

Método para Controle de Tensão em Barras Remotas usando o Fluxo de Potência Holomórfico

Filipe M.S. Rodrigues* Letícia L.S. de Sousa* Igor D.de Melo*
Bráulio C. de Oliveira** Frederico T.S. Silva***

* *Universidade Federal de Juiz de Fora, MG (e-mails: filipe.rodrigues@ufjf.br, leticia.lacerda@ufjf.br, igor.delgado@ufjf.br)*
** *Universidade Federal do Rio de Janeiro (braulio.oliveira@poli.br)*
*** *Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (frederico@cepel.br)*

Abstract: This paper proposes a novel approach for voltage control in remote buses using the Holomorphic Embedding Load Flow Method (HELM). The holomorphic load flow is modeled by introducing a complex variable into the algebraic power flow equations, which are expressed in terms of state variables. The method proposed in this paper also considers the equations associated with both local and remote control, which are expressed as functions of this complex variable. Voltages for each bus in the system are computed as the sum of multiple terms in a Maclaurin series, with each term determined recursively using Padé approximants. In the proposed methodology, the HELM equations are adapted to allow the reactive power generated by a dispatchable generator to control the voltage magnitude at a remote load bus. Additionally, as a contribution, the proposed method introduces a representation of voltage control performed by multiple generators with their respective participation factors. Simulations on the IEEE 57-bus system are conducted to demonstrate the applicability of the proposed method.

Resumo: Este artigo apresenta uma nova abordagem para o controle de tensão em barras remotas, utilizando o Método do Fluxo de Potência Holomórfico (HELM). O fluxo de potência holomórfico é modelado através da introdução de uma variável complexa nas equações algébricas do fluxo de potência, expressas em função das variáveis de estado. O método proposto considera as equações do controle local e remoto, expressas como funções dessa variável complexa. As tensões são calculadas, para cada barra do sistema, através do somatório de múltiplos termos de uma série de Maclaurin, sendo cada termo determinado recursivamente utilizando os aproximantes de Padé. Na metodologia apresentada, as equações do HELM são adaptadas para permitir que a potência reativa gerada por um gerador despachável controle a magnitude da tensão em uma barra de carga remota. Além disso, o método proposto apresenta, como contribuição, a representação do controle de tensão efetuado por múltiplos geradores com seus respectivos fatores de participação. Simulações computacionais no sistema IEEE 57 barras são realizadas para demonstrar a aplicabilidade do método proposto.

Keywords: Power flow; Voltage Control; Remote Buses; Holomorphic Embedding Load Flow Method; Power System Analysis.

Palavras-chaves: Fluxo de Potência; Controle de Tensão; Barras Remotas; Método do Fluxo de Potência Holomórfico; Análise de Sistemas de Potência.

1. INTRODUÇÃO

O crescimento da demanda e os desafios impostos pelas fontes alternativas de energia tornam a operação dos sistemas de potência cada vez mais complexa. Assim, torna-se essencial desenvolver métodos eficientes para aplicação em tempo real, garantindo a segurança dos sistemas (de Melo, 2023).

O fluxo de potência é uma das principais ferramentas utilizadas para analisar a operação de redes elétricas em regime permanente (Echavarren et al., 2023). Seu objetivo é determinar o estado operativo do sistema a partir de uma condição específica de carga e geração. Além disso, o fluxo de potência auxilia na definição das variáveis de controle necessárias para garantir a operação segura da

rede, incluindo a potência reativa injetada por unidades geradoras despacháveis, os *taps* de transformadores OLTC (*On Load Tap Changer*) e os parâmetros operacionais de equipamentos de eletrônica de potência. A determinação dessas variáveis pode ser realizada por meio da técnica dos ajustes alternados ou, de forma mais precisa, pela expansão da matriz jacobiana estabelecida durante o cálculo iterativo do fluxo de potência (Passos Filho, 2000). Neste caso, podem ser determinados tanto os valores da variável controlada quanto os da variável de controle.

As equações do fluxo de potência são não lineares e exigem métodos numéricos para sua solução. Entre as principais técnicas utilizadas, destacam-se os métodos de Newton-Raphson (Tinney and Hart, 1967), Gauss-Seidel (Sanitha Michail et al., 2024) e Levenberg-Marquadt (Pires et al., 2019). No entanto, devido à existência de múlti-

* Agradecemos a UFJF, UFRJ, CEPEL, CAPES/CNPQ e INERGE.

plas soluções associadas às equações do fluxo de potência, especialmente quando há controle de variáveis, a obtenção de uma solução exata depende do conhecimento preciso da rede elétrica e de sua condição operativa, garantindo uma inicialização adequada das variáveis a serem calculadas. No caso do método de Newton-Raphson, por exemplo, a escolha dos valores iniciais pode impactar diretamente a convergência numérica, podendo resultar na não convergência do fluxo de potência ou, em alguns casos, levar a soluções impraticáveis para a operação em tempo real (de Melo et al., 2023).

Recentemente, Trias (2012) introduziu um novo método para a resolução das equações do fluxo de potência, proporcionando uma solução única e estável. Esse método, denominado HELM (*Holomorphic Embedding Load Flow Method*), elimina a necessidade de estimativas iniciais para as variáveis a serem calculadas, pois essas são determinadas diretamente pelo algoritmo por meio de um processo chamado cálculo da solução germinal. Além disso, a solução é obtida de forma não iterativa, garantindo um tempo computacional reduzido e eficiente.

O método holomórfico é baseado na análise das funções complexas, e parte do princípio que as variáveis do fluxo de potência podem ser transformadas em funções holomorfas a partir de uma incorporação de um parâmetro α nas equações de balanço de potência (EBPs) de cada barra do sistema. Uma função holomorfa se resume a uma função diferenciável em todos os pontos do domínio complexo. Tal fato permite que as variáveis de estado do fluxo de potência, quando escritas como funções holomorfas, possam ser expandidas em múltiplos termos de séries de MacLaurin (Trias et al., 2018). Cada termo que compõe as séries são calculados de forma recursiva e, a cada novo termo calculado, utiliza-se técnicas como os aproximantes de Padé para acelerar a convergência das séries.

Este trabalho aborda a modelagem e implementação do controle remoto de tensão usando o HELM, por meio da injeção de potência reativa de múltiplas máquinas síncronas, cujos fatores de participação são ajustados para regular a tensão de forma coordenada. O artigo está estruturado em quatro seções, incluindo esta introdução. A segunda apresenta uma revisão das equações do HELM, seguido pela proposta de metodologia para o controle de tensão. Na terceira seção, são discutidos os resultados das simulações, e a seção final traz as devidas conclusões.

2. DESENVOLVIMENTO DO MÉTODO PROPOSTO

2.1 Método Holomórfico: Fundamentos Básicos

Sabe-se que, através das leis de Kirchhoff, é possível estabelecer uma relação entre a potência complexa em uma dada barra “ i ” do sistema com seu respectivo fasor de tensão. Para o conjunto \mathbf{N} de barras que compõem o sistema, é possível escrever uma EBP, conforme mostrado na Equação (1). Nela, o termo Y_{ik} representa a admitância generalizada, que inclui as admitâncias dos ramos diretamente ligados à barra “ i ” e as admitâncias *shunt* das barras conectadas à barra “ i ”.

$$\sum_{k=1}^N Y_{ik} V_k = \left(\frac{S_i}{V_i} \right)^*, \quad \forall i \in \mathbf{N} \quad (1)$$

Conforme proposto por Trias (2012), uma variável complexa α pode ser incorporada às EBPs a fim de tornar as variáveis de estado do problema em funções holomorfas, por definição. A incorporação ocorre ao multiplicar os valores especificados de potência na Equação (1) pelo parâmetro α , enquanto as variáveis de estado tornam-se calculáveis em função desse novo parâmetro. Seguindo esse princípio, uma barra de carga i pertencente ao conjunto \mathbf{PQ} pode ser modelada usando a Equação (2).

$$\sum_{k=1}^N Y_{ik}^{tr} V_k(\alpha) = \alpha \left(P_i^{esp} - jQ_i^{esp} \right) W_i^*(\alpha^*) - \alpha Y_i^{sh} V_i(\alpha), \quad \forall i \in \mathbf{PQ} \quad (2)$$

Note a presença do termo $W_i^*(\alpha^*)$ na Equação (2). Esse termo corresponde ao inverso da tensão $V_i^*(\alpha^*)$, conforme definido na Equação (3). A introdução dessa variável é fundamental para a formulação do método e será empregada sempre que necessário ao longo da análise (Subramanian et al., 2013).

$$W_i^*(\alpha^*) = \frac{1}{V_i^*(\alpha^*)}, \quad \forall i \in \mathbf{N} \quad (3)$$

As barras de geração, representadas pelo conjunto \mathbf{PV} , seguem o mesmo padrão, e sua modelagem é apresentada na Equação (4). No entanto, nota-se que a potência reativa não é especificada nesse tipo de barra, sendo, portanto, escrita em função de α e calculada da mesma forma que as tensões nodais, conforme descrito por Trias et al. (2018).

$$\sum_{k=1}^N Y_{ik}^{tr} V_k(\alpha) = \left(\alpha P_i^{esp} - jQ_i(\alpha) \right) W_i^*(\alpha^*) - \alpha Y_i^{sh} V_i(\alpha), \quad \forall i \in \mathbf{PV} \quad (4)$$

Devido à inclusão de uma nova variável livre na formulação para barras do tipo PV (geração despachável), conforme descrito na Equação (4), torna-se necessária a inclusão da Equação (5) no modelo. Essa equação impõe valor fixo à tensão, garantindo sua especificação corretamente (Trias et al., 2018).

$$V_i(\alpha) V_i^*(\alpha^*) = 1 + \alpha (|V_i^{esp}|^2 - 1), \quad \forall i \in \mathbf{PV} \quad (5)$$

A modelagem para a barra de referência, ou *slack*, representada pelo conjunto unitário $\mathbf{V\theta}$, é apresentada na Equação (6). Note que uma formulação especial é atribuída a essa barra, pois sua tensão complexa deve ser especificada Trias (2012).

$$V_i(\alpha) = 1 + \alpha (V_i^{esp} - 1), \quad \forall i \in \mathbf{V\theta} \quad (6)$$

A formulação matemática adotada para representar cada barra do sistema exige a definição de funções holomorfas associadas às tensões e, também, potências reativas das barras do tipo PV. Quando $\alpha = 1$, as EBPs originais do problema do fluxo de potência são recuperadas para a carga nominal.

O cálculo das variáveis do problema (tensões e potência reativa) pode ser realizado por meio de séries de Maclaurin, conforme mostrado nas Equações (7), (8) e (9).

$$V_i(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} V_i[n] \alpha^n = V_i[0] + V_i[1] \alpha + \dots \forall i \in \mathbf{N} \quad (7)$$

$$W_i^*(\alpha^*) = \sum_{n=0}^{\infty} W_i^*[n] (\alpha^*)^n = W_i^*[0] + W_i^*[1] \alpha^* + \dots \forall i \in \mathbf{N} \quad (8)$$

$$Q_i(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} Q_i[n] \alpha^n = Q_i[0] + Q_i[1] \alpha + \dots \forall i \in \mathbf{PV} \quad (9)$$

Para determinar os termos dessas séries, é necessária uma inicialização, denominada solução germinal, que corresponde ao caso em que $\alpha = 0$. Conforme descrito por Subramanian et al. (2013), essa condição representa uma análise do sistema sem a presença de cargas e geração, ou seja, em um cenário sem correntes circulantes. Como etapa inicial na construção da representação analítica das tensões e potências reativas, resolve-se o sistema de Equações (2) a (9) para $\alpha = 0$, o que permite obter o primeiro termo das séries de MacLaurin associadas à essas grandezas. O resultado correspondente é apresentado na Equação (10).

$$\begin{cases} V_i[0] = 1, & \forall i \in \mathbf{N} \\ W_i^*[0] = 1, & \forall i \in \mathbf{N} \\ Q_i[0] = 0, & \forall i \in \mathbf{PV} \end{cases} \quad (10)$$

Os termos de ordem $n \geq 1$, apresentados nas Equações (7), (8) e (9), podem ser calculados por meio da combinação e manipulação algébrica das Equações (2) a (9). Esse processo algébrico resulta nas Equações (11) a (15), que permitem a determinação dos termos subsequentes das séries de MacLaurin segundo demonstrado em Subramanian et al. (2013).

$$V_i[n] = \begin{cases} V_i^{esp} - 1, & \text{se } n = 1 \\ 0, & \text{se } n > 1 \end{cases} \quad \forall i \in \mathbf{V}\theta \quad (11)$$

$$W_i[n] = -\frac{\sum_{k=0}^{n-1} W_i[k] V_i[n-k]}{V_i[0]}, \quad \text{se } n \geq 1 \quad \forall i \in \mathbf{N} \quad (12)$$

$$\sum_{k=1}^N Y_{ik}^{tr} V_k[n] = S_i^* W_i^*[n-1] - Y_i^{sh} V_i[n-1], \quad \text{se } n \geq 1 \quad \forall i \in \mathbf{PQ} \quad (13)$$

$$\sum_{k=1}^N Y_{ik}^{tr} V_k[n] = P_i W_i^*[n-1] - j \left(\sum_{k=1}^{n-1} Q_i[k] W_i^*[n-k] + Q_i[n] \right) - Y_i^{sh} V_i[n-1], \quad \text{se } n \geq 1 \quad \forall i \in \mathbf{PV} \quad (14)$$

$$V_i^{re}[n] = \begin{cases} 1, & \text{se } n = 0 \\ \frac{1}{2} (|V_i^{esp}|^2 - 1), & \text{se } n = 1 \\ -\frac{1}{2} \left(\sum_{k=1}^{n-1} V_i[k] V_i^*[n-k] \right), & \text{se } n > 1 \end{cases} \quad \forall i \in \mathbf{PV} \quad (15)$$

A Equação (14) pode ser expressa de forma mais concisa ao introduzir um novo termo, denominado $\Psi[n-1]$, conforme

apresentado na Equação (16). Esse termo reúne todos os fatores que podem ser calculados a partir dos resultados de recursões anteriores (termos de ordem inferior a n).

$$\Psi[n-1] = P_i W_i^*[n-1] - j \left(\sum_{k=1}^{n-1} Q_i[k] W_i^*[n-k] \right) - Y_i^{sh} V_i[n-1], \quad \text{se } n \geq 1 \quad \forall i \in \mathbf{PV} \quad (16)$$

A nova formulação da Equação (14) é apresentada na Equação (17), como consequência.

$$\sum_{k=1}^N Y_{ik}^{tr} V_k[n] = \Psi[n-1] - j Q_i[n], \quad \text{se } n \geq 1 \quad \forall i \in \mathbf{PV} \quad (17)$$

As equações recursivas (11) a (16) podem ser agrupadas em um sistema matricial, conforme descrito na Equação (18), a qual é apresentada de forma completa na próxima página. Com base neste sistema, cada termo de $V_i[n]$ e $Q_i[n]$ pode ser determinado a partir do valor do termo anterior $V_i[n-1]$ e $Q_i[n-1]$. A solução germinal, definida como $V_i[0] = W_i^*[0] = 1$ para todos os barramentos do sistema e $Q_i[0] = 0$ para todas as barras de geração, propicia para que o processo recursivo seja inicializado.

A resolução do fluxo de potência pelo método holomórfico é realizada através das sucessivas soluções do sistema de matricial (18). No entanto, as expressões recursivas podem levar a cálculos extensivos de vários termos e tempos computacionais elevados. Para mitigar esse problema, aplica-se a continuação analítica à série de Maclaurin das tensões de cada barra, utilizando os aproximantes de Padé. Essa técnica encontra uma fração racional que melhor se ajusta aos coeficientes da série original, garantindo uma convergência mais rápida do que a série que a formou.

Os aproximantes de Padé das séries de Maclaurin que representam as tensões do sistema, conforme descrito na Equação (7), podem ser calculados a partir da Equação (19), na qual L e M são os graus polinomiais do numerador e do denominador, respectivamente.

$$V_i(\alpha) = \frac{a_i(\alpha)}{b_i(\alpha)} \approx \frac{a_i[0] + a_i[1]\alpha + a_i[2]\alpha^2 + \dots + a_i[L]\alpha^L}{1 + b_i[1]\alpha + b_i[2]\alpha^2 + \dots + b_i[M]\alpha^M} \quad \forall i \in \mathbf{N} \quad (19)$$

Segundo Subramanian et al. (2013), os coeficientes $a_i(\alpha)$ e $b_i(\alpha)$ presentes na Equação (19) são determinados diretamente através das Equações (20) e (21).

$$\begin{bmatrix} V_i[L-M+1] & \dots & V_i[L] \\ V_i[L-M+2] & \dots & V_i[L+1] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ V_i[L] & \dots & V_i[L+M-1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_i[M] \\ b_i[M-1] \\ \vdots \\ b_i[1] \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} V_i[L+1] \\ V_i[L+2] \\ \vdots \\ V_i[L+M] \end{bmatrix} \quad \forall i \in \mathbf{N} \quad (20)$$

$$a_i[L] = V_i[L] + \sum_{k=1}^M b[k] V_i[L-k] \quad \forall i \in \mathbf{N} \quad (21)$$

A técnica dos aproximantes de Padé é uma ferramenta matemática importante para ampliar a continuidade analítica de funções holomorfas, expandindo seu raio de convergên-

$$\begin{bmatrix}
1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots \\
0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \\
G_{i1} & -B_{i1} & \cdots & 0 & -B_{ii} & \cdots & G_{im} & -B_{im} & \cdots \\
B_{i1} & G_{i1} & \cdots & 1 & G_{ii} & \cdots & B_{im} & G_{im} & \cdots \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \\
G_{m1} & -B_{m1} & \cdots & 0 & -B_{mi} & \cdots & G_{mm} & -B_{mm} & \cdots \\
B_{m1} & G_{m1} & \cdots & 0 & G_{mi} & \cdots & B_{mm} & G_{mm} & \cdots \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
V_1^{re}[n] \\
V_1^{im}[n] \\
\vdots \\
Q_i[n] \\
V_i^{im}[n] \\
\vdots \\
V_m^{re}[n] \\
V_m^{im}[n] \\
\vdots
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
V_1^{esp} - 1, \text{ se } n = 1 \\
0, \text{ se } n > 1 \\
\vdots \\
Re\{\Psi_i[n-1]\} \\
Im\{\Psi_i[n-1]\} \\
\vdots \\
Re\{S_m^* W_m^*[n-1] - Y_m^{sh} V_m[n-1]\} \\
Im\{S_m^* W_m^*[n-1] - Y_m^{sh} V_m[n-1]\} \\
\vdots
\end{bmatrix}
-
\begin{bmatrix}
\vdots & \vdots & \vdots \\
\cdots & G_{ii} & \cdots \\
\vdots & B_{ii} & \vdots \\
\vdots & \vdots & \vdots \\
\cdots & G_{mi} & \cdots \\
\vdots & B_{mi} & \vdots \\
\vdots & \vdots & \vdots
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\vdots \\
\vdots \\
\vdots
\end{bmatrix}
\quad n \geq 1
\quad (18)$$

cia ao máximo. Isso reduz o número de termos recursivos a serem calculados a cada solução do sistema matricial (18) resultando em um processo mais eficiente e rápido.

Como já mencionado, a obtenção da solução precisa, única e estável das EBP's é conduzida ao considerar ($\alpha = 1$) nas funções holomorfas de todas as tensões nodais do sistema, tratadas pelos aproximantes de Padé. O critério de convergência do método holomórfico é definido de forma semelhante aos métodos clássicos da literatura. Neste caso, determina-se que o maior *mismatch* de potência, conforme descrito na Equação (22), avaliado ao fim de cada recursão, deve ser menor que uma dada tolerância ϵ , que indica a obtenção da solução.

$$\begin{aligned}
\max |\Delta \mathbf{P}, \quad \Delta \mathbf{Q}| &< \epsilon \\
\Delta P_i &= P_i^{esp} - P_i^{cal}(V_j(\alpha = 1), \forall j \in \mathbf{N}), \quad \forall i \in \mathbf{PQ} \cup \mathbf{PV} \\
\Delta Q_i &= Q_i^{esp} - Q_i^{cal}(V_j(\alpha = 1), \forall j \in \mathbf{N}), \quad \forall i \in \mathbf{PQ}
\end{aligned} \quad (22)$$

2.2 Metodologia Proposta Para Controle Remoto de Tensão

Esta seção é dedicada a apresentar a metodologia proposta neste trabalho, cuja maior contribuição é o controle remoto de tensão efetuado por múltiplas unidades geradoras. Normalmente, barras de geração são caracterizadas por terem suas potências ativa e a magnitude da tensão especificadas na formulação clássica do fluxo de potência. Já as barras de carga, têm suas potências ativa e reativa especificadas.

Nesse contexto, conforme descrito por Passos Filho (2000), a potência reativa de uma barra de geração pode controlar a tensão em uma barra de carga distante. Quando a magnitude da tensão na barra de geração é variável, ela é classificada como uma barra do tipo "P". Já a barra de carga, é classificada como "PQV", uma vez que sua tensão será controlada em um valor fixo.

Considerando uma barra "m", originalmente classificada como barra de carga, como uma barra do tipo "PQV", as equações de controle a serem incorporadas ao problema de fluxo de potência por meio do método holomórfico, de forma que sua tensão seja controlada por ng geradores são expressas pelo sistema de Equações (23) em que σ representa o fator de participação de cada gerador.

$$\begin{cases}
V_m = V_m^{esp} \\
Q_{G_1} - \sigma_{12} Q_{G_2} = 0 \\
Q_{G_2} - \sigma_{23} Q_{G_3} = 0 \\
\vdots \\
Q_{G_{ng-1}} - \sigma_{(ng-1)ng} Q_{G_{ng}} = 0
\end{cases} \quad (23)$$

Neste caso, as tensões nas barras onde estão localizados os ng geradores, agora classificadas como barras do tipo "P" e denominadas genericamente de " p_1, p_2, \dots, p_{ng} ", tornam-se incógnitas do problema. Por outro lado, a tensão na barra "m" é especificada e segue um tratamento matemático semelhante ao apresentado na Equação (15), onde sua parte real pode ser obtida diretamente na recursão n , sendo, portanto, um parâmetro previamente estipulado.

Entretanto, para que o conjunto de equações de controle (23) possa ser integrado à formulação do método holomórfico, é necessária uma consideração importante. A incógnita do problema é a potência reativa líquida, conforme expresso em (18), e não a potência reativa gerada. Para assegurar que as equações em (23) sejam devidamente satisfeitas, é necessário que as cargas reativas associadas às barras de geração, onde estão localizados os ng geradores, denominadas " p_1, p_2, \dots, p_{ng} ", sejam representadas de forma análoga às potências reativas líquidas descritas na Equação (9). Essa representação é formalizada na Equação (24).

$$Q_{d_i}[n] = \begin{cases} Q_{d_i}^{esp}, & \text{se } n = 1 \\ 0, & \text{se } n \neq 1 \end{cases} \quad \forall i \in \{p_1, p_2, \dots, p_{ng}\} \quad (24)$$

Dessa forma, ao considerar uma das EBP's em (23) e combiná-la com as expressões das potências reativa líquida e demandada, apresentadas nas Equações (9) e (24), respectivamente, é possível chegar na Equação (25).

$$\begin{aligned}
&(Q_{p_1}[0] + Q_{p_1}[1]\alpha + \cdots + Q_{d_{p_1}}[1]\alpha) \\
&- \sigma_{12} (Q_{p_2}[0] + Q_{p_2}[1]\alpha + \cdots + Q_{d_{p_2}}[1]\alpha) = 0
\end{aligned} \quad (25)$$

Com base na Equação (25) e considerando a possibilidade de generalização para quaisquer $ng - 1$ EBP's presentes no sistema de equações (23), a organização dos termos de mesma ordem em α permite a formulação da Equação (26).

$$Q_{p_1}[n] - \sigma_{12} Q_{p_2}[n] = \begin{cases} \sigma_{12} Q_{d_{p_2}}^{esp} - Q_{d_{p_1}}^{esp}, & \text{se } n = 1 \\ 0, & \text{se } n \neq 1 \end{cases} \quad (26)$$

Com isso, a estrutura genérica a ser incorporada ao sistema linear da Equação (18), que deve ser resolvido a cada recursão considerando esse tipo de controle, é apresentada pelo sistema matricial (27), mostrado na próxima página.

2.3 Fluxograma

A Figura 1 apresenta um fluxograma da metodologia, detalhando a implementação do método holomórfico com controle de tensão. Esse fluxograma esclarece a resolução

$$\begin{bmatrix}
\ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\
\cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & -\sigma_{12} & 0 & 0 & \cdots \\
\cdots & 0 & G_{p_1 p_1} & -B_{p_1 p_1} & \cdots & 0 & G_{p_1 p_2} & -B_{p_1 p_2} & \cdots \\
\cdots & 1 & B_{p_1 p_1} & G_{p_1 p_1} & \cdots & 0 & B_{p_1 p_2} & G_{p_1 p_2} & \cdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots \\
\cdots & 0 & G_{p_2 p_1} & -B_{p_2 p_1} & \cdots & 0 & G_{p_2 p_2} & -B_{p_2 p_2} & \cdots \\
\cdots & 0 & B_{p_2 p_1} & G_{p_2 p_1} & \cdots & 1 & B_{p_2 p_2} & G_{p_2 p_2} & \cdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
Q_{p_1}[n] \\
V_{p_1}^{re}[n] \\
V_{p_1}^{im}[n] \\
\vdots \\
Q_{p_2}[n] \\
V_{p_2}^{re}[n] \\
V_{p_2}^{im}[n] \\
\vdots
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\vdots \\
\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{12} Q_{d_{p_2}}^{esp}[n] - Q_{d_{p_1}}^{esp}[n], \text{ se } n = 1 \\ 0, \text{ se } n \neq 1 \end{array} \right. \\
\left. \begin{array}{l} Re \{ \Psi_{p_1}[n-1] \} \\ Im \{ \Psi_{p_1}[n-1] \} \end{array} \right\} \\
\vdots \\
\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{23} Q_{d_{p_3}}^{esp}[n] - Q_{d_{p_2}}^{esp}[n], \text{ se } n = 1 \\ 0, \text{ se } n \neq 1 \end{array} \right. \\
\left. \begin{array}{l} Re \{ \Psi_{p_2}[n-1] \} \\ Im \{ \Psi_{p_2}[n-1] \} \end{array} \right\} \\
\vdots
\end{bmatrix}
-
\begin{bmatrix}
\vdots & \vdots & \vdots \\
\cdots & 0 & \cdots \\
\cdots & G_{p_1 m} & \cdots \\
\cdots & B_{p_1 m} & \cdots \\
\vdots & \vdots & \vdots \\
\cdots & 0 & \cdots \\
\cdots & G_{p_2 m} & \cdots \\
\cdots & B_{p_2 m} & \cdots \\
\vdots & \vdots & \vdots
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\vdots \\
V_m^{re}[n] \\
\vdots
\end{bmatrix} \quad n \geq 1
\quad (27)$$

do sistema linear da Equação (18) a cada recursão, considerando a adição do tratamento matemático aplicado ao controle remoto de tensão presente na Equação (23). Para uma melhor compreensão, o fluxograma foi segmentado em 12 blocos, detalhados a seguir.

- **Bloco 1:** Leitura dos dados de barras e de linhas;
- **Bloco 2:** Dentre as barras de carga, seleciona-se o conjunto de barras do tipo PQ cujas tensões serão controladas. Esse conjunto é denominado **PQV**;
- **Bloco 3:** Para cada barra do conjunto **PQV**, define-se um subconjunto de barras de geração responsáveis pelo controle de tensão;
- **Bloco 4:** Atribuem-se os fatores de participação $\sigma_{12}, \sigma_{23}, \dots, \sigma_{(ng-1)ng}$ à cada unidade geradora que participará do controle de tensão em dada barra de carga da rede;
- **Bloco 5:** Constrói-se o sistema linear descrito na Equação (18), incorporando as equações de controle conforme a Equação (27). A matriz posicionada à esquerda é denominada matriz de recursão Y_{rec} . Essa matriz é quadrada, composta exclusivamente por termos constantes, e sua dimensão é dada por $2N$ mais o número total de fatores de participação definidos, onde N representa o número de barras do sistema. Na formulação clássica do método holomórfico, a matriz de recursão possui dimensão $2N \times 2N$. No entanto, na metodologia de controle adotada, cada fator de participação adiciona uma linha e uma coluna à matriz, expandindo sua dimensão;
- **Bloco 6:** Inicializa-se o número de recursões em $n = 1$;
- **Bloco 7:** Calcula-se o lado direito da Equação (18), incorporando as equações de controle descritas em (27) na recursão $n - 1$. Esse lado da equação, aqui chamado de $\Delta y[n - 1]$, é totalmente conhecido, pois todas as incógnitas são determinadas, dado que o método é recursivo. Para a recursão $n = 1$, o cálculo do lado direito da Equação (18), com as equações de controle, é inicializado a partir da solução inicial dada pela Equação (10);
- **Bloco 8:** O termo n -ésimo da série de Maclaurin das incógnitas do problema, conforme descrito nas equações (7) a (9), é obtido a partir da inversão da matriz de recursão Y_{rec} construída no Bloco 5. Em seguida, essa matriz invertida é multiplicada pelo vetor $\Delta y[n - 1]$, previamente calculado no Bloco 7, para compor o vetor coluna $\Delta x[n]$;

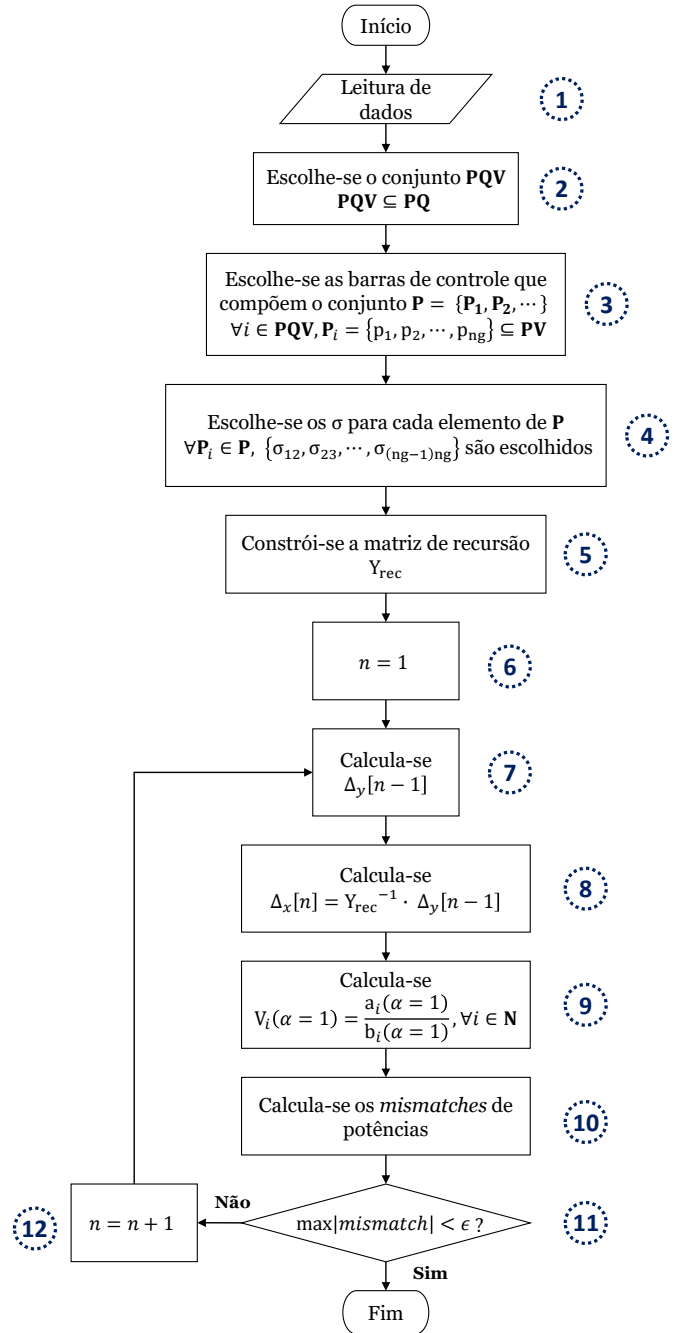


Figura 1. Fluxograma da metodologia proposta.

- **Bloco 9:** Após determinar o n -ésimo termo das séries de Maclaurin para as tensões em todas as barras do sistema, conforme apresentado na Equação (7), calcula-se os aproximantes de Padé para cada série. Esses aproximantes são frações racionais descritas na Equação (19), cujos termos são obtidos por meio das Equações (20) e (21). Uma vez determinados, avalia-se $\alpha = 1$, obtendo-se assim o valor das tensões nodais para a recursão em questão;
- **Bloco 10:** Calculam-se os *mismatches* de potência por meio das equações clássicas de redes;
- **Bloco 11:** Avalia-se o valor absoluto máximo dos *mismatches*. Se esse valor for maior que uma dada tolerância, incrementa-se uma unidade a n no Bloco 12 e uma nova recursão é executada, começando pelo cálculo de um novo vetor $\Delta y[n-1]$ no Bloco 7. Caso contrário, o processo recursivo é finalizado, indicando a convergência do fluxo de potência;
- **Bloco 12:** Incrementa-se n em 1, ou seja, $n = n + 1$, para a próxima recursão do fluxo de potência.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

As simulações foram realizadas no sistema IEEE de 57 barras, conforme ilustrado na Figura 2, cujos dados originais são apresentados por Anand and Balaji (2015). Os cálculos foram realizados no MATLAB em um computador com processador Intel Core i5-10210U (1,60 GHz) e 8 GB de RAM. Este sistema foi escolhido para as simulações por apresentar casos de mau condicionamento matricial destacados na literatura, para condições de carga adversas.

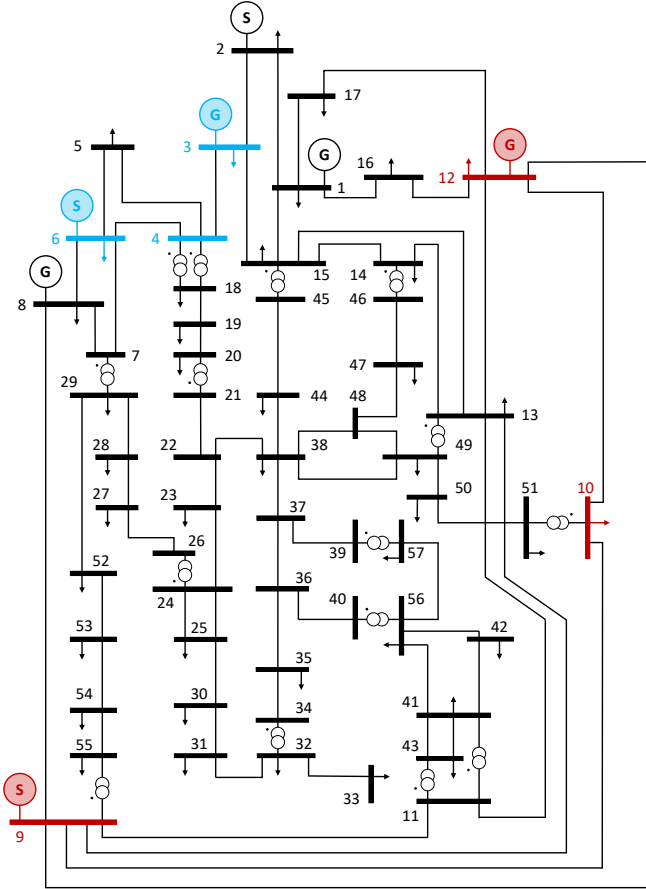


Figura 2. Topologia do sistema IEEE 57 barras.

3.1 Caso Base

Para validar a implementação do método holomórfico no cálculo do fluxo de potência, conforme discutido na Seção 2.1, em comparação com o tradicional método de Newton-Raphson, as Figuras 3a e 3b apresentam, respectivamente, o perfil de tensão em magnitude e o ângulo de fase para o sistema em análise. Ambos os métodos convergem para a mesma solução. Para isso, o método holomórfico precisou de 11 recursões, enquanto o método de Newton-Raphson convergiu em 3 iterações, considerando uma tolerância de 10^{-6} . Apesar de exigir mais recursões, o tempo de convergência foi bastante semelhante entre os dois métodos.

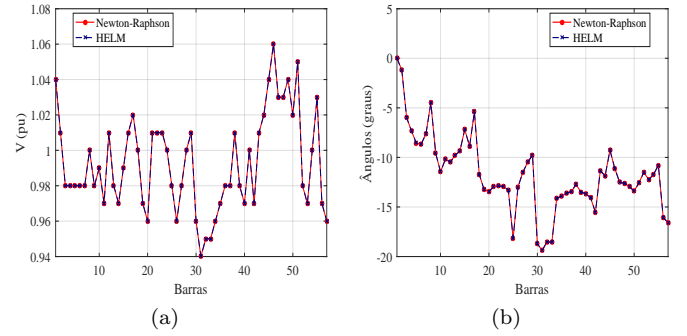


Figura 3. Perfil de tensão do sistema IEEE 57 barras.

Na Tabela 1, são destacadas as tensões em magnitude e ângulo, além das potências reativas geradas nas barras de geração do sistema. Também estão as tensões nas barras de carga 4 e 10, destacadas na Figura 1 pelas cores azul e vermelho, respectivamente, que serão convertidas em barras do tipo “PQV” nas próximas seções, nos casos de estudo a seguir.

Tabela 1. Resultado do fluxo de potência.

| Barra | V | θ | Q_g |
|-------|------|----------|--------|
| 1 | 1,04 | 0 | 128,85 |
| 2 | 1,01 | -1,19 | -0,75 |
| 3 | 0,98 | -5,99 | -0,90 |
| 4 | 0,98 | -7,34 | 0 |
| 6 | 0,98 | -8,67 | 0,87 |
| 8 | 1,00 | -4,48 | 62,10 |
| 9 | 0,98 | -9,58 | 2,29 |
| 10 | 0,99 | -11,45 | 0 |
| 12 | 1,01 | -10,47 | 128,63 |

3.2 Controle Remoto de Tensão nas Barras 4 e 10

Para validar a metodologia proposta, as barras 4 e 10, inicialmente do tipo PQ, foram convertidas para o tipo “PQV”, com as tensões controladas em 1,00 p.u. e 1,02 p.u., respectivamente, por meio da geração de potência reativa nos geradores das barras 6 e 12, destacadas em azul e vermelho na Figura 1.

Neste caso, os geradores localizados nas barras 6 e 12 são responsáveis por suprir 100% da potência reativa necessária para manter fixas as tensões especificadas nas barras do tipo “PQV”. É importante destacar que, neste trabalho, não foram considerados os limites de geração de potência reativa das máquinas síncronas do sistema

IEEE de 57 barras. A inclusão desse critério exigiria a reespecificação do tipo de barras, de forma semelhante ao procedimento adotado nos métodos tradicionais.

Os resultados apresentados na Tabela 2 demonstram que as tensões nas barras do tipo “PQV” foram devidamente controladas nos valores especificados. Além disso, observa-se que as tensões nas barras de geração, agora classificadas como barras do tipo “P”, convergiram para valores distintos daqueles previamente especificados, conforme indicado na Tabela 1. Essa variação ocorre devido à realocação do controle de tensão para as novas barras do tipo “PQV”.

Tabela 2. Resultado do fluxo de potência após controle de tensão.

| Barra | V | θ | Q_g |
|-------|------|----------|--------|
| 1 | 1,04 | 0 | 72,51 |
| 2 | 1,01 | -1,16 | -0,84 |
| 3 | 0,99 | -5,88 | -73,83 |
| 4 | 1,00 | -7,50 | 0 |
| 6 | 1,04 | -9,51 | 132,00 |
| 8 | 1,01 | -4,64 | -9,71 |
| 9 | 0,98 | -9,61 | -72,35 |
| 10 | 1,02 | -11,82 | 0 |
| 12 | 1,08 | -11,21 | 292,42 |

3.3 Controle Remoto de Tensão nas Barras 4 e 10 com Múltiplos Geradores

Para validar a aplicação dos fatores de participação, esta seção utilizará, além dos geradores localizados nas barras 6 e 12, também os geradores das barras 9 e 3. Estas máquinas síncronas, destacadas na Figura 1 nas cores azul e vermelho, respectivamente, serão responsáveis por manter as tensões nas barras 4 e 10 nos mesmos valores especificados na seção anterior.

O gerador localizado na barra 12 será responsável por suprir 70% da potência reativa necessária para manter a tensão especificada na barra 10, enquanto o gerador da barra 9 assume um fator de participação de 30%. Para controlar a tensão na barra 4, os geradores das barras 3 e 6 compartilharão igualmente essa função, com cada um assumindo um fator de participação de 50% na geração de potência reativa.

Tabela 3. Resultado do fluxo de potência após controle de tensão com fatores de participação.

| Barra | V | θ | Q_g |
|-------|------|----------|--------|
| 1 | 1,04 | 0 | 82,20 |
| 2 | 1,01 | -1,17 | -22,80 |
| 3 | 1,00 | -6,17 | 19,46 |
| 4 | 1,00 | -7,47 | 0 |
| 6 | 1,00 | -8,75 | 19,46 |
| 8 | 1,01 | -4,45 | -26,97 |
| 9 | 1,01 | -9,80 | 73,69 |
| 10 | 1,02 | -11,58 | 0 |
| 12 | 1,05 | -10,68 | 171,95 |

Os resultados mostrados na Tabela 3 confirmam que o controle das tensões nas barras 4 e 10 foi eficaz, com os fatores de participação definidos para cada gerador funcionando como esperado. A distribuição da potência reativa entre os geradores das barras 12 e 9 para a barra 10, e entre os geradores das barras 3 e 6 para a barra 4, manteve as tensões dentro dos valores especificados.

4. CONCLUSÃO

Este trabalho propôs uma abordagem eficaz para o controle de tensão em barras remotas por meio da geração de potência reativa por um ou múltiplos geradores, destacando a aplicação do método holomórfico. Nos estudos de caso realizados no sistema IEEE 57 barras, os resultados obtidos indicam que a metodologia de controle de tensão foi eficaz na solução do fluxo de potência. É importante destacar que os resultados obtidos são consistentes e também podem ser alcançados por meio das metodologias clássicas, que incorporam as equações de controle diretamente na matriz jacobiana.

Como próximos passos, futuros trabalhos poderão se concentrar na consideração dos limites de geração de potência reativa pelos geradores, além da análise de possíveis conflitos entre outras metodologias de controle de tensão com o método proposto.

REFERÊNCIAS

- Anand, R. and Balaji, V. (2015). Power flow analysis of simulink iee 57 bus test system model using psat. *Indian Journal of Science and Technology*, 8(23), 1.
- de Melo, I.D. (2023). *Fluxo de potência: Teoria e implementação de códigos computacionais*. Editora Blucher.
- de Melo, I.D., Rodrigues, F.M.S., and Lima, G.R.S. (2023). Análise fractal das múltiplas soluções do fluxo de potência em sistemas elétricos. In *2023 XV Brazilian Conference on Quality of Power (CBQEE)*, 1–8. IEEE.
- Echavarren, F., Rouco, L., Benítez, A., and Sigrist, L. (2023). Power flow algorithm using a second-order differentiation approach. In *2023 IEEE Belgrade PowerTech*, 01–06. IEEE.
- Passos Filho, J.A. (2000). Modelagem e incorporação de dispositivos de controle no problema de fluxo de potência. *Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil: Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. UFJF*.
- Pires, R., Mili, L., and Chagas, G. (2019). Robust complex-valued levenberg-marquardt algorithm as applied to power flow analysis. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 113, 383–392.
- Sanitha Michail, C., Rashmi, M.R., and Ramachandramurthy, V.K. (2024). Power flow analysis in microgrid using gauss-seidel method. In *2024 First International Conference on Innovations in Communications, Electrical and Computer Engineering (ICICEC)*, 1–4.
- Subramanian, M.K., Feng, Y., and Tylavsky, D. (2013). Pv bus modeling in a holomorphically embedded power-flow formulation. In *North American Power Symposium (NAPS)*. Manhattan, KS.
- Tinney, W.F. and Hart, C.E. (1967). Power flow solution by newton’s method. *IEEE Transactions on Power Apparatus and System*, PAS-86(11), 1449–1460.
- Trias, A. (2012). The holomorphic embedding load flow method. In *2012 IEEE power and energy society general meeting*, 1–8. IEEE.
- Trias, A. et al. (2018). Helm: The holomorphic embedding load-flow method. foundations and implementations. *Foundations and Trends® in Electric Energy Systems*, 3(3-4), 140–370.