Interpolation polynomiale

Méthode d'Hermite - algèbre linéaire

- Étant donné n points, leurs sorties et leurs m premières dérivées, on cherche $P(x) = a_0 + a_1 x + \ldots a_d x^d$
- Tel que $P(x_i) = f(x_i)$ et $P^{(j)}(x_i) = f^{(j)}(x_i)$ pour $i \in [0\,..\,n]$ et $j \in [1\,..\,m]$

$$\begin{cases} a_0 + a_1 x_0 + a_2 x_0^2 + \cdots = y_0 \\ a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 + \cdots = y_1 \\ \qquad\qquad\qquad\vdots \\ a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \cdots = y_n \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 + a_2 x_0 + 2a_3 x_0^2 + \ldots = y_0^{(1)} \\ a_1 + a_2 x_1 + 2a_3 x_1^2 + \ldots = y_1^{(1)} \\ \qquad\qquad\qquad\vdots \\ a_1 + a_2 x_n + 2a_3 x_n^2 + \ldots = y_n^{(1)} \end{cases} \quad \begin{cases} a_2 + 4a_3 x_0 + \ldots = y_0^{(2)} \\ a_2 + 4a_3 x_1 + \ldots = y_1^{(2)} \\ \qquad\qquad\vdots \\ a_2 + 4a_3 x_n + \ldots = y_n^{(2)} \end{cases} \text{etc...}$$

- Résolution du système à $d = n(m+1)$ variables (les coefficient du polynôme de degré au plus d)

Interpolation polynomiale

Méthode d'Hermite - analytique

- Forme close donnée dans [SV65] sous forme trigonométrique

$$T(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{p-1} \left(a_k \cos(2\pi kx) + b_k \sin(2\pi kx)\right)$$

$$a_0 = \frac{1}{p}\sum_{l=0}^{p-1} f(l) \qquad a_k = \frac{2(p-k)}{p^2}\sum_{l=0}^{p-1}\left(f(l)\cdot\cos\left(\frac{2\pi lk}{p}\right)\right)$$

- Nécessite évaluations aveugles de sin et cos

$$b_k = \frac{2(p-k)}{p^2}\sum_{l=0}^{p-1}\left(f(l)\cdot\sin\left(\frac{2\pi lk}{p}\right)\right)$$