

Problema de Steiner em Grafos

Alunos: Carla Nicole e Filipe Falcão

Disciplina: Pesquisa Operacional

1. Problema

Seja um grafo $G = (V, E)$ com pesos em cada uma de suas arestas $(c_e, \forall e \in E)$, e um conjunto obrigatório de vértices terminais $T \subseteq V$. Devemos conectar o conjunto de n vértices terminais de forma a gerar uma árvore com um caminho de custo mínimo, eventualmente utilizando os demais vértices do grafo original G como passagem entre os terminais.

2. Modelagem

2.1. Variáveis

Sejam: (i) V o conjunto de vértices de G ; (ii) E o conjunto de arestas com custo c_e que conectam os vértices de G ; e (iii) $\delta(E)$ denota um corte no grafo G definido pelas arestas com início em um vértice V_1 e término em um vértice V_2 . Temos que a variável do problema será:

x_e , onde $e \in E$. É uma variável booleana que terá o valor 1 quando a aresta e se encontrar na árvore de caminho mínimo.

2.2. Objetivo

O objetivo do problema será minimizar o somatório dos custos de cada aresta utilizada para conectar os vértices terminais. Logo, a função objetivo será:

$$\min \sum_e c_e \cdot x_e$$

2.3. Restrições

São necessárias as seguintes restrições:

$\sum_{e \in \delta(E)} x_e \geq 1$, é necessário para garantir que para cada corte no grafo G , em que

um vértice terminal esteja em cada um dos lados, exista pelo menos uma aresta que conecta estes terminais.