

Tento úkol z předmětu [Matematika a algoritmy pro data mining](#) je určen k procvičení témat z následujících kapitol probíraných na předmětu:

- [Základy lineární algebry](#)
- [Vlastní čísla matic](#)
- [Maticové rozklady](#)

Jedná se o pracovní sešit lineární algebry na procvičení a hlubší pochopen jednotlivých témat.

Zadání

Všechny své odpovědi čitelně a pečlivě popište a zdůvodněte. Pokud to není výslovně uvedeno, není povolené k řešení používat počítač. Čísla vystupující z počítače vždy uvádějte, tak aby bylo jasné, proč jste dospěli k daným závěrům. Každý příklad je za **3 body** (tedy dohromady za 6 příkladů až 18 bodů). Maximální počet bodů, který můžete získat je ale **12**, můžete si tedy vybrat úlohy, které vás osloví

Příklad 1

Dokažte, že každá ortogonální matice má determinant ± 1 .

Příklad 2

Pokud mají matice A i B stejná vlastní čísla, platí i, že $A \times B$ mají ty samá vlastní čísla?

Příklad 3

Rozhodněte, zda je následující matice diagonalizovatelná.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -4 & 1 & 4 \\ -5 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

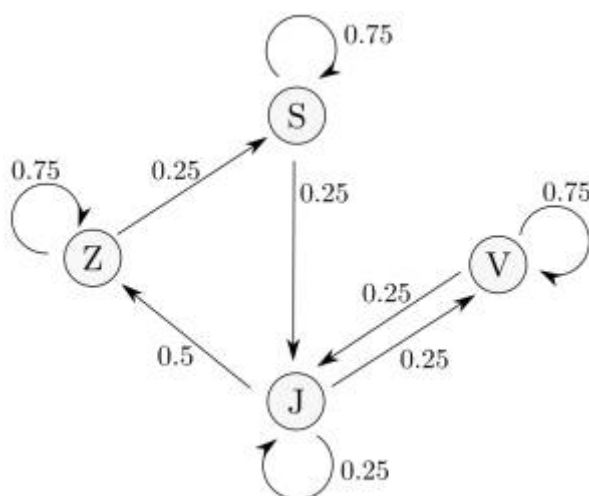
Příklad 4

Nalezněte vlastní vektor příslušný k nejmenšímu a největšímu vlastnímu číslu matice A z

předchozího příkladu.

Příklad 5

Mějme stálý migrační proces obyvatel mezi Severem, Jihem, Východem a Západem, jehož průběh za 1 rok lze znázornit diagramem níže (desetinná čísla udávají, jaký zlomek populace se za rok přemístí po šipce do jiné oblasti). Na počátku je počet obyvatel ve všech oblastech 10 milionů. Jak bude situace rozložení populace vypadat za 10 let od počátku? Na kterých hodnotách se populace v jednotlivých oblastech ustálí, pokud ji budeme dostatečně dlouho sledovat? Využijte libovolný počítačový nástroj a své argumenty podpořte výstupy tohoto nástroje.



Příklad 6

Na adrese

- <https://openmv.net/info/room-temperature>

naleznete soubor s daty. Jedná se o simulovaná data měření teploty v místnosti. Data jsou v `.csv` formátu. Obsahují hlavičku a pět sloupců. V prvním sloupci je datum, v následujících čtyřech sloupcích jsou teploty měření v jednotlivých čtyřech rozích místnosti.

Celkem je v souboru 144 záznamů měření. Pokud bychom chtěli s takovými daty dále pracovat, kolik hlavních komponent (a jaké) je vhodné zvolit a proč? Využijte SVD rozkladu a libovolného počítačového nástroje a své argumenty podpořte výstupy těchto nástrojů. Nezapomeňte na úvodní transformaci dat.