

UKBM MATEMATIKA

SMA Negeri 1 Jember



Fungsi Eksponensial

MATEMATIKA

Semester 1

3JP x 3



3.1 Mendeskripsikan dan menentukan penyelesaian fungsi eksponensial dan fungsi logaritma menggunakan masalah kontekstual, serta keberkaitanannya



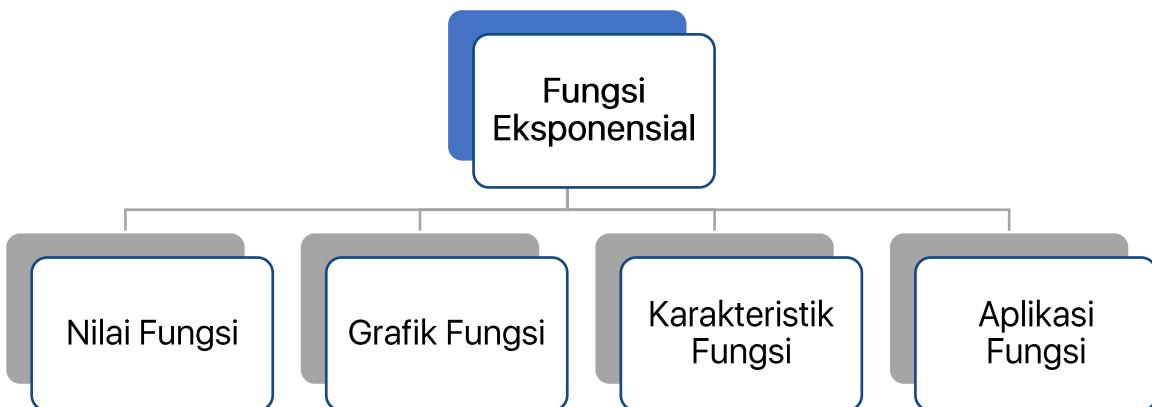
4.1 Menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial dan fungsi logaritma.

Tujuan Pembelajaran:

Melalui proses pembelajaran materi fungsi eksponensial peserta didik diharapkan dapat memahami dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial.



Peta Konsep



Pendahuluan

Untuk mengawali proses belajar pada UKBM ini, mari melakukan kegiatan "Ayo Bernalar"



Ayo Bernalar

Pendahuluan Fungsi Eksponensial

Sistem air di pedesaan sering terkontaminasi oleh bakteri E. Coli. Misalkan wadah air di tempati oleh 3 bakteri. Jumlah populasi bakteri dalam wadah menjadi dua kali lipat setiap 20 menit dengan model eksponensial $P = 2^t$, dengan $t \geq 0$ menyatakan waktu.

Setelah 24 jam, berapa jumlah populasi bakteri E. Coli yang ada di dalam wadah?

Untuk dapat menyelesaikan persoalan tersebut, silakan kalian lanjutkan ke kegiatan belajar berikut.

Bukalah dua situs berikut dan cermati materinya.

- <https://www.konsep-matematika/2016/10/fungsi-eksponen-dan-penerapannya.html>
- <https://www.konsep-matematika/2015/07/sifat-sifat-eksponen-atau-perpangkatan.html>



Kegiatan Inti

AKTIVITAS 1.1 Memahami Fungsi Logaritma

Fungsi eksponensial f dengan bilangan pokok a adalah fungsi yang memetakan setiap bilangan real x ke a^x dengan $a > 0$, $a \neq 1$, dapat ditulis sebagai:

$$f(x) = a^x, \text{ dengan } a > 0, a \neq 1$$



Mari Beraktivitas

Contoh: $f(x) = 3^x$, untuk $x \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$$\text{Untuk } x = -2, f(-2) = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$\text{Untuk } x = -1, f(-1) = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

...

$$\text{Untuk } x = 0, f(0) = 3^0 = \dots$$

$$\text{Untuk } x = 1, f(1) = \dots$$

$$\text{Untuk } x = 2, f(2) = \dots$$

Untuk lebih memahami nilai fungsi eksponensial, bacalah pengertian fungsi eksponensial pada Buku Siswa Matematika SMA/MA Kelas X Kelompok Peminatan (Sukino, 2016. Jakarta: Erlangga).



Cobalah...

Tentukan nilai fungsi berikut:

$$1. \ g(x) = 4^{x+3}, \text{ untuk } x \in \left\{-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, 2\right\}$$

$$2. \ h(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1}, \text{ untuk } x \in \{-1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$3. \ k(x) = \frac{4^x - 1}{2}, \text{ untuk } x \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

Apabila kalian telah mampu menyelesaikan permasalahan di atas, maka kalian bisa melanjutkan ke aktivitas 1.2

AKTIVITAS 1.2 Grafik Fungsi Logaritma



Mari Beraktivitas

Bacalah materi melukis grafik fungsi logaritma $y = a^x$ pada buku Matematika Peminatan SMA/MA Kelas X.

Terlebih dahulu siapkanlah satu lembar kertas grafik atau kertas kotak, kemudian kerjakan soal di bawah ini.

- Lengkapi titik-titik pada tabel di bawah ini.

	x	f(x)	titik		X	f(x)	titik
$f(x) = 2^x$	-3	$\frac{1}{8}$	$(-3, \frac{1}{8})$	$h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	-3	8	$(-3, 8)$
	-2		-2
	-1		-1
	0		0
	1		1
	2		2
	3		3

- Selanjutnya
 - Hubungkan titik-titik yang Anda peroleh pada no.1 untuk menggambar grafik $f(x) = 2^x$ pada kertas yang sudah Anda siapkan.
 - Hubungkan titik-titik yang Anda peroleh pada no.1 untuk menggambar grafik $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ pada kertas yang sudah Anda siapkan.
 - Gambarlah kedua grafik tersebut dalam satu diagram Cartesius.
- Perhatikan grafik fungsi eksponensial $f(x) = 2^x$ saja dan jawab pertanyaan berikut.
 - Apakah grafik memotong sumbu Y? Jika iya, di titik berapa?
 - Apakah grafik menyentuh dan memotong sumbu X?
- Perhatikan grafik fungsi eksponensial $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ saja dan jawab pertanyaan berikut.
 - Apakah grafik memotong sumbu Y? Jika iya, di titik berapa?
 - Apakah grafik menyentuh dan memotong sumbu X?

5. Perhatikan kedua grafik eksponensial pada no. 2, kemudian jawablah pertanyaan berikut.
 - a. Kedua grafik memotong sumbu ... di titik (..., ...)
 - b. Kedua grafik hanya terdapat di atas sumbu ... karena ... selalu positif untuk semua nilai.
 - c. Kedua grafik tidak pernah memotong sumbu ... sebagai asimtot datar.
6. Berdasarkan grafik no. 2, maka akan terlihat bahwa grafik $f(x) = 2^x$ dan $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ saling simetris. Dengan demikian, grafik dapat diperoleh dari ... terhadap sumbu ... atau sebaliknya.

Setelah mampu menyelesaikan soal grafik di atas, untuk mengembangkan kemampuan kalian, kerjakan "Soal Aplikasi" berikut.



Soal Aplikasi

1. Diketahui jumlah penduduk Indonesia pada tahun 2010 sekitar 230 juta jiwa dengan laju pertumbuhan 2% per tahun.
 - a. Tentukan model fungsi jumlah penduduk Indonesia tersebut.
 - b. Tentukan jumlah penduduk Indonesia pada tahun 2020.
2. Kolera merupakan penyakit yang menyerang usus, disebabkan oleh bakteri kolera yang berkembang biak secara eksponensial dengan membelah selnya dan dinyatakan dengan rumus $N = N_0 \cdot e^{1,336t}$ dengan N adalah jumlah bakteri yang muncul selama t jam dan N_0 adalah jumlah bakteri pada permulaan ($t = 0$). Jika di awal terdapat 10 bakteri, tentukan banyak bakteri yang akan muncul dalam waktu 1 jam dan 0,5 jam.
 $e = 2,7182183$ (gunakan kalkulator untuk penghitungan)



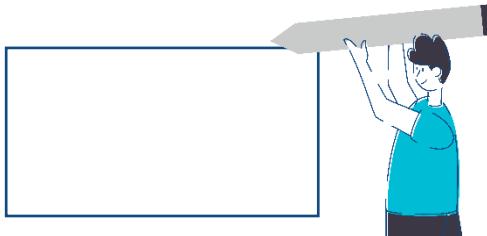
Refleksi Diri

Setelah kalian melakukan serangkaian proses belajar pada UKBM ini, maka centanglah (✓) pada setiap kompetensi berikut untuk menjelaskan kalian paham atau belum paham.

No.	Indikator Kompetensi	Tingkat Pemahaman			
		Menurut Siswa (Penilaian diri)		Menurut Guru	
		Paham	Belum	Paham	Belum
1	Memahami fungsi eksponensial				
2	Menghitung nilai dari fungsi eksponensial				
3	Menggambar grafik fungsi eksponensial				
4	Menentukan domain, range, titik potong dan asimtot grafik fungsi eksponensial				
5	Menyelesaikan masalah kontestual yang berkaitan dengan fungsi eksponensial				

Dimana posisimu?

Ukurlah diri kalian melalui tes formatif dalam menguasai materi persamaan dan pertidaksamaan logaritma dalam rentang 0 – 100, tuliskan dalam kotak yang tersedia.



Setelah kalian menuliskan penguasaanmu, lanjutkan dengan kegiatan berikut untuk mengevaluasi penguasaan tersebut.

Cek Penguasaan

Agar dapat dipastikan bahwa kalian telah menguasai materi fungsi logaritma, maka kerjakan soal berikut secara mandiri di buku kerja kalian masing-masing.

1. Menggambar grafik fungsi eksponensial $f(x) = a^x$, untuk $a > 1$
Sketsalah grafik kemudian tentukanlah daerah asal, daerah hasil (range), asimtot datar dari fungsi
 - $f(x) = -2^x$
 - $f(x) = 2^{x+1}$
2. Menggambar grafik fungsi eksponensial $f(x) = a^x$, untuk $0 < a < 1$
Sketsalah grafik kemudian tentukanlah daerah asal, daerah hasil (range), asimtot datar dari fungsi
 - $f(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$
 - $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

Aku Siap!

Berdasarkan hasil belajar saya dan check list pada tabel di atas maka saya menyatakan:

- Siap untuk mengikuti tes formatif
- Belum siap untuk mengikuti tes formatif

Rekomendasi dari guru pengajar.

Tanda tangan
guru pengajar