

UKBM MATEMATIKA

SMA Negeri 1 Jember



Pengertian Dasar Vektor dan Operasinya

MATEMATIKA

Semester 2

3JP x 4



3.1 Menjelaskan vektor, operasi vektor, panjang vektor, sudut antar vektor dalam ruang berdimensi dua (bidang) dan berdimensi tiga.



4.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan vektor, operasi vektor, panjang vektor, sudut antar vektor dalam ruang berdimensi dua (bidang) dan berdimensi tiga.

Tujuan Pembelajaran:

Melalui proses pembelajaran materi pengertian dasar vektor dan operasinya peserta didik diharapkan dapat memahami dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan vektor dan operasi pada vektor.



Pendahuluan

Untuk mengawali proses belajar pada UKBM ini, mari melakukan kegiatan 'Ayo Bernalar'



Ayo Bernalar Pengenalan Vektor

Suatu hari, Sandra berekspresi membuat sebuah roket sederhana. Ia membuat roket menggunakan potongan pipa paralon sebagai wadah. Setelah merampungkan bagian elektronik dan mesin pendorong, kini Sandra siap untuk meluncurkan roket tersebut di lapangan samping rumahnya.

Sandra ingin roketnya meluncur ke angkasa dan jatuh mencapai titik sejauh mungkin. Berapakah kecepatan roket yang harus dirancang Sandra? Berapakah sudut peluncuran terhadap tanah, yang harus digunakan Sandra untuk mencapai keinginannya itu?

Dalam matematika, roket yang meluncur dengan kecepatan dan arah tertentu mewakili sebuah vektor. Agar lebih memahami vektor, silakan melanjutkan ke kegiatan berikut ini,



Kegiatan Inti

AKTIVITAS 1.1 Pengertian dan Notasi Vektor

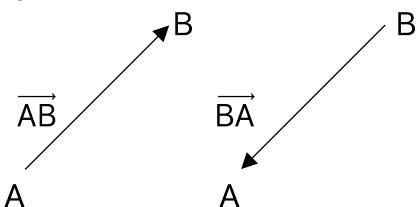
Vektor adalah suatu besaran yang mempunyai nilai (besar) dan arah.

Notasi Vektor:

- Suatu vektor dapat digambarkan sebagai ruas garis berarah.
- Nilai (besar) vektor dapat dinyatakan dengan panjang garis dan arahnya dinyatakan dengan tanda panah.
- Notasi vektor biasanya menggunakan tanda anak panah di atasnya atau bisa juga dengan menggunakan huruf kecil yang tebal.
- Suatu vektor biasanya dinyatakan dengan pasangan terurut bilangan real, atau menggunakan matriks kolom.

Contoh: $\vec{v} = (1, 2) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Artinya vektor tersebut 2 ke arah kanan dan 3 ke arah atas.

- Vektor \overrightarrow{AB} menyatakan titik A sebagai titik pangkal dan titik B sebagai ujung.
- Vektor \overrightarrow{BA} dengan vektor \overrightarrow{AB} besarnya (panjangnya) sama, hanya arahnya saling berlawanan.

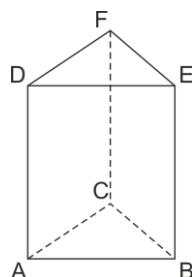


- Dua vektor dikatakan sama jika besar dan arahnya sama.



Cobalah ...

Pada prisma di bawah ini, tentukan vektor yang sama dengan vektor \overrightarrow{AB} .



>>> Vektor di Ruang Berdimensi Dua

1. Vektor Posisi

● Vektor posisi adalah vektor yang posisinya (letaknya) tertentu.

Misal, \overrightarrow{AB} merupakan vektor posisi dimana pangkalnya di titik A dan ujungnya di titik B. Contoh lain, \overrightarrow{OA} adalah vektor posisi yang pangkalnya di titik O dan ujungnya di titik A.

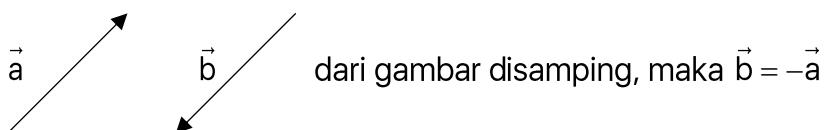
● Vektor posisi \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} , dan seterusnya biasanya diwakili oleh vektor dengan huruf kecil seperti \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , dan sebagainya. Jadi, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$.

Diperoleh $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \vec{b} - \vec{a}$.

Contoh: jika A(2,4) dan B(7,13), maka $\overrightarrow{AB} = (7,13) - (2,4) = (5,9)$

2. Vektor Negatif

Vektor negatif dari \vec{a} sering ditulis $-\vec{a}$, yaitu vektor yang panjangnya sama dengan \vec{a} namun arahnya berlawanan.

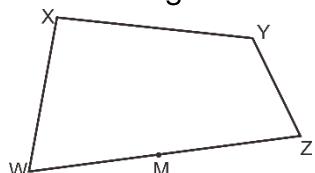


Mari Beraktivitas

Untuk mengetahui lebih jauh lakukan kegiatan berikut.

1. Bacalah konsep vektor posisi dan vektor negatif.
2. Kemudian kerjakan latihan di bawah ini dengan kelompok belajar kalian pada buku tugas kalian.

1. Perhatikan gambar berikut.



Jika $\overrightarrow{WX} = \vec{a}$, $\overrightarrow{XY} = \vec{b}$, dan $\overrightarrow{YZ} = \vec{c}$, dan M merupakan titik tengah WZ, nyatakan vektor-vektor berikut dalam vektor \vec{a} , \vec{b} , dan \vec{c}

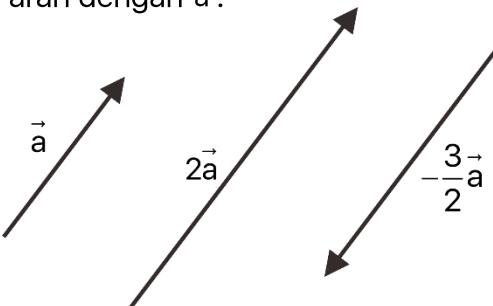
- \overrightarrow{WY}
- \overrightarrow{ZX}
- \overrightarrow{WZ}
- \overrightarrow{WM}
- \overrightarrow{MY}

Apabila kalian sudah mampu menyelesaikan soal di atas, maka kalian dapat melanjutkan pada aktivitas belajar 1.2

AKTIVITAS 1.2 Operasi pada Vektor di Ruang Berdimensi Dua

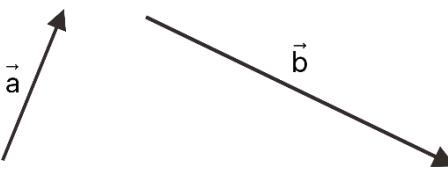
1. Perkalian dengan Skalar

- Jika k suatu bilangan real maka $k\vec{a}$ adalah suatu vektor yang panjangnya k kali lipat panjang \vec{a} .
- Jika k positif, maka $k\vec{a}$ searah dengan \vec{a} , dan jika negatif berlawanan arah dengan \vec{a} .

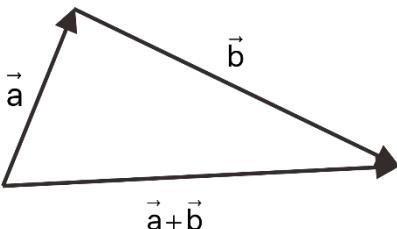


2. Penjumlahan Vektor

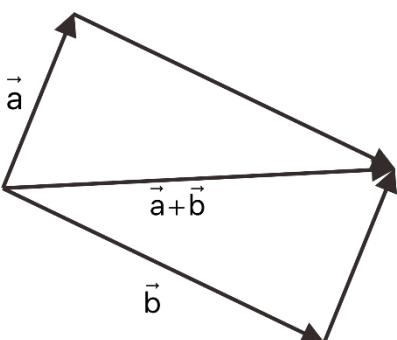
- Penjumlahan dua vektor dapat dilakukan dengan 2 cara, yaitu aturan segitiga dan aturan jajargenjang.
- Contoh: diberikan vektor \vec{a} dan \vec{b} seperti berikut.



Menentukan $\vec{a} + \vec{b}$ menggunakan aturan segitiga.

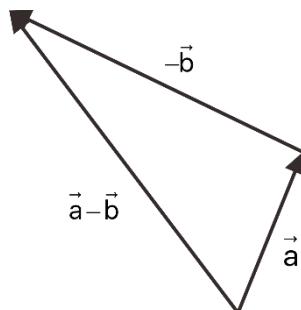


Menentukan $\vec{a} + \vec{b}$ menggunakan aturan jajargenjang



3. Selisih Dua Vektor

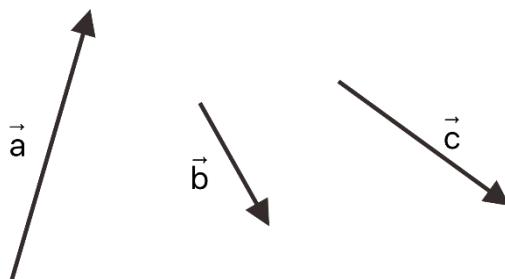
- Selisih dua vektor \vec{a} dan \vec{b} ditulis $\vec{a} - \vec{b}$ dapat dipandang sebagai penjumlahan \vec{a} dengan $-\vec{b}$.
- Dari contoh sebelumnya, akan dicari $\vec{a} - \vec{b}$



Mari Beraktivitas

- Bacalah materi operasi pada vektor pada buku siswa.
- Kerjakan soal di bawah ini, kemudian tuliskan jawabanmu di buku tugas.

- Diberikan vektor-vektor berikut.



Jika panjang vektor $\vec{a} = 2$ cm, $\vec{b} = 1$ cm, dan $\vec{c} = 1,5$ cm, maka lukislah dengan aturan poligon vektor-vektor di bawah ini.

- $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
 - $2\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$
 - $\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}$
- Diketahui segienam beraturan ABCDEF. Jika $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ dan $\overrightarrow{FC} = 2\vec{a}$, maka nyatakan vektor $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DE}$ dalam vektor \vec{a} dan \vec{b} .
 - P, Q, dan R berturut-turut adalah titik tengah sisi AB, BC, dan AC pada suatu segitiga ABC. Jika O adalah sembarang titik dalam segitiga ABC, maka tunjukkan bahwa $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{OR}$

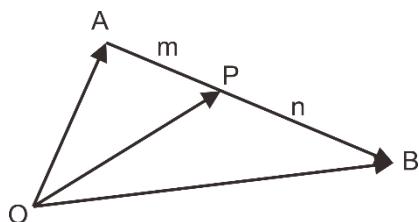
Apabila kalian sudah mampu menyelesaikan soal di atas, maka kalian dapat melanjutkan pada aktivitas belajar 1.3

AKTIVITAS 1.3 Konsep Perbandingan pada Vektor

Konsep perbandingan pada vektor hampir sama dengan konsep perbandingan pada aljabar. Kita dapat mencari posisi (koordinat) suatu vektor menggunakan perbandingan vektor posisi dari dua vektor lain sebagai acuan.

Contoh:

Misalkan titik P pada garis AB dengan perbandingan $AP : PB = m : n$



$$\frac{AP}{PB} = \frac{m}{n}$$

$$\frac{\vec{p}-\vec{a}}{\vec{b}-\vec{p}} = \frac{m}{n}$$

$$\vec{np} - \vec{na} = \vec{mb} - \vec{mp}$$

$$\vec{mp} + \vec{np} = \vec{mb} + \vec{na}$$

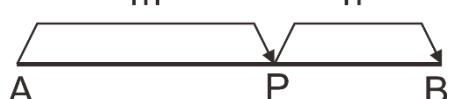
$$\vec{p}(m+n) = \vec{mb} + \vec{na}$$

$$\vec{p} = \frac{\vec{mb} + \vec{na}}{m+n}$$

$$\text{Jadi } \vec{p} = \frac{\vec{mb} + \vec{na}}{m+n}$$

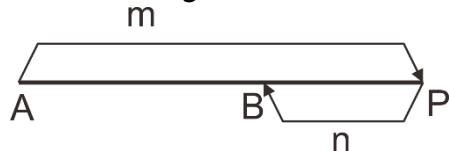
Titik P bisa membagi AB dengan perbandingan di dalam seperti di atas, atau bisa juga dengan perbandingan di luar. Jika arah perbandingannya berlawanan harus menggunakan tanda negatif.

- Titik P membagi AB di dalam



$$AP : PB = m : n$$

- Titik P membagi AB di luar



$$AP : PB = m : -n$$

Contoh:

Diketahui titik A(1,2,3) dan B(4,8,12). Jika titik P membagi AB di dalam dengan perbandingan AP : PB = 1 : 2, tentukan koordinat titik P.

Jawab:

Diketahui titik A(-1,0,1) dan titik B(2,2,2). Jika titik P membagi AB di luar dengan perbandingan AP : PB = 3 : -1, tentukan koordinat P.

Jawab



Mari Beraktivitas

Kerjakan soal-soal berikut di buku tugas kalian.

1. Tentukan koordinat C jika
 - a. A(3,2), B(9,5), dan AC : CB = 2 : 1
 - b. A(-1,-5), B(7,9), dan C titik tengah AB
 - c. A(-6,-4), B(14,6), dan AC : CB = 3 : 2
2. Titik R adalah perpanjangan dari PQ. Tentukan koordinat R jika
 - a. P(2,1), Q(4,7), dan PR : RQ = 3 : -2
 - b. P(-4, - 8), Q(16, 0), dan PR : RQ = -2 : 1
3. M adalah titik pada garis PQ. Tentukan koordinat M jika
 - a. P(1,0), Q(5,4), dan PM : MQ = 3 : 1
 - b. P(-3,-2), Q(0,-5), dan PM : MQ = 4 : -3
4. Titik sudut segitiga ABC adalah A(6,-3), B(2,0) dan C(3,2). T adalah titik potong garis berat dari B ke sisi AC. Tentukan koordinat titik T.
5. Dalam segitiga ABC, Z adalah titik berat segitiga ABC.

Tunjukkan bahwa $\vec{z} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$



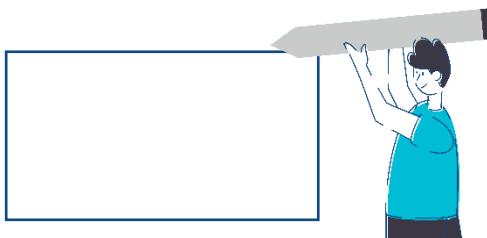
Refleksi Diri

Setelah kalian melakukan serangkaian proses belajar pada UKBM ini, maka centanglah (✓) pada setiap kompetensi berikut untuk menjelaskan kalian paham atau belum paham.

No.	Indikator Kompetensi	Tingkat Pemahaman			
		Menurut Siswa (Penilaian diri)		Menurut Guru	
		Paham	Belum	Paham	Belum
1	Memahami pengertian vektor				
2	Memahami operasi pada vektor menggunakan gambar				
3	Menentukan hasil operasi perkalian skalar, penjumlahan dan pengurangan vektor				
4	Menentukan koordinat suatu titik menggunakan konsep perbandingan pada vektor				

Dimana posisimu?

Ukurlah diri kalian melalui tes formatif dalam menguasai materi pengertian vektor dan operasinya dalam rentang 0 – 100, tuliskan dalam kotak yang tersedia.



Setelah kalian menuliskan penguasaanmu, lanjutkan dengan kegiatan berikut untuk mengevaluasi penguasaan tersebut.

Cek Penguasaan

Agar dapat dipastikan bahwa kalian telah menguasai pengertian vektor dan operasinya, maka kerjakan soal berikut secara mandiri di buku kerja kalian masing-masing.

Kerjakan Evaluasi Kemampuan Analisis halaman 117 nomor 1 dan 2.

Aku Siap!

Berdasarkan hasil belajar saya dan check list pada tabel di atas maka saya menyatakan:

- Siap untuk mengikuti tes formatif
- Belum siap untuk mengikuti tes formatif

Rekomendasi dari guru pengajar.

Tanda tangan
guru pengajar