

UNIVERSIDADE DE ÉVORA 3º Trabalho - Mazy Luck

Estrutura de Dados e Algoritmos II

Professora: Vasco Pedro

Realizado por: Filipe Alfaiate (43315), Miguel de Carvalho (43108) Grupo: g308

June 5, 2021

1 Algoritmo

O nosso algoritmo consiste na utilização de um **grafo orientado cíclico com pesos**, pertencentes aos **números inteiros**. O grafo contém **vértices**, que representam as **salas**, e **arcos**, que representam os **corredores entre as salas**.

Cada sala contém o identificador da sala, a distância a que ela se encontra da sala inicial e a sala que a precede.

Cada **corredor** contém duas salas, a **sala de origem** e a **sala de destino**, e um **custo** para o poder atravessar. O **custo é positivo** quando se encontra um **saco** com uma certa quantia de dinheiro e **é negativo** quando se encontra um **crocodilo**, sendo necessário gastar uma certa quantia para baixar a ponte e atravessar o corredor em segurança, essa quantia é descontada em **débito** ou em **crédito**.

A utilização deste algoritmo baseia-se no caminho mais curto (apresenta um menor custo) desda sala inicial até à sala final, obtendo como resultado a possibilidade do Dirk perder dinheiro ao percorrer o labirinto.

2 Análise do Grafo

Tendo o labirinto pronto a ser percorrido, colocamos a distância da sala inicial a zero.

Em seguida, percorremos todos os **corredores** o mesmo número de vezes quanto as salas existentes no labirinto. Para cada corredor verificamos se a **sala de origem** tem uma distância conhecida, caso apresente, somamos a distância com o custo do corredor, comparando se o resultado é menor que a distância entre a **sala inicial** e a **sala de destino**, caso se verifique a condição a **sala de destino** fica com o resultado da soma e um precedente que é a sala de origem. Com o término desta pesquisa percorremos todos os corredores uma última vez para verificar se existe um **ciclo** cujo o saldo ao percorrer o mesmo é negativo, ou seja, ganha 3 quantias e perde 6, logo tem um saldo negativo de 3.

Segue-se uma ilustração do problema:

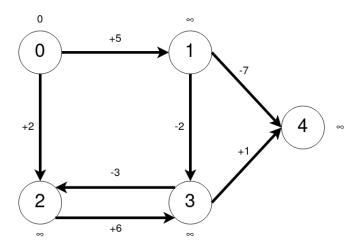


Figure 1: Labirinto inicial

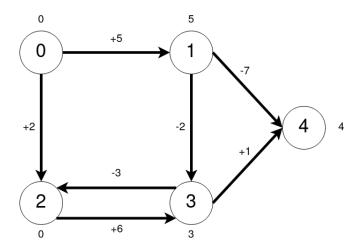


Figure 2: Labirinto com a distância mais curta desde o vértice 0 até aos outros

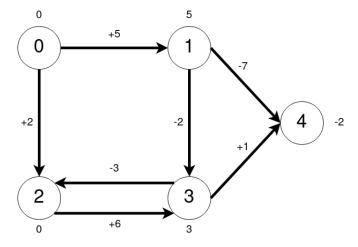


Figure 3: Labirinto com o caminho mais curto para todos os vértices com origem no vértice 0

3 Complexidade

3.1 Temporal

Começámos por proceder à leitura de uma string com 2 números, número de salas, número de corredores, respetivamente, o que origina uma complexidade constante O(1).

$$O(1) = O(1)$$

De seguida criámos dois vetores para representar todas as salas e todos os corredores, que apresenta um custo constante $\mathbb{O}(1)$.

$$O(1) = O(1)$$

Posteriormente procedemos à leitura do resto das linhas de input com um ciclo com um número de iterações igual ao número de corredores, que apresenta, 3 números e uma letra, sala de origem, sala de destino, a representação de um número positivo ou negativo (B ou C) e o custo. Tanto a leitura de input, as afetações realizadas e a condição apresentam um custo constante 0(1).

Ainda dentro do mesmo ciclo, após a afetação do input às variáveis correspondentes, verificouse se a sala de origem e de destino existem, caso não existam são criadas com um número e uma distância que representa o infinito, colocando-as num vetor de salas, ou seja, apresenta um custo constante O(1). Para além da verificação da existência de sala é criado também um corredor com o custo, a sala de origem e a sala de destino, colocando-o no vetor de todos os corredores. Tal como as afetações realizadas acima, esta também tem custo constante O(1).

$$O(1) + O(1) + O(1) = O(1)$$

Com o término da leitura dos inputs podemos afirmar que tem uma complexidade linear O(E), onde E é o número de corredores do labirinto.

$$O(1) \times O(E) = O(E)$$

Afetámos a distância da sala inicial, o que origina um custo constante O(1).

$$O(1) = O(1)$$

Com tudo preparado para realizar o algoritmo **Bellman-Ford** procedeu-se à sua execução. Nessa execução irão ser realizados dois ciclos, onde o ciclo exterior percorre todas as **salas** e o interior todos os **corredores**. A cada iteração do ciclo interior serão realizadas condições, afetações e operações todas com uma complexidade constante O(1), originando uma complexidade O(VE), onde V é o número de **salas** do labirinto e E é o número de **corredores** do labirinto.

$$O(1) + O(V) \times O(E) = O(VE)$$

Por fim, percorremos uma última vez todos os **corredores** verificando se existe algum caminho mais curto, obtendo uma complexidade O(E), onde E é o número de **corredores**.

$$O(E) = O(E)$$

Complexidade final:

$$O(1) + O(1) + O(E) + O(1) + O(VE) + O(E) = O(VE)$$

3.2 Espacial

Para ler os inputs é necessário criar um array de strings onde o seu tamanho varia consoante o número de palavras lidas durante a inserção do input, ocupando assim $\theta(L)$, onde L é o número de elementos lidos entre espaços.

Todas as variáveis do tipo inteiro terão uma ocupação em memória constante O(1).

Durante a inicialização dos vetores terão de ser reservados espaços na memória, um com tamanho V, que ocupa em memória O(V), onde V é o número de salas do labirinto, e outro com tamanho E, que ocupa em memória O(E), onde E é o número de corredores do labirinto.

Na execução do ciclo onde lê o resto dos inputs é criado um array de strings onde o seu tamanho varia consoante o número de palavras lidas durante a inserção do input, ocupando assim $\theta(L)$, onde L é o número de elementos lidos entre espaços. Como em cada ciclo cria um novo array a complexidade espacial multiplica pelo número de corredores, tendo então uma complexidade de O(EL), onde E é o número de corredores.

Ainda no mesmo ciclo, são criados salas e corredores onde as salas e os corredores terão uma complexidade O(1).

4 Comentários Adicionais

No decorrer do projeto existiram diversas fases de desenvolvimento, uma fase de entendimento, uma fase de pesquisas e dúvidas, uma fase de desenvolvimento do trabalho e uma última fase de debug.

Nesta última fase deparámos-nos com um problema que permitiu evoluir o nosso conhecimento. Quando somado o maior número inteiro de 32 bits com outro número natural é criado um overflow, isto significa que os 32 bits não são suficientes para representar esta soma. Como solução o processador, para continuar a executar corretamente o programa, coloca todos os bits a zero e continua a somar o restante a partir desse ponto, originando um número errado. Para solucionar este problema bastou apenas fazer uma verificação, onde é verificado se a distância da respetiva sala é igual ao número inteiro máximo de 32 bits.