

Równania różniczkowe zwyczajne z laboratorium

Lista 2, 7.3.2018 r.

Zad. 1 Rozwiązać równania

$$xy' = 1 + y^2, \quad (1)$$

$$y' = x + \frac{x}{y}. \quad (2)$$

Zad. 2 Ze stożkowego zbiornika wypływa ciecz przez otwór w dnie. Znaleźć prawo opisujące wysokość poziomu cieczy w zbiorniku, jeśli znane jest pole otworu S . Słup cieczy o wysokości h wypływa przez otwór z szybkością $v = k\sqrt{2gh}$, gdzie g jest stałą przyspieszenia ziemskiego, k jest współczynnikiem proporcjonalności.

Zad. 3 W pomieszczeniu o stałej temperaturze 20°C st. ciało w ciągu 10 minut ochładza się od temperatury 100°C do 60°C . W jakim czasie ciało ostygnie do temperatury 25°C ? Spadek temperatury ciała jest proporcjonalny do różnicy temperatur ciała i otoczenia (stygnięcie wg prawa Newtona).

Zad. 4 Ciało zamordowanego znaleziono o godzinie 19:30. Lekarz, który przybył na miejsce morderstwa o godzinie 20:20 stwierdził, że temperatura ciała denata wynosi $32,6^\circ\text{C}$. Godzinę później, gdy ciało zabierano do kostnicy, zmierzono temperaturę ciała nieboszczyka równą $31,4^\circ\text{C}$. Podejrzany o morderstwo twierdzi, że tego popołudnia był w restauracji, ale świadkowie zeznali, że o godzinie 17:00 odebrał telefon, po którym natychmiast wyszedł. Wiedząc, że restauracja znajduje się o 5 minut od miejsca zbrodni, zdecyduj czy jego alibi jest niepodważalne. Przyjmij, że temperatura w której znajdowało się ciało była stała i wynosiła 21°C .

Zad. 5 Pies ściga kota, który porusza się ze stałą szybkością v po linii prostej. Pies biegnie ze stałą szybkością u ($u > v$) zawsze w kierunku punktu, w którym w danej chwili znajduje się kot. Znaleźć krzywą, po której porusza się pies (krzywą pościgu) oraz czas, po jakim dogoni kota.