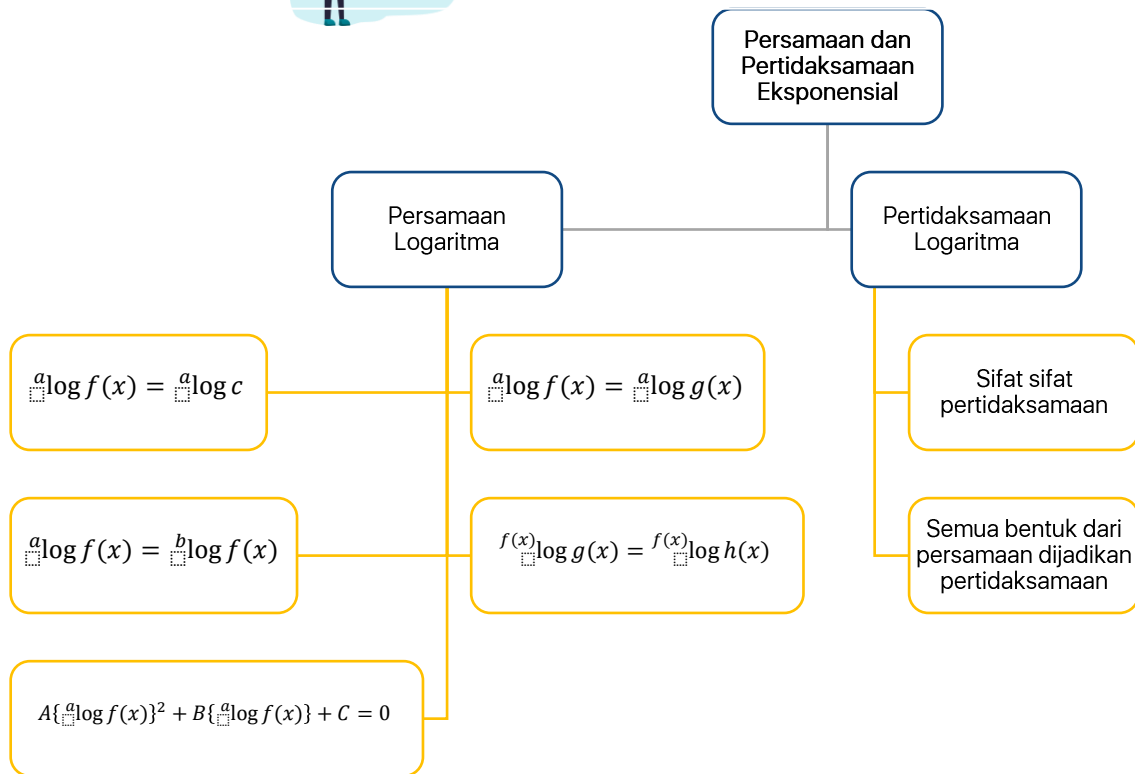
4.1 Menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial dan fungsi logaritma.

Tujuan Pembelajaran:

Melalui proses pembelajaran materi persamaan dan pertidaksamaan logaritma peserta didik diharapkan dapat memahami dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan dan pertidaksamaan logaritma.



Peta Konsep



Pendahuluan

Untuk mengawali proses belajar pada UKBM ini, mari memahami masalah berikut ini.



Ayo Bernalar

Masalah Persamaan Logaritma

Kadar pH suatu larutan didefinisikan sebagai fungsi logaritma $p(t) = -\log t$ dengan t adalah konsentrasi ion hidrogen dalam mol/L. Jika diketahui $pH = 7$, berapa konsentrasi ion hidrogen?

Rumus waktu paruh suatu unsur radioaktif dituliskan dalam bentuk

eksponensial sebagai $N_t = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ dengan T adalah waktu paruh, t

adalah waktu, N_0 adalah banyak unsur mula-mula dan N_t adalah banyak unsur setelah t tahun. Jika diketahui waktu paruh karbon 5.700 tahun, dan sisa karbon pada suatu fosil 5%, berapakah umur fosil yang ditemukan?



Kegiatan Inti

AKTIVITAS 1.1 Memahami Persamaan dan Sifat Logaritma

Persamaan logaritma adalah persamaan yang mengandung variabel x dalam tanda logaritma atau persamaan yang mengandung variabel x sebagai bilangan pokok suatu logaritma.

Contoh: (a) ${}^2\log x = 7$

(b) ${}^{x+1}\log 81 = 4$

(c) ${}^x\log 5 = {}^2\log 10x$

(d) ${}^6\log(x-1) = {}^6\log(2x+2)$

(e) ${}^{4-x}\log(9-x) = 2$

Sifat Logaritma

Untuk menyelesaikan persamaan logaritma, digunakan beberapa sifat logaritma yang telah dipelajari.

Jika x dan y bilangan real positif, a , b , m , dan n bilangan real, $a > 0$, $a \neq 1$, dan $b > 0$, maka:

1. ${}^a\log a = 1$
2. ${}^a\log 1 = 0$
3. ${}^a\log x + {}^a\log y = {}^a\log xy$
4. ${}^a\log x - {}^a\log y = {}^a\log \frac{x}{y}$
5. ${}^a\log x^n = n {}^a\log x$
6. ${}^m\log x^n = \frac{n}{m} {}^a\log x$
7. ${}^a\log x = \frac{1}{{}^x\log a} = \frac{{}^b\log x}{{}^b\log a}$
8. ${}^a\log b \cdot {}^b\log x = {}^a\log x$
9. $a^{{}^a\log x} = x$

Setelah kalian memahami uraian di atas, maka selesaikan permasalahan berikut.

Diberikan beberapa persamaan di bawah ini.

1. ${}^2\log 64 - {}^2\log 16 = x$
2. ${}^3\log 27 + x^2 = x + {}^9\log 243$
3. ${}^2\log(2x - 1) = 8$
4. ${}^{x-2}\log 72 - {}^{x^2-4}\log 36 = 2$

Apakah semua merupakan persamaan logaritma? Jelaskan jawabanmu dan jawab dalam buku kerja kalian.

Apabila kalian telah mampu menyelesaikan permasalahan di atas, maka kalian bisa melanjutkan ke aktivitas 1.2

AKTIVITAS 1.2 Menyelesaikan Persamaan Logaritma



Mari Beraktivitas

Untuk mengetahui lebih jauh lakukan kegiatan berikut.

1. Bacalah konsep menentukan himpunan penyelesaian, persamaan logaritma beserta contoh soal dan penyelesaiannya.
2. Kemudian kerjakan latihan di bawah ini dengan kelompok belajar kalian pada buku tugas kalian.

1. Tentukan penyelesaian persamaan berikut ini.
 - a. ${}^2\log x + {}^2\log(x - 2) = 3$
 - b. ${}^2\log(x^2 - 2x + 1) = {}^2\log(2x^2 - 2)$
2. Tentukan himpunan penyelesaian persamaan ${}^3\log(x^2 - 5x + 7) = {}^7\log(x^2 - 5x + 7)$
3. Tentukan penyelesaian persamaan berikut.
 - a. $\log(2x - 3) + \log(x - 3) = \log 7$
 - b. $\log(3x + 2) - 2\log x = 1 - \log(5x - 3)$
 - c. ${}^{0,25}\log(x - 4) + {}^{16}\log(x + 3) = 0$
 - d. $\log(\log(3x + 4) + 2) = \log 4$
4. Tentukan penyelesaian persamaan berikut ini.
 - a. ${}^x\log(x^4 - 9x^2 + 9) = 2$
 - b. ${}^{x+1}\log(x^2 - 3) = {}^{x+1}\log(x + 3)$
5. Tentukanlah penyelesaian persamaan berikut ini.
 - a. ${}^2\log^2(2x - 2) - {}^2\log(2x - 2) = 2$
 - b. $\log \log x = \log(\log x + 12) - \log \log x$

6. Jika x_1 dan x_2 adalah penyelesaian $\log\left(x - \frac{3}{x} + 14\right) = 1$, tentukan nilai $x_1 + x_2$
7. Jika x_1 dan x_2 adalah penyelesaian $(4 - \log x)\log x = \log 1000$, tentukan nilai $x_1 x_2$
8. Jika p dan q adalah penyelesaian $2\left({}^4\log x\right)^2 - 6\left({}^4\log \frac{x}{2}\right) + 1 = 0$, tentukan nilai $x_1 + x_2 + x_1 x_2$

Apabila kalian sudah mampu menyelesaikan soal di atas, maka kalian dapat melanjutkan pada aktivitas belajar 1.3

AKTIVITAS 1.3 Pertidaksamaan Logaritma

Dari grafik fungsi logaritma diperoleh sifat sebagai berikut.

- Untuk fungsi monoton naik ($a > 1$),
jika ${}^a\log f(x) \geq {}^a\log g(x)$, maka $f(x) \geq g(x)$, dan
jika ${}^a\log f(x) \leq {}^a\log g(x)$, maka $f(x) \leq g(x)$
keduanya dengan syarat $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$.
- Untuk fungsi monoton turun ($0 < a < 1$),
jika ${}^a\log f(x) \geq {}^a\log g(x)$, maka $f(x) \leq g(x)$, dan
jika ${}^a\log f(x) \leq {}^a\log g(x)$, maka $f(x) \geq g(x)$
keduanya dengan syarat $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$.



Mari Beraktivitas

1. Bacalah materi Pertidaksamaan Logaritma pada buku siswa.
2. Diskusikan dengan temanmu LKS 6 (Lembar Kerja Siswa 6) pada buku siswa halaman nomor 2, 3, 5, 7, dan 9. Kemudian tuliskan jawabanmu di buku tugas masing-masing.

Tentukan Himpunan Penyelesaian dari pertidaksamaan berikut

1. $\log(x+9) + \log x > \log 10$
2. $\frac{1}{3}\log(x^2 - x - 6) > \frac{1}{3}\log(x^2 - 2x)$
3. $\left({}^2\log x\right)^2 - 2\frac{1}{2}{}^2\log x + 1 < 0$
4. $\left({}^2\log x\right)^2 - 3{}^2\log x + 1 \geq {}^2\log x - 2$
5. ${}^2\log(x^2 - 2x) < 3$

Apabila kalian sudah mampu menyelesaikan soal di atas, maka kalian bisa melanjutkan ke "Soal Aplikasi" di bawah ini.

Soal Aplikasi

1. Pak Anto menginvestasikan uang sebesar Rp50.000.000,00 dengan suku bunga majemuk 24% per tahun yang dihitung bulanan. Apabila Pak Anto ingin uangnya menjadi tiga kali lipat, berapa bulan ia harus menunggu?
2. Jika suatu barang yang dihasilkan sebanyak P unit per hari dan selama t hari kerja, produksi ditentukan oleh rumus fungsi $P = 200(1 - e^{-0,1t})$ dengan $e \approx 2,72$. Berapa hari yang diperlukan untuk memproduksi 100 unit?



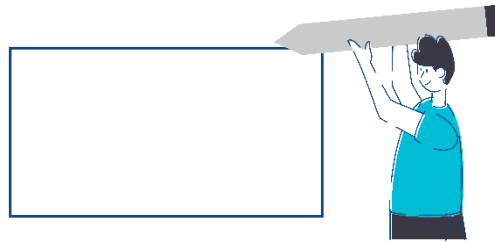
Refleksi Diri

Setelah kalian melakukan serangkaian proses belajar pada UKBM ini, maka centanglah (✓) pada setiap kompetensi berikut untuk menjelaskan kalian paham atau belum paham.

No.	Indikator Kompetensi	Tingkat Pemahaman			
		Menurut Siswa (Penilaian diri)		Menurut Guru	
		Paham	Belum	Paham	Belum
1	Memahami sifat-sifat logaritma				
2	Memahami himpunan penyelesaian dari setiap bentuk persamaan logaritma				
3	Menentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma				
4	Menggunakan konsep persamaan logaritma untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan persamaan logaritma				
5	Menggunakan konsep pertidaksamaan logaritma untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan pertidaksamaan logaritma				

Dimana posisimu?

Ukurlah diri kalian melalui tes formatif dalam menguasai materi persamaan dan pertidaksamaan logaritma dalam rentang 0 – 100, tuliskan dalam kotak yang tersedia.



Setelah kalian menuliskan penguasaanmu, lanjutkan dengan kegiatan berikut untuk mengevaluasi penguasaan tersebut.

Cek Penguasaan

Agar dapat dipastikan bahwa kalian telah menguasai materi persamaan dan pertidaksamaan logaritma, maka kerjakan soal berikut secara mandiri di buku kerja kalian masing-masing.

Kerjakan Evaluasi Pemahaman dan Penguasaan Materi halaman 91 nomor 1 – 5.

Aku Siap!

Berdasarkan hasil belajar saya dan check list pada tabel di atas maka saya menyatakan:

- ☐ Siap untuk mengikuti tes formatif
- ☐ Belum siap untuk mengikuti tes formatif

Rekomendasi dari guru pengajar.

.....

.....

.....

Tanda tangan
guru pengajar

.....