PRO'2011 HW-01, varianta ( ) | Jméno: | Body:

1. Vynásobte polynomy f a g

$$f = 1 + 5\,x + 3\,x^2 + 2\,x^4$$

$$g = x^2 - 5$$

2. Vydělte polynom f polynomem g

$$f = -2 - 24\,x - 14\,x^2 + 5\,x^3 - 7\,x^4 + 2\,x^6$$

$$g = x^2 - 5$$

3. Vypočítejte charakteristický polynom $f(\lambda)$ matice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \mathrm{a} & \mathrm{b} & \mathrm{c} & \mathrm{d} \end{pmatrix}$$

4. Nejděte řešení rovnice $f(\lambda) = 0$ z příkladu 3 pro
   $a = -18$, $b = 9$, $c = 11$, $d = -1$.

5. Vyřešte rovnici

```
                 4       3       2
1               x  - 10 x  + 35 x  - 50 x + 24
                 4      3       2
2               x  - 8 x  + 17 x  + 2 x - 24
                 4      3      2
3               x  - 6 x  + 3 x  + 26 x - 24
                 4      3      2
4               x  - 4 x  - 7 x  + 34 x - 24
                 4      3       2
5               x  - 2 x  - 13 x  + 38 x - 24
                 4      3      2
6               x  - 4 x  - 7 x  + 22 x + 24
                 4      3       2
7               x  - 2 x  - 13 x  + 14 x + 24
                 4       2
8               x  - 15 x  + 10 x + 24
                 4       2
9               x  - 15 x  - 10 x + 24
                 4      3       2
10              x  + 2 x  - 13 x  - 14 x + 24
                 4      3      2
11              x  + 4 x  - 7 x  - 22 x + 24
                 4      3       2
12              x  + 2 x  - 13 x  - 38 x - 24
                 4      3      2
13              x  + 4 x  - 7 x  - 34 x - 24
                 4      3      2
14              x  + 6 x  + 3 x  - 26 x - 24
                 4      3       2
15              x  + 8 x  + 17 x  - 2 x - 24
                 4       3       2
16              x  + 10 x  + 35 x  + 50 x + 24
```

$$x^4 - 9x^3 + 27x^2 - 31x + 12$$

$$x^4 - 8x^3 + 21x^2 - 22x + 8$$

$$x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 6$$

$$x^4 - 11x^3 + 44x^2 - 76x + 48$$

$$x^4 - 9x^3 + 28x^2 - 36x + 16$$

$$x^4 - 8x^3 + 23x^2 - 28x + 12$$

$$x^4 - 12x^3 + 53x^2 - 102x + 72$$

$$x^4 - 11x^3 + 43x^2 - 69x + 36$$

$$x^4 - 9x^3 + 29x^2 - 39x + 18$$

$$x^4 - 12x^3 + 52x^2 - 96x + 64$$

$$x^4 - 11x^3 + 42x^2 - 64x + 32$$

$$x^4 - 11x^3 + 42x^2 - 64x + 32$$

$$x^4 + 9x^3 + 27x^2 + 31x + 12$$

$$x^4 + 8x^3 + 21x^2 + 22x + 8$$

$$x^4 + 7x^3 + 17x^2 + 17x + 6$$

$$x^4 + 11x^3 + 44x^2 + 76x + 48$$

$$x^4 + 9x^3 + 28x^2 + 36x + 16$$

$$x^4 + 8x^3 + 23x^2 + 28x + 12$$

$$x^4 + 12x^3 + 53x^2 + 102x + 72$$

$$x^4 + 11x^3 + 43x^2 + 69x + 36$$

$$x^4 + 9x^3 + 29x^2 + 39x + 18$$

$$x^4 + 12x^3 + 52x^2 + 96x + 64$$

$$x^4 + 11x^3 + 22x^2 + 64x + 31$$

$$x^4 + 12x^3 + 12x^2 + 63x + 32$$

$$41 \quad x^4 + 19x^3 + 42x^2 + 62x + 12$$

$$42 \quad x^4 + 13x^3 + 32x^2 + 61x + 13$$

$$43 \quad x^4 + 18x^3 + 37x^2 + 59x + 14$$

$$44 \quad x^4 + 14x^3 + 23x^2 + 58x + 43$$

$$45 \quad x^4 + 17x^3 + 31x^2 + 57x + 21$$

$$46 \quad x^4 + 3x^3 + 34x^2 + 53x + 54$$

$$47 \quad x^4 + 7x^3 + 29x^2 + 13x + 13$$

$$48 \quad x^4 + 9x^3 + 25x^2 + 63x + 84$$

$$49 \quad x^4 + 11x^3 + 11x^2 + 25x + 23$$

$$50 \quad x^4 + 10x^3 + 5x^2 + 14x + 95$$

$$51 \quad x^4 + 9x^3 + 3x^2 + 76x + 5$$

$$52 \quad x^4 + 8x^3 + 17x^2 + 31x + 17$$

$$53 \quad x^4 + 7x^3 + 13x^2 + 25x + 42$$

$$54 \quad x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 56x + 86$$

$$55 \quad x^4 + 5x^3 + 7x^2 + 4x + 16$$

$$56 \quad x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 7x + 47$$

$$57 \quad x^4 + 3x^3 + 17x^2 + 2x + 51$$

$$58 \quad x^4 + 2x^3 + 13x^2 + 7x + 83$$

$$59 \quad x^4 + 13x^3 + 32x^2 + 0x + 16$$

$$60 \quad x^4 + 17x^3 + 21x^2 + 1x + 74$$

① Vynásobte polynomy f a g

$$f = 1 + 5x + 3x^2 + 2x^4$$

$$g = x^2 - 5$$

$$f \cdot g = x^2 + 5x^3 + 3x^4 + 2x^6 - 5 - 25x - 15x^2 - 10x^4 =$$

$$= -5 - 25x - 14x^2 + 5x^3 - 7x^4 + 2x^6$$

② Vydělte polynom f polynomem g

$$f = -2 - 24x - 14x^2 + 5x^3 - 7x^4 + 2x^6$$

$$g = x^2 - 5$$

$$f : g = (2x^6 + 0x^5 - 7x^4 + 5x^3 - 14x^2 - 24x - 2) : (x^2 - 5) = 2x^4 + 3x^2 + 5x + 1$$

$$-2x^6 \quad +10x^4$$

$$3x^4 \quad //$$

$$-3x^4 \quad +15x^2$$

$$5x^3 + x^2 - 24x - 2$$

$$-5x^3 \quad +25x$$

$$x^2 + x - 2$$

$$-x^2 \quad +5$$

$$x + 3$$

$$f : g = 2x^4 + 3x^2 + 5x + 1 + \frac{x+3}{x^2-5}$$

③ Vypočtěte charakteristický polynom $f(\lambda)$ matice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a & b & c & d \end{pmatrix}.$$

Zadaná matice je ve tvaru „companion matrix" a proto lze koeficienty příslušného normovaného charakteristického polynomu rovnou odečíst. Výpočet následující:

$$f(\lambda) = \det(A - \lambda E) = \begin{vmatrix} -\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 1 \\ a & b & c & d-\lambda \end{vmatrix} = -\lambda\left[\lambda^2(d-\lambda) + b + \lambda c\right] - 1 \cdot [a]$$

$$\boxed{f(\lambda) = \lambda^4 - d\lambda^3 - c\lambda^2 - b\lambda - a}$$

④ Najděte reálné řešení rovnice $f(\lambda) = 0$ z příkladu 3 pro $a = -18$, $b = 9$, $c = 11$, $d = -1$.

Řešením jsou vlastní čísla matice $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -18 & 9 & 11 & -1 \end{pmatrix}$ a to jsou $\lambda \in \{1, 3, -2, -3\}$

⑤ Vyřešte $x^4 - 6x^3 + 3x^2 + 26x - 24 = 0$.

Řešením jsou opět vlastní čísla příslušné „companion matrix" A.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 6 & -3 & -26 & 24 \end{pmatrix}$$

proto $\lambda \in \{-2, 1, 3, 4\}$.