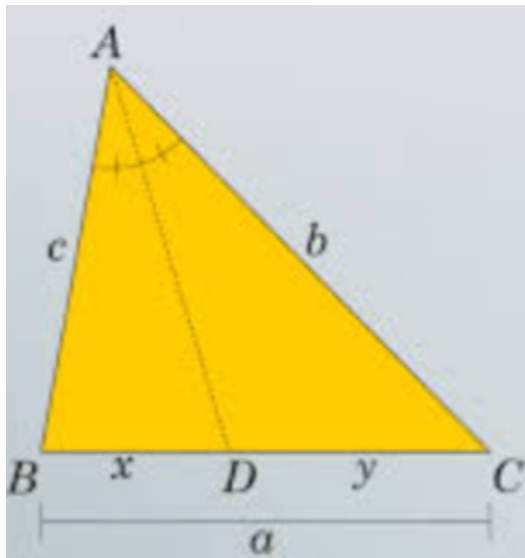


ATIVIDADE 2: TEOREMA DA BISSETRIZ INTERNA E EXTERNA

Link GitHub: <https://github.com/filipetocchio/-matematica-computacional>

Parte A - TEOREMA DA BISSETRIZ INTERNA

Hipótese e tese e demonstração do teorema da bissetriz interna:



Enunciado:

- Em um triângulo ABC , a bissetriz do ângulo interno oposto ao lado a divide esse lado em dois segmentos, que mantêm a mesma proporção que os outros dois lados do triângulo. Em outras palavras, se a bissetriz do ângulo A intercepta o lado BC no ponto D , então:

$$\frac{x}{y} = \frac{b}{c}$$

onde x e y são os comprimentos dos segmentos BD e DC no lado BC , e b e c correspondem aos comprimentos dos lados AC e AB .

Hipótese:

- Considere um triângulo ABC com lados $a=BC$, $b=AC$ e $c=AB$, em que a bissetriz do ângulo A intercepta o lado BC no ponto D.

Tese:

- A bissetriz divide o lado BC em dois segmentos, BD e DC, que estão na mesma proporção que os outros dois lados:

$$\frac{x}{y} = \frac{b}{c}$$

Demonstração:

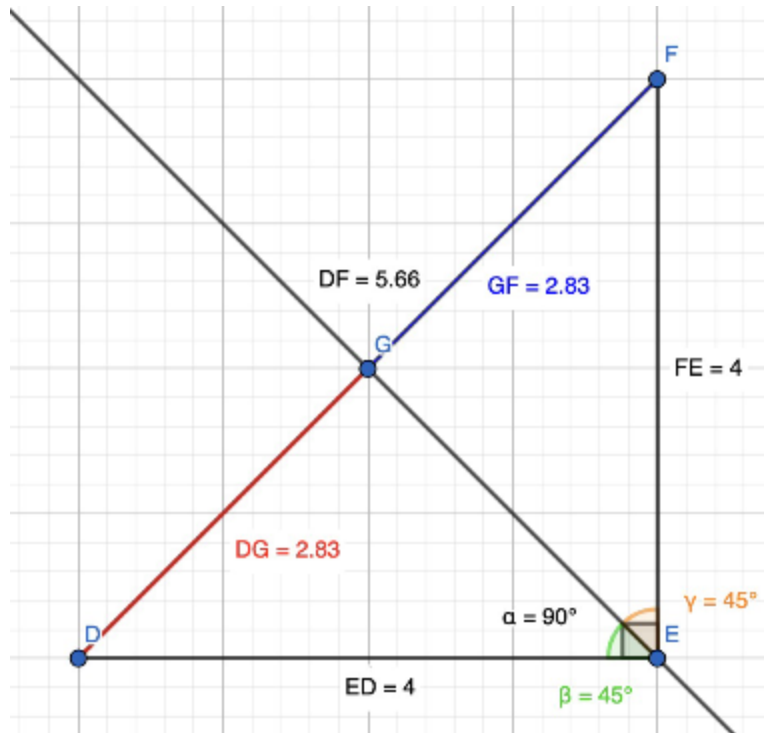
1. Construção Auxiliar:
 - Construa uma linha AE , que é paralela ao lado BC e passa pelo ponto A. Seja E um ponto no prolongamento de AB.
2. Triângulos Semelhantes:
 - Como AE é paralelo a BC e intercepta AB e AC, temos dois triângulos semelhantes: $\triangle ABE$ é semelhante ao $\triangle CBD$, devido à correspondência de ângulos iguais.
3. Proporção dos Lados:
 - Pela semelhança dos triângulos ABE e CBD , obtemos:

$$\frac{x}{y} = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$$

Conclusão:

- Portanto, a bissetriz do ângulo AAA divide o lado oposto BCBCBC em segmentos proporcionais aos outros dois lados do triângulo, completando a demonstração.

ESBOÇO NO GEOGEBRA:



Explicação da Lógica do Algoritmo - Parte A: Bissetriz Interna

Esse algoritmo calcula a divisão do lado oposto de um triângulo feita pela bissetriz interna de um ângulo, determinando a razão entre os lados e o comprimento dos segmentos formados no lado oposto.

1. Entrada dos Lados do Triângulo:
 - lado_oposto: comprimento do lado oposto ao ângulo onde a bissetriz está traçada.
 - lado1 e lado2: comprimentos dos lados adjacentes ao ângulo.
2. Verificação da Soma dos Lados Adjacentes:
 - O algoritmo verifica se lado1 + lado2 é igual a zero. Se for, ele retorna um erro para evitar divisão por zero, garantindo que apenas triângulos válidos sejam processados.
3. Cálculo da Razão entre os Lados Adjacentes:
 - Se lado1 + lado2 for diferente de zero, o algoritmo calcula a razão lado1 / lado2, que define a proporção entre os lados adjacentes ao ângulo.
4. Cálculo dos Segmentos Divididos pela Bissetriz:
 - O algoritmo calcula o comprimento do primeiro segmento x usando a fórmula:

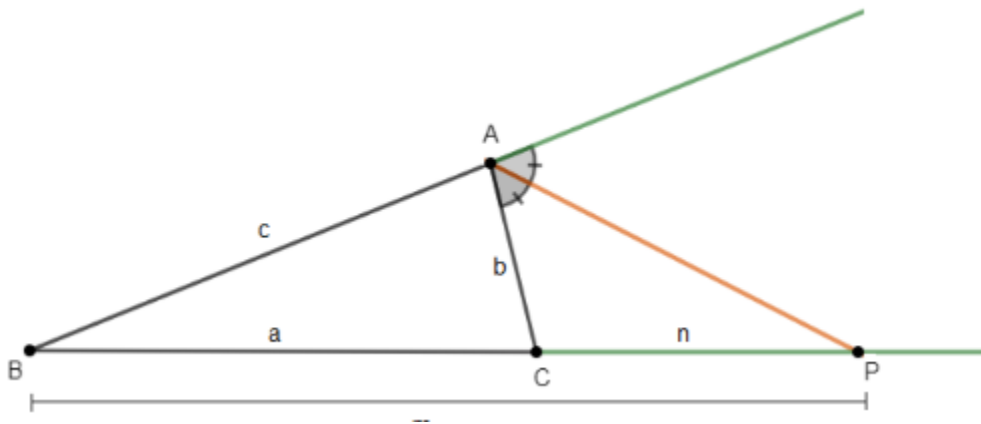
$$x = \frac{\text{lado_oposto} \times \text{lado1}}{\text{lado1} + \text{lado2}}$$

- O segundo segmento y é obtido subtraindo x de lado_oposto, garantindo que a soma dos segmentos seja igual ao comprimento total do lado oposto.
5. Retorno dos Resultados:

- O algoritmo retorna a razão $\text{lado1} / \text{lado2}$ e os comprimentos dos segmentos x e y .
6. Exibição dos Resultados:
- O exemplo de uso solicita as entradas do usuário, chama a função e exibe a razão e os comprimentos dos segmentos, ou uma mensagem de erro caso a soma dos lados adjacentes seja zero.

Parte B - TEOREMA DA BISSETRIZ INTERNA

Hipótese, Tese e Demonstração do Teorema da Bissetriz Externa:



Enunciado:

- Em qualquer triângulo ABC , a bissetriz do ângulo externo no vértice A divide o prolongamento do lado BC em dois segmentos, m e n , que são proporcionais aos outros dois lados b e c do triângulo. Ou seja, se a bissetriz externa do ângulo A intercepta o prolongamento do lado BC em um ponto P , então:

$$\frac{AC}{AP} = \frac{BC}{CP}$$

Hipótese:

- Temos um triângulo ABC com lados $a = BC$, $b = AC$, e $c = AB$.
- A bissetriz do ângulo externo em A intercepta o prolongamento do lado BC no ponto P , dividindo-o em segmentos $m = BC$ e $n = CP$.

Tese:

- A bissetriz externa divide o prolongamento do lado BC em dois segmentos m e n tais que:

$$\frac{AC}{AP} = \frac{m}{n} = \frac{BC}{CP}$$

Demonstração:

Construção Auxiliar:

- Prolongue o lado BC até um ponto P de forma que a bissetriz externa do ângulo A intercepte esse prolongamento em P.

Triângulos Semelhantes:

- A bissetriz externa cria dois triângulos semelhantes: $\triangle ABC \sim \triangle ACP$, pois os ângulos correspondentes são iguais (um par de ângulos opostos pelo vértice e o ângulo dividido pela bissetriz).

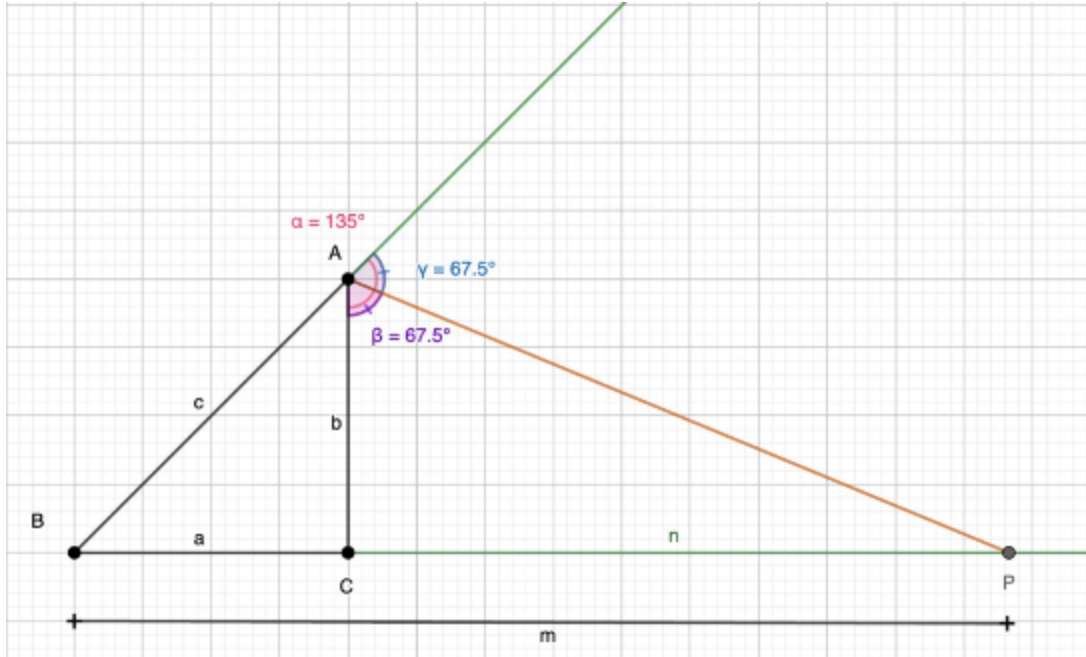
Proporção dos Lados: Pela semelhança dos triângulos $\triangle ABC$ e $\triangle ACP$, temos que:

$$\frac{AC}{AP} = \frac{BC}{CP}$$

Conclusão:

- Conclusão: Portanto, a bissetriz externa do ângulo A divide o prolongamento do lado BC em segmentos proporcionais aos outros dois lados do triângulo, completando a demonstração.

ESBOÇO NO GEOGEBRA:



1. Entrada dos Lados do Triângulo:
 - **lado_oposto**: comprimento do lado oposto ao ângulo onde a bissetriz externa está traçada.
 - **lado1** e **lado2**: comprimentos dos lados adjacentes ao ângulo.
2. Verificação de Lados Iguais:
 - O algoritmo verifica se **lado1** e **lado2** são iguais, pois, se forem, a divisão pela diferença desses lados (necessária no cálculo) resultaria em divisão por zero. Caso sejam iguais, a função retorna uma mensagem de erro, garantindo a validade dos cálculos.
3. Cálculo da Razão entre os Lados Adjacentes:
 - Se **lado1** e **lado2** forem diferentes, o algoritmo calcula a razão **lado1 / lado2**, representando a proporção entre os lados adjacentes.
4. Cálculo dos Segmentos Formados pela Bissetriz Externa:
 - O comprimento do primeiro segmento **x** é calculado com a fórmula:

$$x = \frac{\text{lado_oposto} \times \text{lado1}}{\text{lado1} - \text{lado2}}$$
 - O segundo segmento **y** é obtido subtraindo o valor de **lado_oposto** de **x**:

$$y = x - \text{lado_oposto}$$
 - Esses valores determinam os segmentos no lado oposto divididos pela bissetriz externa.
5. Retorno dos Resultados:
 - O algoritmo retorna a razão **lado1 / lado2** e os comprimentos dos segmentos **x** e **y**.

6. Exibição dos Resultados:

- O exemplo de uso solicita as entradas do usuário, chama a função e exibe a razão e os comprimentos dos segmentos ou, caso haja erro devido a lados adjacentes iguais, uma mensagem de erro apropriada.

Parte C - TEOREMA DA BISSETRIZ INTERNA

Conceitos Fundamentais

1. **Bissetriz Externa:**

- A bissetriz externa de um triângulo é o segmento de reta que divide o ângulo externo de um vértice em duas partes iguais. Ela estende-se para fora do triângulo.

2. **Intersecção com o Lado Oposto:**

- A bissetriz externa de um ângulo de um triângulo pode interceptar o prolongamento do lado oposto ao ângulo, mas não o próprio lado dentro do triângulo.

Condições para Intersecção

A intersecção da bissetriz externa depende dos comprimentos dos lados adjacentes ao ângulo e do lado oposto:

1. **Quando a Bissetriz Externa Intercepta o Prolongamento do Lado Oposto:**

- Para que a bissetriz externa do ângulo A de um triângulo ABC intercepte o prolongamento do lado BC , é necessário que os comprimentos dos lados adjacentes AB e AC sejam **diferentes** ($AB \neq AC$).
- Isso ocorre porque a bissetriz externa divide o prolongamento do lado BC em dois segmentos proporcionais aos lados adjacentes AB e AC .
- Quando AB e AC têm comprimentos diferentes, a bissetriz externa define uma proporção específica entre os segmentos do prolongamento de BC .

2. **Quando a Bissetriz Externa Não Intercepta o Lado Oposto:**

- Se $AB = AC$, o triângulo é **isósceles** em relação ao ângulo em A . Nesse caso, a bissetriz externa será **paralela** ao lado oposto BC e, portanto, nunca o interceptará, nem o

prolongamento desse lado.

- Geometricamente, isso acontece porque, em um triângulo isósceles, os ângulos da base são congruentes e a bissetriz do ângulo externo se alinha paralelamente ao lado oposto.

Justificação Matemática e Geométrica

- A bissetriz externa funciona de acordo com o **Teorema da Bissetriz Externa**, que afirma que ela divide o prolongamento do lado oposto em segmentos proporcionais aos outros dois lados do triângulo.
- Quando os lados adjacentes ao ângulo são iguais ($AB = AC$), não existe uma divisão proporcional distinta, pois $AB/AC = 1$, e a bissetriz não pode "encontrar" um ponto específico no prolongamento de BC ; ao invés disso, ela se torna paralela ao lado oposto.

Conclusão

- **Intersecção ocorre:** Quando os lados adjacentes ao ângulo são diferentes ($AB \neq AC$), a bissetriz externa do ângulo intercepta o prolongamento do lado oposto em um ponto específico, dividindo-o proporcionalmente.
- **Intersecção não ocorre:** Quando os lados adjacentes ao ângulo são iguais ($AB = AC$), a bissetriz externa não intercepta o lado oposto nem seu prolongamento, pois ela é paralela a ele.

ESBOÇO NO GEOGEBRA:

Conceitos Fundamentais

Bissetriz Externa: A bissetriz externa de um triângulo é o segmento de reta que divide o ângulo externo de um vértice em duas partes iguais, estendendo-se para fora do triângulo.

Intersecção com o Lado Oposto: A bissetriz externa de um ângulo de um triângulo pode interceptar o prolongamento do lado oposto ao ângulo, mas não atinge o próprio lado dentro do triângulo.

Condições para Intersecção:

Quando a Bissetriz Externa Intercepta o Prolongamento do Lado Oposto: Para que a bissetriz externa do ângulo A de um triângulo ABC intercepte o prolongamento do lado BC, os comprimentos dos lados adjacentes AB e AC precisam ser diferentes ($AB \neq AC$).

Isso se deve ao fato de que a bissetriz externa divide o prolongamento do lado BC em dois segmentos que são proporcionais aos lados adjacentes AB e AC. Quando AB e AC possuem comprimentos distintos, a bissetriz externa estabelece uma proporção específica entre os segmentos do prolongamento de BC.

Quando a Bissetriz Externa Não Intercepta o Lado Oposto: Se $AB = AC$, o triângulo é isósceles em relação ao ângulo A. Nesse caso, a bissetriz externa será paralela ao lado oposto BC e, portanto, não o interceptará, nem mesmo o prolongamento desse lado.

Geometricamente, isso ocorre porque, em um triângulo isósceles, os ângulos da base são congruentes e a bissetriz do ângulo externo se alinha paralelamente ao lado oposto.

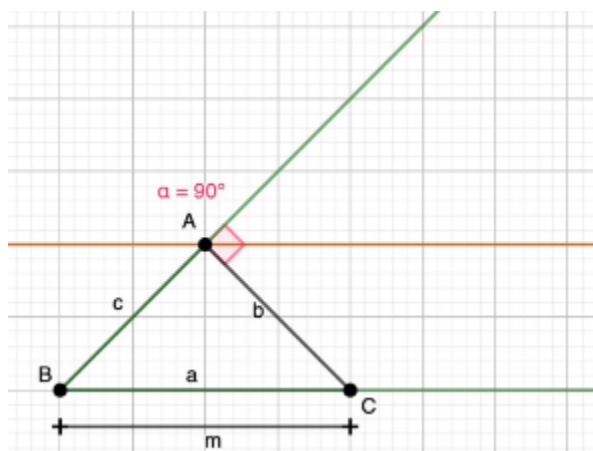
Justificação Matemática e Geométrica: A bissetriz externa opera de acordo com o Teorema da Bissetriz Externa, que afirma que ela divide o prolongamento do lado oposto em segmentos proporcionais aos outros dois lados do triângulo.

Quando os lados adjacentes ao ângulo são iguais ($AB = AC$), não existe uma divisão proporcional distinta, pois $AB/AC = 1$, e a bissetriz não pode "encontrar" um ponto específico no prolongamento de BC; em vez disso, torna-se paralela ao lado oposto.

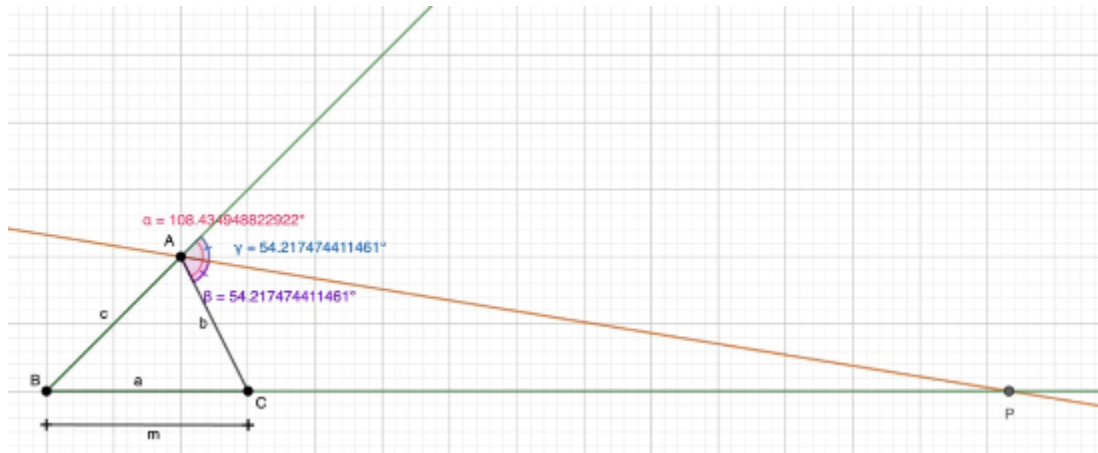
Conclusão:

- Intersecção ocorre: Quando os lados adjacentes ao ângulo são diferentes ($AB \neq AC$), a bissetriz externa do ângulo intercepta o prolongamento do lado oposto em um ponto específico, dividindo-o proporcionalmente.
- Intersecção não ocorre: Quando os lados adjacentes ao ângulo são iguais ($AB = AC$), a bissetriz externa não intercepta o lado oposto nem seu prolongamento, pois é paralela a ele.

Intersecção ocorre:



Intersecção ocorre:



Descrição da Lógica do Algoritmo - Parte C: Verificação da Intersecção da Bissetriz Externa

Entrada dos Lados do Triângulo: O algoritmo começa solicitando três valores ao usuário:

- **lado_oposto**: comprimento do lado oposto ao ângulo onde a bissetriz externa é traçada.
- **lado1** e **lado2**: comprimentos dos lados adjacentes ao ângulo onde a bissetriz externa se encontra.

Condição para Verificar a Intersecção: O algoritmo verifica se **lado1** é igual a **lado2**.

- Se **lado1 == lado2**, o programa indica que a bissetriz externa não intercepta o prolongamento do lado oposto, pois a igualdade dos lados adjacentes torna a bissetriz externa paralela ao lado oposto.
- Se **lado1 != lado2**, o programa conclui que a bissetriz externa intercepta o prolongamento do lado oposto, o que permite que ela divida esse prolongamento em segmentos proporcionais.

Retorno do Resultado: O algoritmo retorna uma mensagem que indica se ocorre ou não a intersecção, com uma justificativa baseada na igualdade ou diferença dos lados adjacentes.

Exibição dos Resultados: No exemplo de uso, a mensagem retornada pela função é exibida para o usuário, indicando se a bissetriz externa intercepta ou não o prolongamento do lado oposto.

Tratamento de Casos Específicos:

- Lados Iguais: Quando **lado1** é igual a **lado2**, a bissetriz externa é paralela ao lado oposto, e a função retorna: "A bissetriz externa NÃO intercepta o prolongamento do lado oposto, pois os lados adjacentes são iguais."
- Lados Diferentes: Caso **lado1** e **lado2** sejam diferentes, a função indica que a bissetriz externa intercepta o prolongamento, retornando: "A bissetriz externa INTERCEPTA o prolongamento do lado oposto, pois os lados adjacentes são diferentes."

