

# Równania różniczkowe zwyczajne z laboratorium

## Lista 1, 28.02.2018 r.

### Zad. 1

Rozwiązać równanie swobodnego spadku ciała (wersja bez oporu:  $c = 0$ )

$$m\ddot{x} = -mg - c\dot{x}. \quad (1)$$

Czy równanie (1) dla  $c = 0$  jest przypadkiem granicznym dla  $c \neq 0$ , gdy  $c \rightarrow 0$ ? Warunek początkowy:  $\dot{x}(0) = v_0$ ,  $x(0) = x_0$ .

### Zad. 2 Rozwiązać równanie logistyczne

$$\dot{x} = x(a - bx), \quad x(0) = x_0. \quad (2)$$

### Zad. 3

Sprawdzić, czy funkcja  $x(t) = \cos 4t$  jest rozwiązaniem równania  $\ddot{x} + 16x = 0$ .

### Zad. 4

Sprawdzić, czy funkcja  $2x^2 + y^2 - 2xy + 5x = 0$  jest rozwiązaniem równania  $\frac{dy}{dx} = \frac{2y-4x-5}{2y-2x}$ .

### Zad. 5

Sprawdzić, czy funkcja  $x(t) = c_1 \sin t + c_2 \cos t$  jest rozwiązaniem równania  $\ddot{x} + x = 0$ .

### Zad. 6

Sprawdzić, czy funkcja  $x(t) = \frac{t^2}{3} + \frac{1}{t}$  jest rozwiązaniem równania  $t\dot{x} + x = t^2$  na zbiorze  $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ .

**Zad. 7** Sprowadzić równanie  $\ddot{x} = \dot{x} + t$  do układu równań 1. rzędu.

### Zad. 8

Sprowadzić równanie  $2\ddot{x} - 5\dot{x} + x = 0$ ,  $x(3) = 6$ ,  $\dot{x}(3) = -1$  do układu równań 1. rzędu.

### Zad. 9

Sprawdzić, czy funkcja  $x(t) = 2 + c\sqrt{1-t^2}$  jest rozwiązaniem równania  $(1-t^2)\dot{x} + tx = 2t$  dla  $t \neq 1$ .