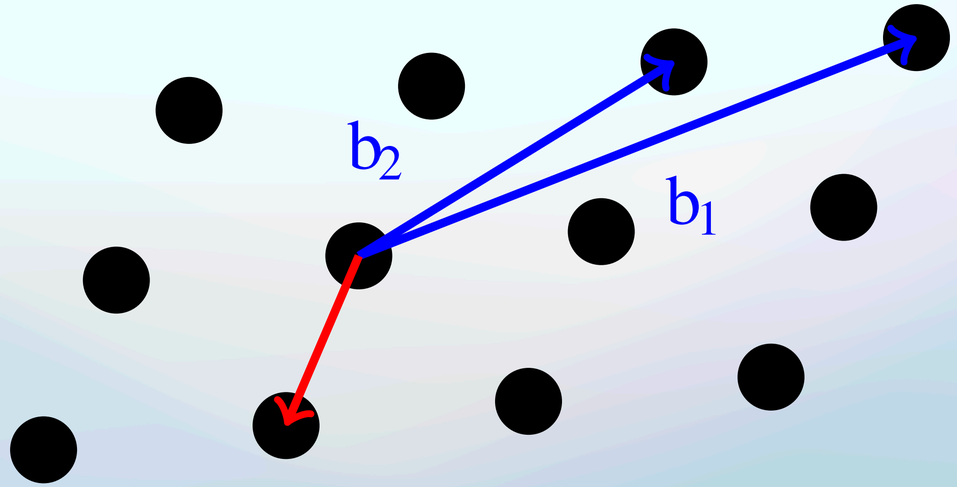
Problème du vecteur le plus court

a.k.a. the Shortest Vector Problem (SVP)

- Étant donné un réseau $\mathscr{L}$, notons la longueur de son plus petit vecteur non nul

$$\lambda(\mathscr{L}) = \min_{v \in \mathscr{L} \setminus \{0\}} \|v\|$$

- Le problème du vecteur le plus court demande à trouver un tel v étant donné une base B



Algorithme naïf

Énumération de tous les points dans une certaine borne

- Soit $\mathscr{L}(B)$ un réseau, on calcule la base du réseau dual $D = B^{-T} = d_1, d_2, \ldots, d_n \in \mathbb{R}^n$
- Notons $w = \min_{b_i \in B} \|b_i\|$ la norme du plus petit vecteur de la base
- On peut donc borner les coefficients $|x_i| \leq \|d_i\| w$
- Puis énumérer $\left\{ \sum_{i=1}^{n} x_i b_i : x_i \in \mathbb{Z}, |x_i| \leq \|d_i\| w \right\}$, un nombre exponentiel en n de points