Blue text on a black background

Description automatically generated

***Πολυτεχνική Σχολή***

***Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής και Υπολογιστών***

***Όραση Υπολογιστών***

***Εξαμηνιαία Εργασία***

*ΕΥΦΡΟΣΥΝΗ ΒΑΡΣΟΥ 21390021*

*ΑΓΓΕΛΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΜΕΝΤΖΕΛΟΣ 21390132*

# 1. Θεωρητικό Μέρος

## 1. Θόρυβος

* **Ποιά είναι η πιθανότητα μια τυχαία μεταβλητή X η οποία ακολουθεί την κανονική κατανομή της εξίσωσης (1) με μέση τιμή µ0 μηδέν και μοναδιαία διασπορά σ02 να πάρει την τιμή μηδέν;**

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

Αντικαθιστούμε στην παραπάνω εξίσωση (όπως περιγράφεται και στην εκφώνηση) μ0 = 0 και σ02= 1 → σ0= 1

H παραπάνω σχέση περιγράφει την τυποποιημένη συνεχής κανονική κατανομή. Στις συνεχείς κατανομές, η πιθανότητα να πάρει η μεταβλητή Χ ακριβώς μία τιμή είναι πάντα μηδέν. Πιο συγκεκριμένα, η πιθανότητα ενός σημείου x αφορά το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη της κατανομής. Όμως για ένα μοναδικό σημείο, αυτό το εμβαδόν είναι 0 όπως περιγράφεται λύνοντας και το παρακάτω ολοκλήρωμα:

Συνεπώς, το Χ είναι μια συνεχής τυχαία μεταβλητή και η πιθανότητα να πάρει μια ακριβή τιμή είναι πάντα μηδέν. Οι πιθανότητες στις συνεχείς κατανομές μετριούνται σε διαστήματα υπολογίζοντας το ολοκλήρωμα/εμβαδόν μεταξύ δύο σημείων:

* **Με ποιόν μετασχηματισμό μετατρέπεται ο πολλαπλασιαστικός θόρυβος η[i,j] της εξίσωσης (2) σε προσθετικό; Τι πλεονεκτήματα και ποιό μειονέκτημα έχει; Στην προηγούμενη εξίσωση γ0 είναι μια παράμετρος του θορύβου, s[i,j] η αρχική εικόνα, και x[i,j] η ενθόρυβη.**

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |
| Ο πολλαπλασιαστικός θόρυβος η[i,j] της εξίσωσης (2) μετατρέπεται σε προσθετικό χρησιμοποιώντας τον λογαριθμικό μετασχηματισμό (“log-transform”) ως εξής:  Έτσι, ο θόρυβος που ήταν πολλαπλασιαστικός (​) γίνεται προσθετικός (), σε λογαριθμικό χώρο. Κάποια από τα πλεονεκτήματα είναι ότι ο προσθετικός θόρυβος είναι πιο εύκολος να αναλυθεί με κλασικές τεχνικές φιλτραρίσματος (π.χ. Gaussian). Επιπλέον, ο log transform συμπιέζει τις υψηλές τιμές φωτεινότητας και ενισχύει τις χαμηλές με αποτέλεσμα να βελτιώνει την αντίθεση της εικόνας. Το μόνο μειονέκτημα που έχει είναι ότι ο λογάριθμος δεν εφαρμόζεται σε μηδενικές ή αρνητικές τιμές. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να προστεθεί μια μικρή θετική σταθερά πριν τον μετασχηματισμό, που αυτή μπορεί να επηρεάσει την ακρίβεια της επεξεργασίας. |  |

## 2. Παράγωγος συνάρτησης φωτεινότητας

**Στον υπολογισμό της κατεύθυνσης της παραγώγου της συνάρτησης φωτεινότητας μιας εικόνας, ποιό είναι ένα πιθανό πρόβλημα στον αριθμητικό υπολογισμό της και πώς αυτό μπορεί να αντιμετωπιστεί;**

## 3. Εξομαλυμένα ελάχιστα τετράγωνα

**Στην περίπτωση όπου ένα σήμα (μονοδιάστατο χάριν απλότητας) ανακτάται μέσω εξομαλυμένων ελαχίστων τετραγώνων όπως στην εξίσωση (3), τι συνέπειες θα είχε η επιλογή μιας αρνητικής τιμής για την υπερπαράμετρο ρ0;**

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |
| Στην παραπάνω εξίσωση υπολογίζεται το σήμα sLS, το οποίο προσπαθεί να προσεγγίσει τα δεδομένα x μέσω του γραμμικού μοντέλου Αs αλλά επειδή προστίθεται ο όρος κανονικοποιήσης προσθέτει ένα επιπλέον κόστος. Πιο συγκεκριμένα, η παράμετρος ρ0 απλά ελέγχει τον βαθμό της κανονικοποίησης της εξίσωσης.  Όταν ρ0>0, προστίθεται το κόστος του όρου κανονικοποιήσης για μεγάλες τιμές των συντελεστών του s και ενισχύονται οι λύσεις που είναι πιο «εξομαλυμένες». Αντίθετα, όταν ρ0 < 0 τότε ο όρος κανονικοποιήσης δεν αποτελεί πλέον κόστος αλλά κέρδος για μεγάλες τιμές του .  Οι αρνητικές τιμές του ρ0 έχει σαν συνέπεια η εξίσωση να γίνεται μη-κυρτή. Αυτό σημαίνει πως η λύση της εξίσωσης μπορεί να μην είναι μοναδική ή ακόμα και να μην βρεθεί ελάχιστο. Επιπλέον, οι αρνητικές τιμές κάνουν την εξίσωση να επιλέγει λύσεις που έχουν υψηλή ενέργεια. Με αποτέλεσμα, να ενισχύεται ο θόρυβος των x δεδομένων και προκαλώντας υπερεκπαίδευση και απώλεια γενίκευσης. Γενικά, η ρ0​ πρέπει να είναι μη αρνητική για να διασφαλιστεί η ευστάθεια, η γενίκευση και η ορθότητα της εξίσωσης. |  |

## 4. Συμπίεση εικόνας

**Ποιές είναι οι διαφορές όταν μια εικόνα συμπιέζεται μέσω παραγοντοποιήσεως ιδιαζουσών τιμών (SVD) και μέσω διδιάστατου διακριτού μετασχηματισμού συνημιτόνου (DCT2); Για να είναι ολοκληρωμένη η απάντησή σας, σκεφτείτε κατ΄ ελάχιστον την ερμηνεία των δύο μεθοδολογιών, τον χώρο τον οποίο καταλαμβάνουν οι αντίστοιχες συμπιεσμένες μορφές, και την πολυπλοκότητα υπολογισμού κάθε μετασχηματισμού. Επιπλέον διαφορές θα προσμετρηθούν θετικά.**

2. Προγραμματιστικό μέρος

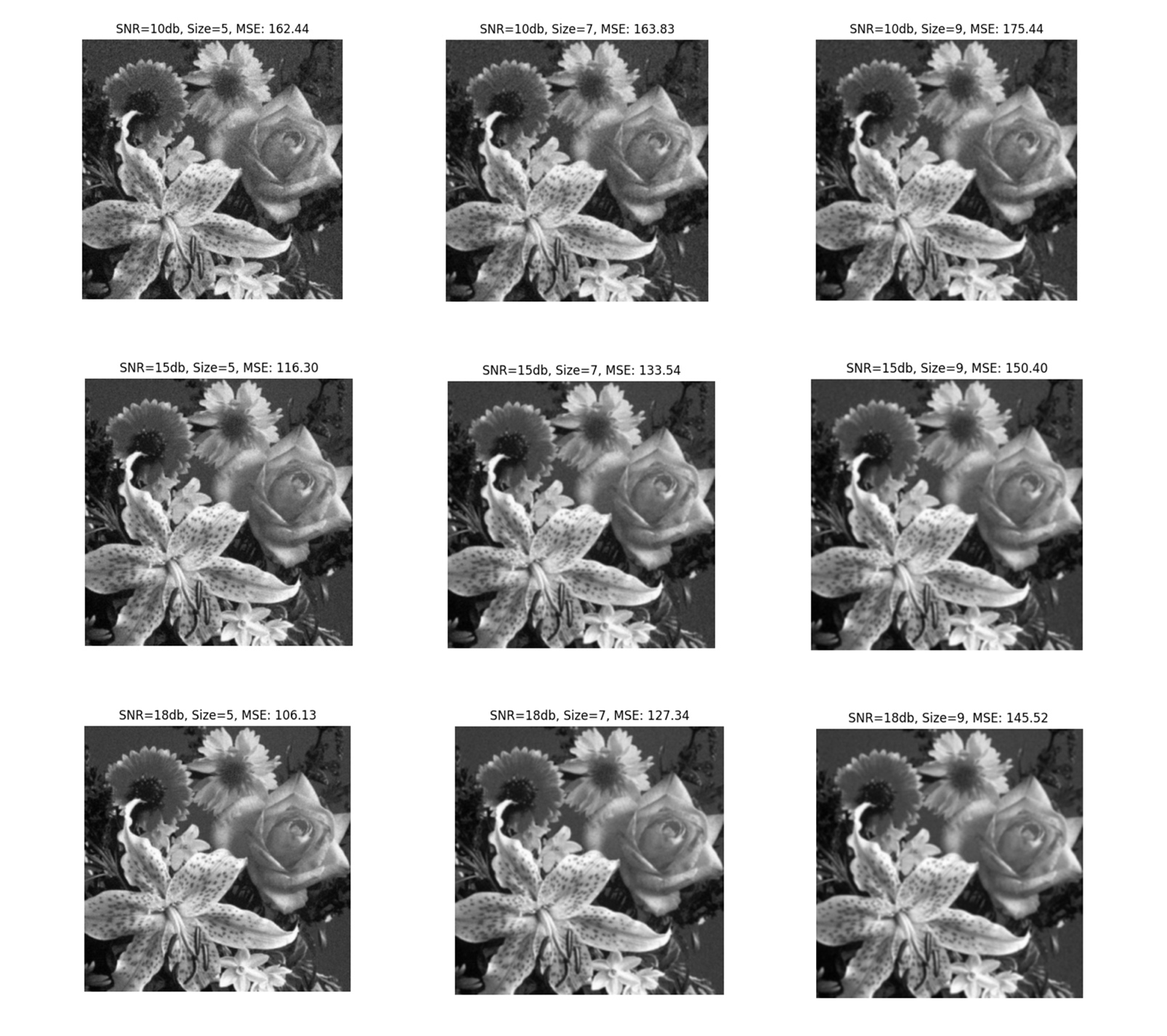
## 1. Μάσκα μέσου όρου

**Εφαρμόστε την μάσκα του μεσαίου όρου στην εικόνα flowers.jpg για μήκος πέντε, επτά, και εννέα για θόρυβο AWGN με λόγο σήματος προς θόρυβο 10, 15, και 18 dB. Τι παρατηρείτε; Ποιά η απόκλιση από την αρχική εικόνα ως προς το μέσο τετραγωνικό σφάλμα;**

Από τις παρακάτω εικόνες, παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται το μέγεθος της μάσκας μέσου όρου (kernel size 5, 7, 9), η κάθε εικόνα γίνεται πιο θολή και χάνει λεπτομέρειες. Αυτό συμβαίνει επειδή η μεγαλύτερη μάσκα εξομαλύνει περισσότερο τις τιμές των γειτονικών pixels, μειώνοντας τον θόρυβο αλλά και την οξύτητα της εικόνας.

Επίσης παρατηρούμε ότι, όσο μεγαλύτερο είναι το SNR (δηλαδή όσο μικρότερος είναι ο θόρυβος που προστίθεται στην εικόνα), τόσο καλύτερη είναι η ποιότητα του φίλτρου και ταυτόχρονα μικρότερη το MSE από την αρχική εικόνα. Για παράδειγμα, για SNR=18dB και για kernel size 5x5, το MSE είναι μικρότερο (MSE = 106.21) από ότι για SNR=10dB και kernel size 9x9 (MSE = 175.25).

Συνεπώς, μικρότερο MSE παρατηρείται όταν έχουμε υψηλό SNR και μικρό kernel size. Αντίθετα, μεγαλύτερo MSE εμφανίζεται όταν έχουμε χαμηλό SNR και μεγάλο kernel size.

****

*Εικόνα 1: flowers.jpg – AWGN θόρυβος*

3. ΄Οξυνση εικόνας

**Εφαρμόστε τον τελεστή όξυνσης στις εικόνες bridge.tiff, im1.jpg, και im2.jpg. Τι παρατηρείτε; Ποιά είναι η διαφορά από τις αντίστοιχες αρχικές εικόνες ως προς το μέσο τετραγωνικό σφάλμα;**

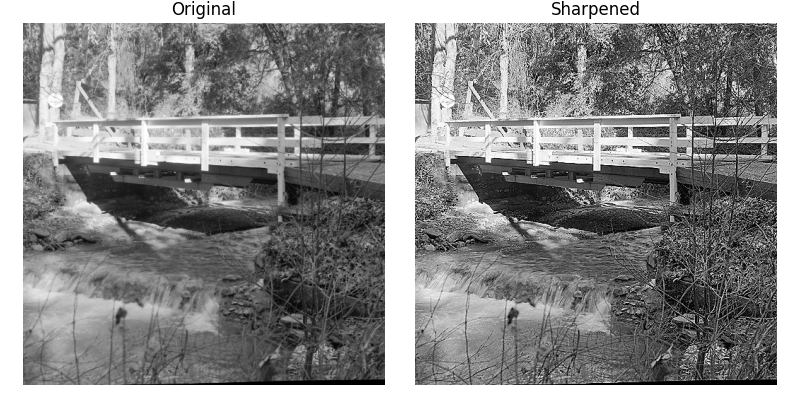
Από τις παρακάτω εικόνες παρατηρούμε ότι, μετά την εφαρμογή του τελεστή όξυνσης, διαπιστώνουμε ότι οι λεπτομέρειες και οι ακμές έχουν ενισχυθεί σε σχέση με τις αρχικές εικόνες.

Στην εικόνα bridge.tif, το mse (1558.73) είναι αρκέτα υψηλό, το οποίο δείχνει ότι η όξυνση προκάλεσε σημαντικές αλλαγές στην εικόνα (αφου διαφέρει κατά πολύ από την αρχική). Αυτό πιθανόν οφείλεται στο ότι η εικόνα έχει πολλές λεπτομέρειες, οπότε ο τελεστής όξυνσης ενισχύει έντονα τις διαφορές, αυξάνοντας το σφάλμα σε σχέση με την αρχική.

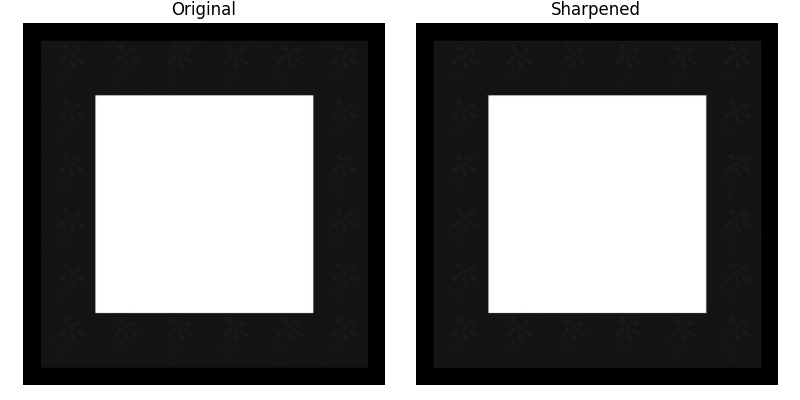
Στην εικόνα m1.jpg, το MSE είναι πολύ μικρό (3.32), που σημαίνει ότι η όξυνση δεν άλλαξε σημαντικά την εικόνα. Αυτό συμβαίνει επειδή η εικόνα έχει ήδη υψηλή αντίθεση και λίγες λεπτομέρειες, οπότε ο τελεστής δεν έχει μεγάλο αποτέλεσμα.

Στην εικόνα m2.jpg, το MSE είναι ικανοποιητικό (17.77), που σημαίνει ότι η όξυνση είχε μέτρια επίδραση καθώς ενισχύσε τις ακμές χωρίς να αλλοιώσει υπερβολικά την αρχική εικόνα.

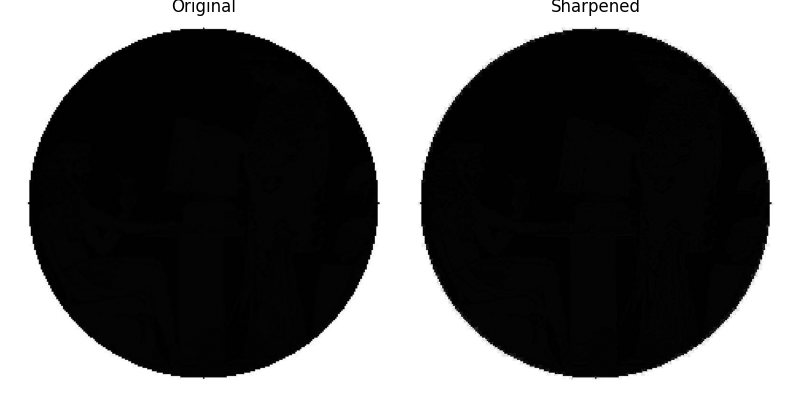
Συνεπώς, η όξυνση ενισχύει τις ακμές και τις λεπτομέρειες σε όλες τις εικόνες, αλλά το μέγεθος της διαφοράς MSE εξαρτάται από το αρχικό περιεχόμενο της εικόνας. Σε εικόνες με πολλές λεπτομέρειες, το MSE αυξάνεται σημαντικά, ενώ σε πιο απλές εικόνε με απλά σχήματα ς η διαφορά είναι μικρή.



*Εικόνα 2: bridge.tiff - Sharpening*



*Εικόνα 3: im1.jpg - Sharpening*



*Εικόνα 4: im2.jpg - Sharpening*

6. Ιστόγραμμα εικόνας

**Να γίνει εξίσωση ιστογράμματος στις εικόνες im1.jpg και im2.jpg τόσο με δικό σας κώδικα όσο και με την μέθοδο equalizeHist. Συγκρίνετε τα αποτελέσματα μεταξύ τους. Να τυπώσετε το αρχικό ιστόγραμμα και το τελικό ιστόγραμμα καθώς και το αρχικό και τελικό φάσμα του DCT2 και στις δύο περιπτώσεις. Τι παρατηρείτε; Δώστε προσοχή στην δομή των εικόνων.**

7. Ομοιομορφικό φιλτράρισμα

**Να εφαρμοστεί η τεχνική του ομοιομορφικού φιλτραρίσματος στην εικόνα car.jpg με ένα χωρικό φίλτρο Butterworth πρώτης τάξεως με την προσθήκη μιας μικρής σταθεράς για την ενίσχυση των χαμηλών συχνοτήτων. Τι παρατηρείτε;**