Sistema triangular superior

Resolução de sistema triangular superior

Diz-se que um sistema $Ux = b$ é triangular superior quando $u_{ij} = 0$ sempre que $i > j$.

Representação:

$$\begin{cases} u_{11}x_1 & +u_{12}x_2 & +u_{13}x_3 & +\dots & +u_{1n}x_n & = b_1 \\ & u_{22}x_2 & +u_{23}x_3 & +\dots & +u_{2n}x_n & = b_2 \\ & & u_{33}x_3 & +\dots & +u_{3n}x_n & = b_3 \\ & & & \ddots & \vdots & \vdots \\ & & & & u_{nn}x_n & = b_n \end{cases}$$

Sistema triangular superior

Exemplo:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Sistema triangular superior

Exemplo:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Solução:

$$\overline{x} = (1, 1, 0)^t$$

Sistema triangular superior

Linha genérica i:

$$u_{ii}x_i + u_{i\,i+1}x_{i+1} + \cdots + u_{in}x_n = b_i$$

resolvendo em x_i:

$$x_i = \frac{b_i - \sum_{j=i+1}^{n} u_{i\,j}x_j}{u_{ii}}$$

Sistema triangular superior

Algoritmo:

$$para\ i = n \ldots 1$$

$$x_i = \frac{b_i - \sum_{j=i+1}^{n} u_{ij} x_j}{u_{ii}}$$