

UKBM MATEMATIKA

SMA Negeri 1 Jember



Fungsi Logaritma

MATEMATIKA

Semester 1

3JP x 3



3.1 Mendeskripsikan dan menentukan penyelesaian fungsi eksponensial dan fungsi logaritma menggunakan masalah kontekstual, serta keberkaitanannya



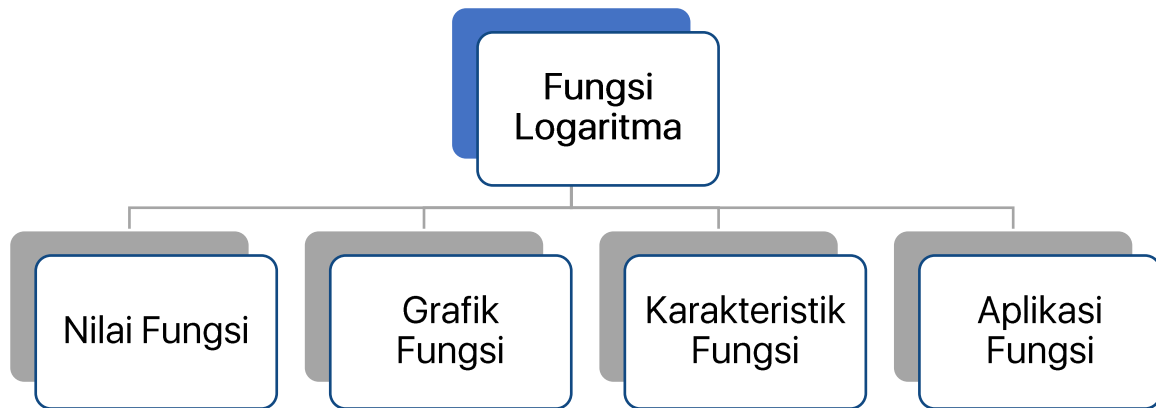
4.1 Menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial dan fungsi logaritma.

Tujuan Pembelajaran:

Melalui proses pembelajaran materi fungsi eksponensial peserta didik diharapkan dapat memahami dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi logaritma.



Peta Konsep



Pendahuluan

Untuk mengawali proses belajar pada UKBM ini, mari memahami masalah berikut ini.



Ayo Bernalar

Masalah Fungsi Logaritma

Gempa bumi yang terjadi di provinsi Aceh pada 26 Desember 2004 memiliki kekuatan 8,9 skala Richter. Adapun gempa bumi yang terjadi di Palu pada 24 Januari 2005 berkekuatan 6,2 skala Richter. Berapa kali lebih kuat

intensitas gempa bumi di Aceh? (kekuatan gempa dirumuskan $M(I) = \log \frac{I}{I_0}$,

dengan I adalah intensitas gempa yang diukur dan I_0 adalah intensitas minimum)

1. Bisakah kalian menghitung besarnya intensitas gempa di Aceh?
2. Berapakah besar intensitas gempa di Palu?
3. Besar mana intensitas gempa antara Aceh dan Palu?

Untuk dapat menyelesaikan persoalan tersebut, silakan kalian lanjutkan ke kegiatan belajar berikut.



Kegiatan Inti

AKTIVITAS 1.1 Memahami Fungsi Logaritma

Fungsi logaritma merupakan invers dari fungsi eksponen. Fungsi logaritma f dengan bilangan pokok a adalah fungsi yang memetakan setiap bilangan real positif x ke ${}^a\log x$, dengan $a > 0$, $a \neq 1$, dapat ditulis sebagai:

$$f(x) = {}^a\log x, \text{ dengan } a > 0, a \neq 1$$

Perlu diperhatikan bahwa ${}^a\log b = c$ jika dan hanya jika $b = a^c$.

a disebut bilangan pokok (basis),

b disebut numerus,

c disebut hasil logaritma

Sifat Logaritma

Untuk memahami fungsi logaritma, perlu diperhatikan sifat-sifat logaritma berikut.

Jika x dan y bilangan real positif, a, b, m , dan n bilangan real, $a > 0$, $a \neq 1$, dan $b > 0$, maka:

1. ${}^a\log a = 1$
2. ${}^a\log 1 = 0$
3. ${}^a\log x + {}^a\log y = {}^a\log xy$
4. ${}^a\log x - {}^a\log y = {}^a\log \frac{x}{y}$
5. ${}^a\log x^n = n {}^a\log x$
6. ${}^{a^m}\log x^n = \frac{n}{m} {}^a\log x$
7. ${}^a\log x = \frac{1}{{}^x\log a} = \frac{{}^b\log x}{{}^b\log a}$
8. ${}^a\log b \cdot {}^b\log x = {}^a\log x$
9. $a^{{}^a\log x} = x$

Setelah kalian memahami uraian di atas, maka silakan selesaikan latihan berikut.

Carilah nilai fungsi berikut ini

1. $f(x) = 2^x$, untuk $x \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
2. $f(x) = {}^2\log x$, untuk $x \in \left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 0, 2, 4\right\}$
3. $f(x) = {}^3\log(x-1)$, untuk $x \in \{1, 2, 4, 10\}$
4. $f(x) = {}^3\log x + 2$, untuk $x \in \left\{\frac{1}{3}, 1, 3, 9\right\}$

Apabila kalian telah mampu menyelesaikan permasalahan di atas, maka kalian bisa melanjutkan ke aktivitas 1.2

AKTIVITAS 1.2 Grafik Fungsi Logaritma



Mari Beraktivitas

Bacalah materi melukis grafik fungsi logaritma $y = {}^a\log x$ pada buku Matematika Peminatan SMA/MA Kelas X.

Terlebih dahulu siapkanlah satu lembar kertas grafik atau kertas kotak, kemudian kerjakan soal di bawah ini.

1. Tentukan titik-titik pada tabel di bawah ini.

	x	f(x)	titik		X	f(x)	titik
$f(x) = 2^x$	-3	$\frac{1}{8}$	$(-3, \frac{1}{8})$	$f(x) = {}^2\log x$	$\frac{1}{8}$	-3	$(\frac{1}{8}, -3)$
	-2		$\frac{1}{4}$
	-1		$\frac{1}{2}$
	0		1
	1		2
	2		4
	3		8

2. Selanjutnya
 - a. Hubungkan titik-titik yang Anda peroleh pada no.1 untuk menggambar grafik $f(x) = 2^x$ pada kertas yang sudah Anda siapkan.
 - b. Hubungkan titik-titik yang Anda peroleh pada no.1 untuk menggambar grafik $f(x) = {}^2\log x$ pada kertas yang sudah Anda siapkan.
 - c. Gambarlah kedua grafik tersebut dalam satu diagram Cartesius.
3. Dengan metode yang sama, gambarlah grafik fungsi $f(x) = x$ pada diagram Cartesius tersebut.

4. Perhatikan grafik fungsi eksponen $f(x) = 2^x$, grafik fungsi $f(x) = {}^2\log x$, dan grafik fungsi $f(x) = x$ yang telah Anda gambar. Pikirkan tentang pencerminan. Bagaimanakah memperoleh grafik fungsi $f(x) = {}^2\log x$ jika diketahui grafik $f(x) = 2^x$?



Cobalah

- Gambarlah grafik fungsi logaritma $f(x) = {}^a\log x$, untuk $a > 1$
 - $f(x) = {}^3\log x$
 - $f(x) = {}^3\log(x-1)$
- Gambarlah grafik fungsi logaritma $f(x) = {}^a\log x$, untuk $0 < a < 1$
 - $f(x) = {}^{\frac{1}{3}}\log x$
 - $f(x) = {}^{\frac{1}{3}}\log(x+1)$

Setelah mampu menyelesaikan soal grafik di atas, untuk mengembangkan kemampuan kalian, kerjakan "Soal Aplikasi" berikut.



Soal Aplikasi

- Intensitas bunyi diukur dengan satuan yang disebut desibel (disingkat dB). Satuan ini pertama menetapkan suatu intensitas I_0 yang sangat lembut (yang disebut ambang bunyi). Sebagai acuan, I_0 ditetapkan 10^{-12} Wm^{-2} . Bunyi yang kita ukur intensitasnya diberi lambang I dan besaran yang diukur oleh alat ukur disebut taraf intensitas bunyi (TI), yang dinyatakan oleh fungsi logaritma

$$TI = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \text{ dB}.$$
 - Tentukan taraf intensitas bunyi dengan intensitas sebesar $4000 I_0$. (hint: $\log 2 = 0,3010$)
 - Jika suatu bunyi memiliki taraf intensitas 80 dB, berapa kalikan bunyi ini jika dibandingkan dengan I_0 ?
- Di bidang kimia, pengukuran kadar keasaman suatu larutan menggunakan besaran yang disebut pH, yang didefinisikan sebagai fungsi logaritma $p(t) = -\log t$, dengan t adalah konsentrasi ion hidrogen (H^+) yang dinyatakan dalam mol per liter (mol/L). Kita bisa membulatkan nilai pH sampai satu desimal. Berapa pH suatu larutan yang dengan konsentrasi ion hidrogennya $2,5 \times 10^{-5} \text{ mol/L}$?



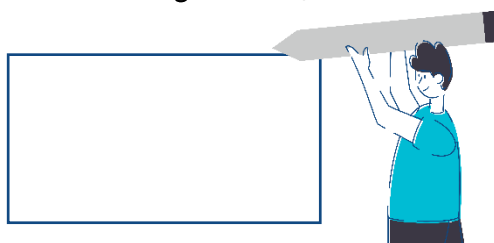
Refleksi Diri

Setelah kalian melakukan serangkaian proses belajar pada UKBM ini, maka centanglah (✓) pada setiap kompetensi berikut untuk menjelaskan kalian paham atau belum paham.

No.	Indikator Kompetensi	Tingkat Pemahaman			
		Menurut Siswa (Penilaian diri)		Menurut Guru	
		Paham	Belum	Paham	Belum
1	Memahami fungsi logaritma				
2	Menghitung nilai dari fungsi logaritma				
3	Menggambar grafik fungsi logaritma dan menafsirkannya				
4	Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan fungsi logaritma				

Dimana posisimu?

Ukurlah diri kalian melalui tes formatif dalam menguasai materi persamaan dan pertidaksamaan logaritma dalam rentang 0 – 100, tuliskan dalam kotak yang tersedia.



Setelah kalian menuliskan penguasaanmu, lanjutkan dengan kegiatan berikut untuk mengevaluasi penguasaan tersebut.

Cek Penguasaan

Agar dapat dipastikan bahwa kalian telah menguasai materi fungsi logaritma, maka kerjakan soal berikut secara mandiri di buku kerja kalian masing-masing.

- Tuliskan suatu fungsi logaritma dimana
 - nilai-nilai y meningkat ketika x meningkat
 - nilai-nilai y berkurang ketika x meningkat
- Hitunglah nilai fungsi logaritma untuk x yang diberikan di bawah ini
 - $f(x) = {}^2\log x$, untuk $x = 64$

- b. $f(x) = {}^7\log x$, untuk $x = 343$
 c. $f(x) = {}^9\log x$, untuk $x = 27$
 3. Pada sistem koordinat yang sama, sketsalah grafik fungsi berikut.
 a. $f(x) = 3^x$
 b. $h(x) = {}^3\log x$

Bagaimanakah posisi kedua grafik ini terhadap garis $y = x$?

4. pH suatu larutan diberikan oleh $\text{pH} = -\log [\text{H}^+]$ dengan $[\text{H}^+]$ adalah konsentrasi ion hidrogen. Tentukan pH larutan yang memiliki $[\text{H}^+] = 10^{-2}$, $[\text{H}^+] = 10^{-5}$, dan $[\text{H}^+] = 10^{-9}$

Aku Siap!

Berdasarkan hasil belajar saya dan check list pada tabel di atas maka saya menyatakan:

- ☐ Siap untuk mengikuti tes formatif
- ☐ Belum siap untuk mengikuti tes formatif

Rekomendasi dari guru pengajar.

.....

.....

.....

Tanda tangan
guru pengajar