

MMAD - Úkol 1

Filip Ditrich

Unicorn University, Prague, Czech Republic
March 5, 2024

Úloha 1

(3 body)

Dokažte, že každá ortogonální matice má determinant ± 1 .

Řešení

...

ODPOVĚĎ

—

Úloha 2

(3 body)

Pokud mají matice A i B stejná vlastní čísla, platí i, že $A \times B$ mají ty samá vlastní čísla?

Řešení

Neplatí. Uvažme matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Obě matice mají stejná vlastní čísla, ale jejich součin

$$A \times B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

již vlastní čísla stejná nemají.

Kdyby však matice A a B byly navzájem komutativní, tedy $A \times B = B \times A$, pak by platilo, že $A \times B$ mají stejná vlastní čísla jako $B \times A$, protože vlastní čísla matice jsou nezávislá na pořadí násobení.

ODPOVĚĎ

Ne, platí pouze v případě, že matice A a B jsou komutativní.

Úloha 3

(3 body)

Rozhodněte, zda je následující matice diagonalizovatelná

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -4 & 1 & 4 \\ -5 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

Řešení

...

ODPOVĚĎ

—

Úloha 4

(3 body)

Nalezněte vlastní vektor příslušný k nejmenšímu a největšímu vlastnímu číslu matice A z předchozího příkladu.

Řešení

...

ODPOVĚĎ

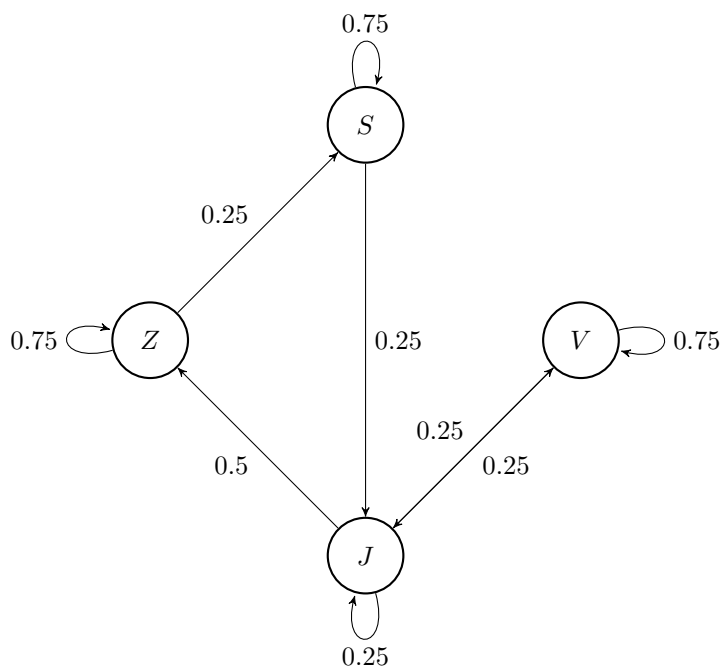
—

Úloha 5

(3 body)

Mějme stálý migrační proces obyvatel mezi Severem, Jihem, Východem a Západem, jehož průběh za 1 rok lze znázornit diagramem níže (desetinná čísla udávají, jaký zlomek populace se za rok přemístí po šípce do jiné oblasti). Na počátku je počet obyvatel ve všech oblastech 10 milionů.

Jak bude situace rozložení populace vypadat za 10 let od počátku? Na kterých hodnotách se populace v jednotlivých oblastech ustálí, pokud ji budeme dostatečně dlouho sledovat? Využijte libovolný počítačový nástroj a své argumenty podpořte výstupy tohoto nástroje.



Řešení

...

ODPOVĚĎ

—

Úloha 6

(3 body)

Na adrese <https://openmv.net/file/room-temperature.csv> naleznete soubor s daty. Jedná se o simulovaná data měření teploty v místnosti. Data jsou v .csv formátu. Obsahují hlavičku a pět sloupců. V prvním sloupci je datum, v následujících čtyřech sloupcích jsou teploty měření v jednotlivých čtyřech rozích místnosti.

Celkem je v souboru 144 záznamů měření. Pokud bychom chtěli s takovými daty dále pracovat, kolik hlavních komponent (a jaké) je vhodné zvolit a proč? Využijte SVD rozkladu a libovolného počítačového nástroje a své argumenty podpořte výstupy těchto nástrojů. Nezapomeňte na úvodní transformaci dat.

Řešení

...

ODPOVĚĎ

—