Projeto Inteligência Artificial(3º Ano , 1º Semestre 2018/2019)

86411 - Filipe dos Santos Oliveira Marques

December 5, 2018

1 Parte 1

Nesta secção vamos analisar a solução produzida para a primeira parte do projeto - Inferência Exata em Redes Bayesianas.

1.1 Análise dos Resultados

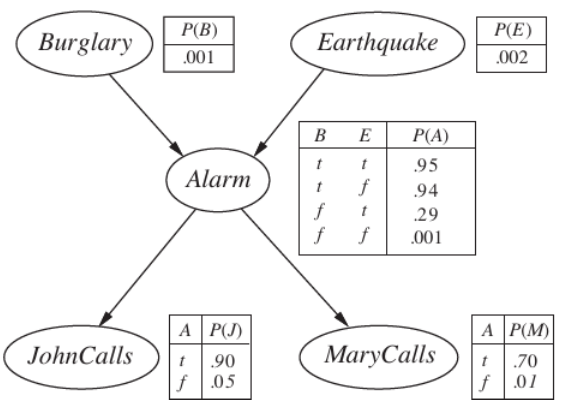

Figure 1: Bayesian Network

A Figura 1 mostra a rede bayesiana utilizada para testar o algoritmos produzidos.
Os valores pedidos no enunciado foram todos calculados com sucesso e os resultados das *queries* são:

- $P(B|j = t, m = t) = 0.2842$
- $P(E|j = t, m = t) = 0.176$
- $P(J|a = t, e = f) = 0.900$

1.2 Implementação

1.2.1 Probabilidade Conjunta

Para calcular a probabilidade conjunta temos de ter em conta algumas asserções em redes Bayesianas, nomeadamente que:

- Trata-se de uma rede acíclica;
- Cada nó é independente dos seus nós não descentes dado os seus predecessores imediatos(*parents*);

Sabendo isto, podemos definir a probabilidade conjunta:

$$P(y_1, ..., y_n) = \prod_{i=1}^{n} P(y_i|Parents(y_i))$$

Onde $Y = \{y_1, ..., y_n\}$ representa o conjunto de variáveis na rede Bayesiana.

- **Desvantagens desta abordagem:**
  - Tamanho das tabelas de probabilidade conjunta é exponencial $O(2^n)$.

1.2.2 Probabilidade Posterior

Para calcular a probabilidade posterior podes usar a probabilidade condicional. Por exemplo, para calcular a probabilidade de haver um *Burglar* sabendo que *JohnCalls* e *MaryCalls* temos:

$$P(B|j = t, m = t) = \frac{P(B, j, m)}{P(j, m)} = \alpha P(B, j, m)$$

Para calcular a probabilidade $P(B, j, m)$ temos somar as probabilidades conjuntas para todos os valores de 'e' e 'a' onde $j = t$ e $m = t$.
Assim:

$$P(B, j, m) = \sum_e \sum_a P(B, j, m, e, a)$$

Tendo conhecimento da rede e das condições de independência podemos reescrever a segunda parte da equação como:

$$\sum_e \sum_a P(B)P(j|A)P(m|A)P(e)P(A|B, e)$$

Agrupando os fatores temos que:

$$P(B)\sum_{e}P(e)\sum_{a}P(A|B,e)P(m|A)P(j|A)$$

Esta abordagem de calcular a probabilidade posterior é chamada de enumeração. Para calcular a probabilidade posterior usamos o algoritmo *Enumeration-Ask*.

- **Vantagens desta abordagem:**
  - Permite reduzir o custo de calcular as probabilidades fase à abordagem da probabilidade conjunta.
- **Limitações:**
  - Esta abordagem não é ótima visto alguns valores serem calculados várias vezes ao longo da computação da probabilidade posterior.

1.3 Complexidade Computacional

1.3.1 Probabilidade Conjunta

Um nó X_i com k nós pais vai ter 2^k linhas na sua tabela de probabilidade condicional.

Cada linha vai guardar um valor p para $X_i = t$. Assim para uma rede onde cada nó não tem mais de k nós pais, vamos precisar de $O(n2^k)$ números. Ao seja, cresce ***linearmente*** com n (o número de nós na rede).

1.3.2 Probabilidade Posterior

Sabendo que a rede em estudo é ***singly connected***[1], *a complexidade espacial e temporal de inferência exata é linear com o tamanho da rede.*[2]

Uma possível alternativa a este método seria: *Variable Elimination* que permitiria fazer os cálculos uma vez e guardar para usar mais tarde quando forem necessários, melhorando assim substancialmente o algoritmo de enumeração.

[1]Há no máximo uma ligação entre dois nós na rede.
[2]AIMA, pag.528, cap.14.4.3.

2 Parte 2

Nesta secção vamos analisar a solução produzida para a segunda parte do projeto - Aprendizagem por Reforço.