

Évaluation de polynôme Paterson-Stockmeyer

Minimiser les multiplication coûteuses

- Étant donné x , on veut évaluer $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$
 - Additions et multiplications par un scalaires “gratuites”
 - Multiplications de x coûteuses (ex: multiplication de matrice, multiplication aveugle)
- Naïvement $O(n)$ multiplications non-scalaires pour calculer les x^i
- La méthode de Paterson-Stockmeyer en nécessite seulement $O(\sqrt{n})$
- Je présente la méthode $3\sqrt{n}$, mais on peut faire mieux ($\sqrt{2n} + O(\log n)$) avec pré-traitement

Évaluation de polynôme Paterson-Stockmeyer

Exemple pour un polynôme à 25 coefficients

$$\begin{aligned}P(x) &= a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 \\&\quad + a_5x^5 + a_6x^6 + a_7x^7 + a_8x^8 + a_9x^9 \\&\quad + a_{10}x^{10} + a_{11}x^{11} + a_{12}x^{12} + a_{13}x^{13} + a_{14}x^{14} \\&\quad + a_{15}x^{15} + a_{16}x^{16} + a_{17}x^{17} + a_{18}x^{18} + a_{19}x^{19} \\&\quad + a_{20}x^{20} + a_{21}x^{21} + a_{22}x^{22} + a_{23}x^{23} + a_{24}x^{24}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= (a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4) \\&\quad + (a_5x^0 + a_6x^1 + a_7x^2 + a_8x^3 + a_9x^4) \quad \times \quad x^5 \\&\quad + (a_{10}x^0 + a_{11}x^1 + a_{12}x^2 + a_{13}x^3 + a_{14}x^4) \quad \times \quad x^{10} \\&\quad + (a_{15}x^0 + a_{16}x^1 + a_{17}x^2 + a_{18}x^3 + a_{19}x^4) \quad \times \quad x^{15} \\&\quad + (a_{20}x^0 + a_{21}x^1 + a_{22}x^2 + a_{23}x^3 + a_{24}x^4) \quad \times \quad x^{20}\end{aligned}$$

$$x^2 = x \times x$$

$$x^3 = x^2 \times x$$

$$x^4 = x^3 \times x$$

$$x^5 = x^4 \times x$$

$$x^{10} = x^5 \times x^5$$

$$x^{15} = x^{10} \times x^5$$

$$x^{20} = x^{15} \times x^{10}$$