

Relatório 1º projeto ASA 2024/2025

Grupo: AL059

Aluno(s): Filipe Oliveira (110633) e Francisco Andrade (110720)

Descrição do Problema e da Solução

O problema consiste em determinar se é possível obter um valor esperado a partir de uma sequência de números, utilizando uma tabela de operações que combina dois números para produzir um novo. Caso seja possível, deve ser apresentada a expressão que represente a sequência de operações realizadas para atingir o valor esperado, através da colocação de parêntesis (é priorizada a colocação mais à esquerda).

A solução utiliza programação dinâmica para resolver o problema de forma eficiente. É construída uma tabela para armazenar todos os resultados possíveis que podem ser obtidos para cada subsequência. A abordagem começa definindo os casos base para subsequências de tamanho 1 e, de seguida, processa subsequências maiores ao combinar os resultados de subsequências menores. Por fim, verifica se o valor esperado pode ser obtido a partir da sequência completa e, caso seja possível, reconstrói a expressão correspondente recursivamente.

Análise Teórica

Fórmula Recursiva:

$$\begin{cases} V(i, j) = seq[i], & \text{se } i = j \\ \max \{op(V(i, k-1), V(k, j))\}, \forall k \in [i+1, j] & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$V(i, j)$: valor máximo que se pode obter ao combinar os elementos da subsequência $[i, j]$.

$seq[i]$: valor da sequência no índice i (usado nos casos base - sequência de um único elemento)

$op(x, y)$: retorna o resultado da operação entre x e y (baseada na tabela de operações fornecida)

k : ponto de divisão da subsequência $[i, j]$ em duas subsequências menores: $[i, k-1]$ e $[k, j]$.

- Leitura dos dados de entrada: Envolve a leitura de três valores fixos (n , m e o valor esperado), de complexidade $O(1)$, a leitura da matriz de operações (tamanho $n \times n$), de complexidade $O(n^2)$ e a leitura da sequência de inteiros (tamanho m), de complexidade $O(m)$. A complexidade total é quadrática $O(n^2 + m)$.
- Inicialização da tabela dinâmica: Inicialização de uma tabela de dimensões $m \times m$, de complexidade quadrática $O(m^2)$.
- Preenchimento dos casos base: Iteração pela diagonal principal da tabela, de complexidade linear $O(m)$.
- Processamento das subsequências: Para cada subsequência de tamanho len (complexidade $O(m)$), existem $O(m)$ intervalos. Para cada intervalo, testamos os valores de k , que pode ter até $len - 1$ valores (complexidade $O(m)$). Para cada k , combinamos as subsequências esquerda e direita (complexidade $O(n^2)$). A complexidade total é $O(m^3 \times n^2)$.

Relatório 1º projeto ASA 2024/2025

Grupo: AL059

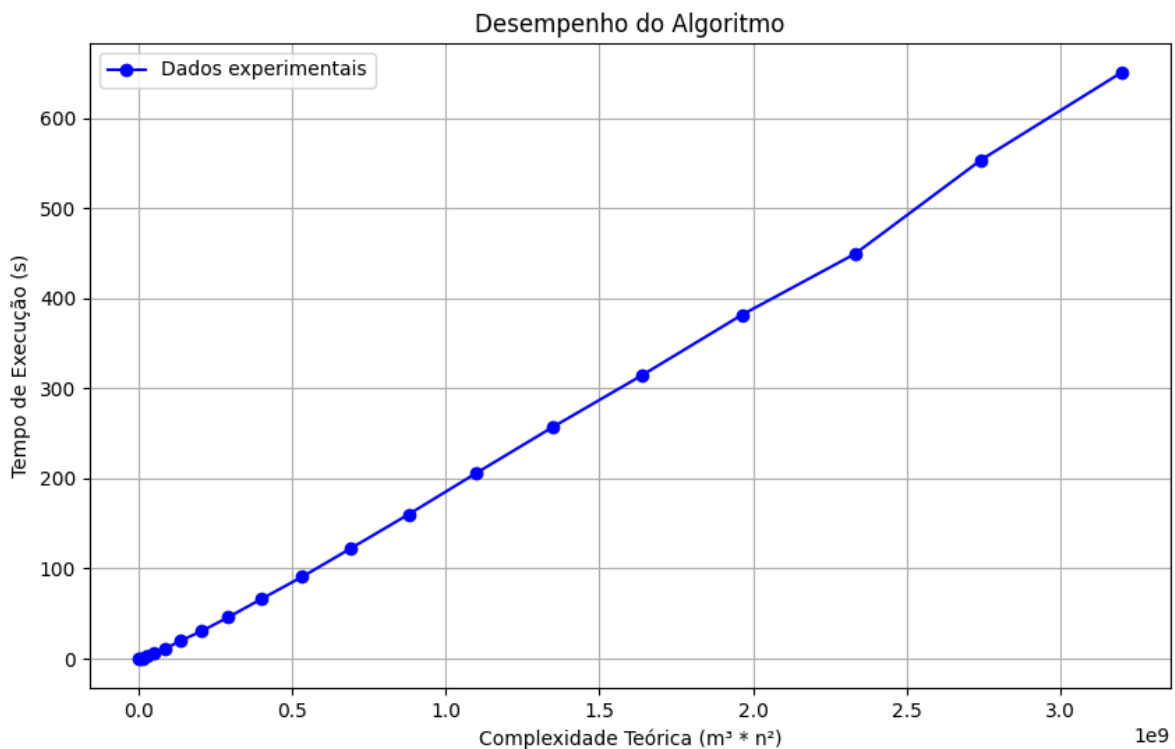
Aluno(s): Filipe Oliveira (110633) e Francisco Andrade (110720)

- Verificação e construção da solução: Verificamos se o resultado esperado está no conjunto de resultados possíveis da subsequência $[0, m - 1]$ (complexidade $O(1)$). Caso exista, construímos a expressão correspondente recursivamente (complexidade $O(m)$)

Complexidade global: $O(m^3 \times n^2)$ (processamento das subsequências é etapa dominante)

Avaliação Experimental dos Resultados

De forma a fazer a avaliação experimental, foram testados 20 casos, fixando o valor de n em 20 e incrementando os valores de m de 10 em 10 até chegar a 200 (primeiro teste: $n=20$ $m=10$; último teste: $n=20$ $m=200$). De forma a obter o tempo do algoritmo, foi utilizado o valor real do comando `time`.



Com a representação do eixo dos XX de $m^3 \times n^2$, observamos uma relação linear entre a complexidade teórica prevista e os tempos registados. Logo, podemos concluir que o desempenho do algoritmo está em conformidade com a análise teórica, com uma complexidade assintótica de $O(m^3 \times n^2)$.