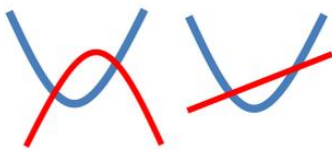


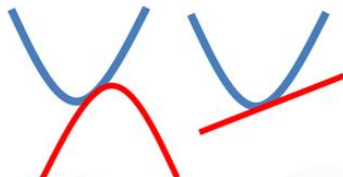
**وضعیت سهمی ها و خطوط**

دو تابع را مساوی قرار می دهیم و به یک طرف می بریم دلتا آن معادله باید مثبت باشد.

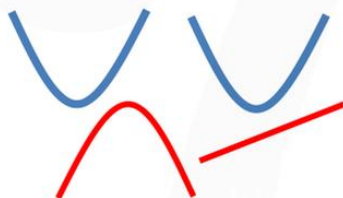


دو تابع را مساوی قرار دهید و به یک طرف می بریم دلتا آن معادله باید صفر باشد.

محل تماس ریشه مضاعف آن معادله اخیر است.



دو تابع را مساوی قرار می دهیم و به یک طرف می بریم دلتا آن معادله باید منفی باشد.



۲۱- نمودار  $y = -3x^2 + (2m - 1)x + m - 6$  بر نیمساز ناحیه چهارم مماس است، مقدار  $m$  کدام است؟

(سراسری آزمون مجدد تجربی)

۱۲ (۴)

۳ (۳)

۶ (۲)

-۶ (۱)

۲۲- نمودار تابع  $y = 3x^2 + (2m - 1)x + m + \frac{4}{3}$  در ناحیه دوم بر نیمساز آن ناحیه مماس است. طول راس سهمی

کدام است؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

 $-\frac{1}{2} (۴)$ 
 $-\frac{7}{6} (۳)$ 
 $-\frac{5}{18} (۲)$ 
 $-\frac{1}{18} (۱)$

۲۳- سهمی  $y = -mx^2 + mx + 1$  و خط  $y = -m - x$  یکدیگر را در هیچ نقطه ی قطع نمی کنند. حدود  $m$  شامل چند مقدار صحیح است؟ (سراسری ۱۴۰۳ مرحله اول)

۳ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) صفر

### حل معادله به روش $t$ (تغییر متغیر)

اگر معادله ی پیچیده ای به ما داده شود و درون آن عبارتی تکرار شود آن عبارت را  $t$  می گیریم سپس با حل معادله  $t$  را پیدا می کنیم و در نهایت به کمک آن  $x$  را پیدا می کنیم.

۲۴- معادله  $x^4 + x^2 - 2 = 0$  چند ریشه دارد؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۵- معادله  $x - 2\sqrt{x} - 3 = 0$  چند ریشه دارد؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۲۶- کوچکترین ریشه معادله  $x^2 + 4x + 3 = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$  کدام است؟ (سراسری)

۱ (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۲ -  $\sqrt{3}$  (۴) -۲ -  $\sqrt{5}$

۲۷- قدرمطلق تفاضل بزرگترین و کوچکترین ریشه معادله  $(4 - x^2)^2 - (4 - x^2) = 12$  کدام است؟

۱ (۱) صفر ۱ (۲) ۲ (۳) ۲ (۴)  $2\sqrt{7}$

۲۸- جز صحیح جواب معادله  $\sqrt{2 - \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{x}{2x-1}} = \frac{8}{3}$  کدام است؟ (قلمچی)

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) -۱

(۱) -۲

## معادله درجه سه

روش اول: دسته بندی

روش دوم:

یک ریشه مانند  $\alpha$  حدس می زنیم سپس به کمک تقسیم چکشی بقیه ریشه ها را از خارج قسمت پیدا می کنیم.  
توجه کنید ریشه حدسی معمولاً ۱ یا -۱ است.

$$x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$$

$$x^3 + 4x^2 + 2x + 8 = 0$$

$$x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$$

۲۹- اگر  $x = 2$  یکی از جواب های معادله  $x^3 + ax^2 + x + 6 = 0$  باشد، مجموع مربع های جواب های دیگر این معادله چقدر است؟ (الگو)

۱۰ (۴)

۱۶ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

۳۰- اگر یکی از ریشه های معادله  $x(ax^2 - x - 5) = 2$  برابر ۲ باشد، مجموع دو ریشه دیگر آن کدام است؟

 $\frac{3}{2}$  (۳) $\frac{1}{2}$  (۳) $-\frac{3}{2}$  (۲)

-۲ (۱)

## سوالات سراسری ۱۴۰۴

۱- مجموعه جواب نامعادله  $(2a+3)x^2 + (4b-5)x + 4c + 1 < 0$  به صورت بازه  $(a, +\infty)$  است. اگر  $b$  عدد

طبیعی باشد، مقدار  $\frac{a}{c}$  کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۴ اردیبهشت)

- (۱)  $1/2$  (۲)  $-1/2$  (۳)  $2/4$  (۴)  $-2/4$

۲- مجموعه جواب نامعادله  $(5-2m)x^2 - (2m+n-5)x < n$  به صورت  $(-1, m-2)$  است. اگر  $m$  عدد

طبیعی باشد، مقدار  $m+n$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۳- مجموعه جواب نامعادله  $(m+4)x^2 < n - (m-n+4)x$  به صورت بازه  $(m+1, -1)$  است. اگر  $m$  عدد

صحیح باشد، مقدار  $mn$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) -۶

۴- ارتفاع یک مثلث ۲ واحد بیشتر از ۳ برابر قاعده‌ی آن است. اگر ۴ واحد هم ارتفاع و هم به قاعده این مثلث اضافه شود،

مساحت مثلث جدید  $4/5$  برابر مساحت مثلث اولیه می‌شود. مساحت مثلث اولیه کدام است؟

- (۱)  $14/5$  (۲)  $16/5$  (۳) ۲۸ (۴) ۸

۵- طول یک مستطیل ۳ سانتی متر بیشتر از ۴ برابر عرض آن است. اگر ۹ واحد هم به طول و هم به عرض این مستطیل

اضافه شود، مساحت مستطیل جدید ۱۰ برابر مساحت مستطیل اولیه می‌شود، محیط مستطیل اولیه کدام است؟

- (۱) ۴۱ (۲) ۳۶ (۳) ۳۱ (۴) ۲۶



## انواع تابع

**تابع :** زوج های مرتب زمانی تابع هستند که  $x$  های آنها برابر نباشد ولی اگر  $x$  ها برابر باشد  $y$  نیز برابر باشند.

## تابع ثابت:

- $f(x) = c$  که در آن  $c$  عدد ثابتی هست و از نظر نموداری خط افقی است و شیب آن برابر صفر است.
- تابع ثابت هم صعودی و هم نزولی است.
- برد این تابع تک عضوی است و برابر  $R = \{c\}$  است.
- معادله  $y = ax + b$  زمانی تابع ثابت است که  $a = 0$  باشد.
- معادله  $y = ax^2 + bx + c$  زمانی تابع ثابت است که  $a = b = 0$  باشد.
- زوج های مرتب زمانی تابع ثابت هستند که همه  $y$  های آنها برابر باشند.

## تابع همانی:

- $f(x) = x$  و هر عددی در آن قرار دهیم خودش خارج می شود.
- از نظر نموداری نیمساز ناحیه اول و سوم است و دامنه با برد برابر است.
- معادله  $y = ax + b$  زمانی تابع همانی است که  $a = 1$  و  $b = 0$  باشد.
- معادله  $y = ax^2 + bx + c$  زمانی تابع همانی است که  $a = c = 0$  و  $b = 1$  باشد.
- زوج های مرتب زمانی تابع همانی هستند که در هر زوج مرتب  $x$  ها با  $y$  ها برابر باشند.

۱- دو تابع  $f(x) = b - 3ax$  و  $g(x) = c - (3b - 3)x$  ثابت هستند. اگر  $f + g = 5$  باشد، حاصل  $bc$  چقدر است؟ (سراسری ۱۴۰۱)

۶ (۴)

۴ (۳)

-۴ (۲)

-۶ (۱)

۲- اگر  $f(x) = (ax + 2)(b - x) - 7x^2$  ضابطه یک تابع ثابت باشد، برد تابع  $f$  کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۱)

 $\frac{4}{7}$  (۴) $-\frac{4}{7}$  (۳) $\frac{2}{7}$  (۲) $-\frac{2}{7}$  (۱)

۳- در یک تابع خطی می‌دانیم:  $f(0) = 7$  و  $f(2) = 11$ ، نسبت  $f(5)$  به  $f(-1)$  کدام است؟ (قلمچی)

۳/۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱/۷ (۱)

۴- تابع  $f$  همانی، تابع  $g$  ثابت است و  $g(5) = 3$  می‌باشد. مقدار  $4f(g(-2)) - 2g(f(7))$  کدام است؟ (قلمچی)

-۱۲ (۴)

۱۲ (۳)

-۶ (۲)

۶ (۱)

۵- برای تابع  $f = \{(2, 4), (a, 4), (-4, 6), (7a + 1, 5), (8, a^2 + a)\}$ ، اگر  $2f(8) - f(a) = 0$ ، حاصل  $f(a)$

برابر کدام است؟ (قلمچی)

 $a$  (۴) $-2a$  (۳) $2a$  (۲)

صفر (۱)

۶- اگر رابطه  $f = \{(a, b^2), (3, a - b), (b, 2a + 1), (a, 2b - 1), (1, a^2 - 2b^2)\}$  تابع باشد، مقدار  $a + b$

کدام است؟ (سنجش)

-۲ (۴)

-۱ (۳)

صفر (۲)

۱ (۱)

۷- اگر  $f(x) = mx^2 - nx - k$  در هر بازه هم صعودی و هم نزولی است. اگر مجموعه زیر، تابع باشد، مقدار  $f(\sqrt{5})$

کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۱ تجربی دی)

$\{(m, n - 1), (0, k), (n - 1, m^2 + 2m - 1), (3k + 2, 2k + 1)\}$

 $\sqrt{5}$  (۴)

۱ (۳)

 $-\sqrt{5}$  (۲)

-۱ (۱)

۸- خط  $3 = (m^2 - 1)y + 2mx$  به ازای دو مقدار  $m$  با جهت مثبت محور  $x$  ها زاویه  $60^\circ$  می سازد، اختلاف مقادیر  $m$

کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۱ تجربی دی)

$$\frac{4}{\sqrt{3}} \quad (4)$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

$$4\sqrt{3} \quad (2)$$

$$2\sqrt{3} \quad (1)$$

۹- اگر  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 3} + 2a & , |x| \leq 1 \\ ax^2 + 5 & , |x| \geq 1 \end{cases}$  ضابطه تابع  $f$  باشد، مقدار  $f(a)$  کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۳ اردیبهشت

تجربی)

$$14 \quad (4)$$

$$25 \quad (3)$$

$$32 \quad (2)$$

$$46 \quad (1)$$

۱۰- رابطه  $f = \left\{ (7, 1 - 3n^2), (1, -1), (2, n), (7, -2n), \left(\frac{1}{n}, 2\right) \right\}$  تابع است، مقدار تابع  $f$  در ۲، کدام است؟

(سراسری ۱۴۰۳ تجربی نوبت دوم)

$$1 \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (1)$$

۱۱- تابع قطعه ای  $f$  به صورت  $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 7 & x \geq 1 \\ 2x - 1 & x < 1 \end{cases}$  است، برای چند مقدار  $a$ ،

$f(1 - |a|) = f(2 + |a|)$  است؟ (سراسری ۱۴۰۳ نوبت دوم)

$$1 \quad (4)$$

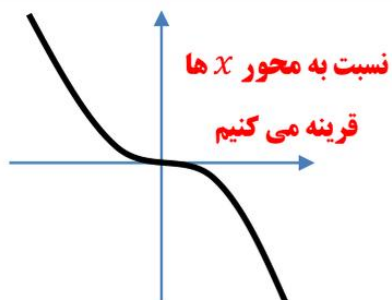
$$2 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

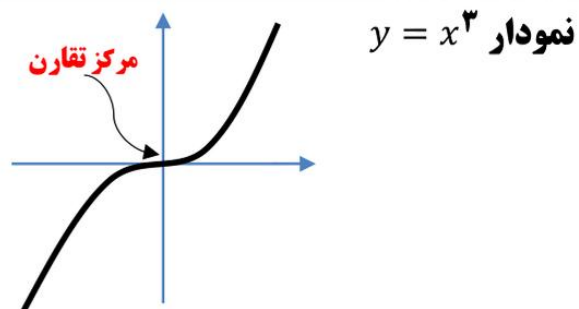
$$4 \quad (1)$$



## درجه سوم



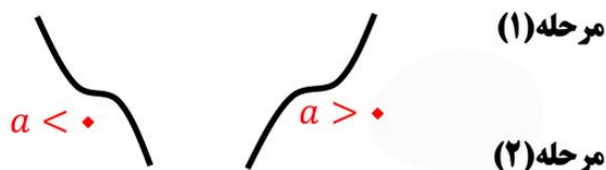
$$y = -x^3 \text{ نمودار}$$



$$y = x^3 \text{ نمودار}$$

راه دوم : اگر به صورت فرم گسترده باشد

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$



$$x_{\text{مرکز تقارن}} = -\frac{b}{3a}$$

مرکز تقارن  $x$  را در معادله قرار می دهیم و  $y$  آن نقطه را پیدا می کنیم.

مرحله (۳) محل برخورد با محور  $y$  ها را پیدا کنید.

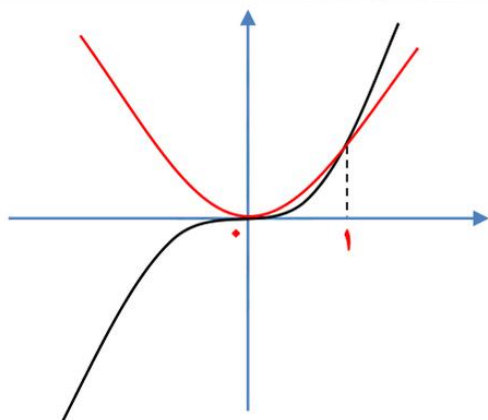
منحنی  $y = -x^3 + 6x^2 - 12x + 7$  را رسم کنید.

راه اول : انتقال

$$y = A \underbrace{\left( x \pm \text{عدد} \right)^3}_{\text{ریشه اینجا } x_S} + \underbrace{\text{عدد}}_{\text{عدد بیرون } y_S}$$

تابع  $f(x) = -x^3 + 1$  را رسم کنید.

تابع  $f(x) = (x-1)^3 + 2$  را رسم کنید.

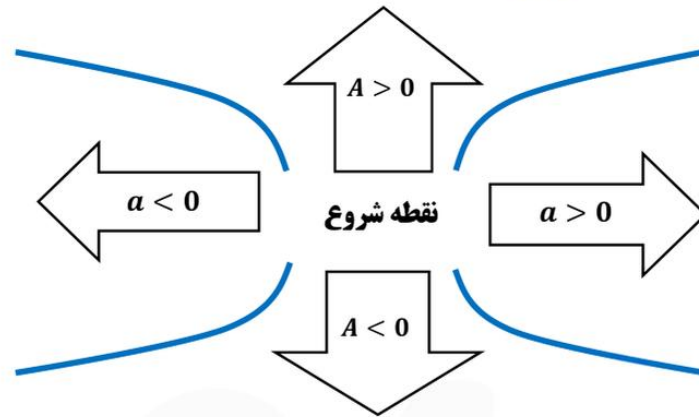


توجه : مقایسه  $y = x^3$  و  $y = x^2$

## رسم رادیکال های درجه یک

$$y = A\sqrt{ax + b} + B$$

نقطه شروع (B، ریشه زیر رادیکال) است.



مثال: تابع  $y = -\sqrt{1-x} + 1$  را رسم کنید.

مثال: تابع  $y = -\sqrt{2x-1}$  را رسم کنید.

۱۲- معادله  $\sqrt{x+1} = (x-1)^3$  چند جواب دارد؟

(۱) یک جواب مثبت (۲) یک جواب منفی (۳) دو جواب هم علامت (۴) دو جواب مختلف علامت

۱۳- معادله  $x^3 + \sqrt{2-x} = 0$  چند ریشه دارد؟ (IQ)

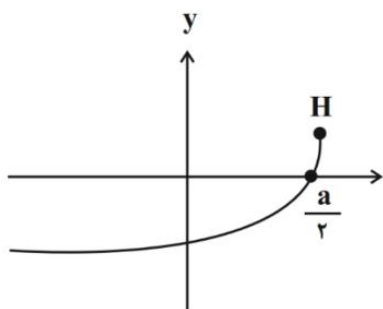
(۱) یک جواب مثبت (۲) یک جواب منفی (۳) ریشه ندارد (۴) دو جواب مختلف علامت

۱۴- تابع  $f(x) = (-9 + k^2)x^3 + 5$  اکیداً نزولی است. مجموع مقادیر صحیح  $k$  چقدر است؟ (سراسری ۱۴۰۱)

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۶

۱۵- نمودار تابع  $f(x) = a^2 - a\sqrt{a-x}$  در شکل زیر رسم شده است. فاصله

نقطه  $H$  از مبدا مختصات کدام است؟ (قلمچی)



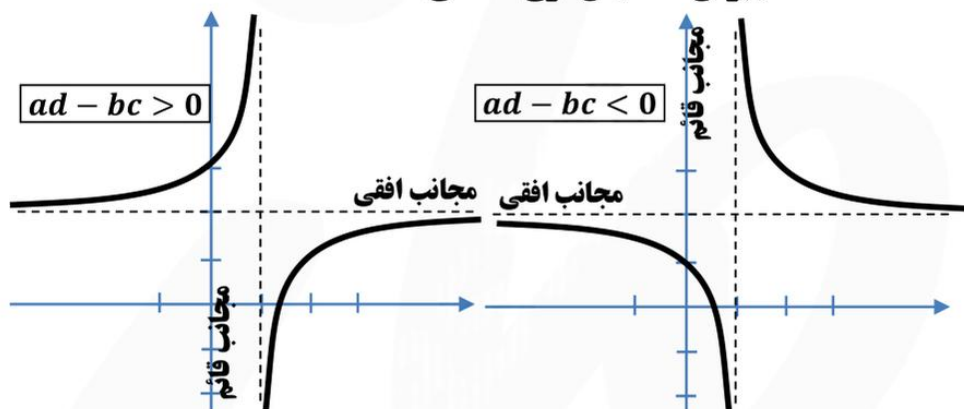
$$\begin{array}{l} \frac{1}{4}(1) \\ \frac{\sqrt{5}}{4}(3) \\ \frac{5}{4}(2) \\ \frac{5\sqrt{5}}{16}(4) \end{array}$$

رسم توابع هموگرافیکی  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

مرحله (۱): اگر مخرج را برابر صفر قرار دهیم مجانب قائم بدست می آید.  $x = -\frac{d}{c}$

مرحله (۲): مجانب افقی از تقسیم ضرایب  $x$  برهم بدست می آید.  $y = \frac{a}{c}$

مرحله (۳): محاسبه  $p = ad - bc$  برای تشخیص نوع منحنی



نکته: اگر  $p = ad - bc = 0$  باشد نمودار تابع به صورت تابع ثابت (خط افقی) است که یک نقطه توخالی دارد

که ریشه مخرج است. در این حالت صورت و مخرج با هم به طور کامل ساده می شود.

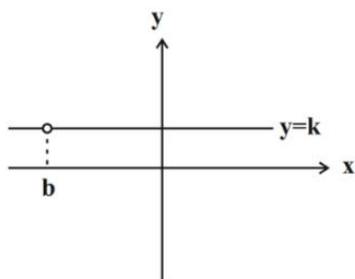
۱۶- منحنی  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  از چند ناحیه عبور می کند؟

$$4(4)$$

$$3(3)$$

$$2(2)$$

$$1(1)$$



۱۷- اگر نمودار تابع  $f(x) = \frac{2ax+16}{2x+a}$  به صورت مقابل باشد، حاصل  $b$  کدام است؟

(قلمچی)

$$-2(4)$$

$$6(3)$$

$$2(2)$$

$$-6(1)$$

## سوالات سراسری ۱۴۰۴

۱- اگر  $f$  تابع همانی و  $g$  تابع ثابت بوده و  $g(3x) + 2f(3+x) = 3 + 2x$  باشد، مقدار  $\frac{f(-1)}{g(4)}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $-\frac{1}{4}$  (۴)  $-\frac{1}{3}$

۲- اگر  $f$  تابع ثابت و  $g$  تابع همانی بوده و  $f(2x) - g(1-x) = 4 + x$  باشد، مقدار  $g(-1)f(3)$  کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۳ (۳) -۵ (۴) -۳

