

## 6. Prikaz prostornih krivulja postukom Beziera

Bezierove krivulje možemo definirati na dva načina. U slučaju korištenja gibanja vrha otvorenog sastavljenog poligona krivulju definiramo Bezierovim težinskim funkcijama. Drugi slučaj je kada su težinske funkcije vezane uz vrhove kontrolnog poligona i definirane su Bernstein-ovim polinomima.

### 6.1 Bezierove krivulje definirane Bezierovim težinskim funkcijama

Krivulja Beziera definirana Bezierovim težinskim funkcijama je:

$$\mathbf{p}(t) = \sum_{i=0}^n \mathbf{a}_i f_{i,n}(t) \quad (1)$$

gdje su:

- $\mathbf{p}(t)$     točke na krivulji (vektorski zapis  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$ ),
- $\mathbf{a}_i$         vektori kontrolnog poligona (između točke koje zadajemo),
- $f_{i,n}$         bazne (težinske) funkcije stupnja  $n$ .

Bazne funkcije definirane su polinomima:

$$f_{i,n} = \frac{(-t)^i}{(i-1)!} \frac{d^{i-1} \Phi_n(t)}{dt^{i-1}}, \quad \Phi_n(t) = \frac{1-(1-t)^n}{-t} \quad i = 1 \dots n \quad (2)$$

ili rekursivnom formulom:

$$f_{i,n}(t) = (1-t)f_{i,n-1}(t) + t f_{i-1,n-1}(t), \quad f_{0,0}(t) = 1, f_{k+1,k}(t) = 0, f_{-1,k}(t) = 1 \quad (3)$$

### 6.2 Bezierove krivulje definirane polinomima Bernsteina

Krivulja Beziera definirana Bernsteinovim težinskim funkcijama je:

$$\mathbf{p}(t) = \sum_{i=0}^n \mathbf{r}_i b_{i,n}(t) \quad (4)$$

gdje su:

- $\mathbf{p}(t)$     točke na krivulji (vektorski zapis  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$ ),
- $\mathbf{r}_i$         vrhovi kontrolnog poligona (točke koje zadajemo),
- $b_{i,n}$         bazne (težinske) funkcije stupnja  $n$ .

Bazne funkcije definirane su Bernsteinovim polinomima:

$$b_{i,n} = \frac{n!}{i!(n-i)!} t^i (1-t)^{n-i} \quad (5)$$

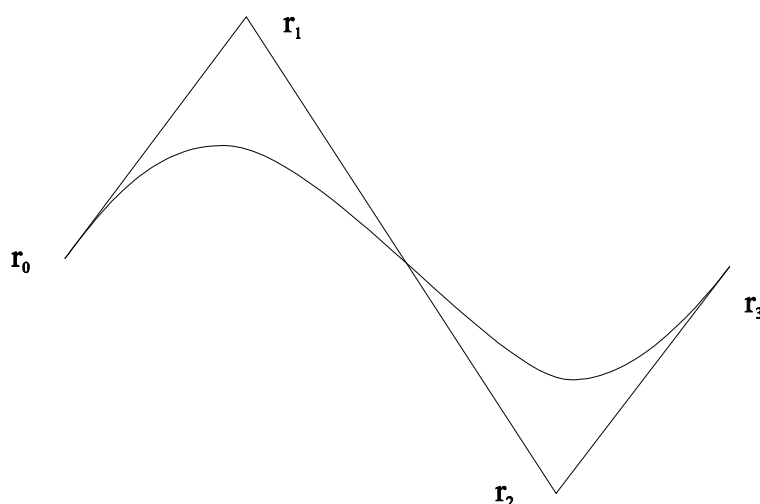
Primjer težinskih funkcija za četiri kontrolne točke (kubna krivulju):

$$b_{0,3} = (1-t)^3$$

$$b_{1,3} = 3t(1-t)^2$$

$$b_{2,3} = 3t^2(1-t)$$

$$b_{3,3} = t^3$$



Slika 1. Primjer krivulje zadane sa četiri točke.

### 6.3 Radni zadatak:

1. Učitati iz datoteke  $n+1$  točku kontrolnog poligona.
2. Iscrtati poligon.
3. Mijenjati parametar  $t$  od nule do jedan s korakom 0,01.
4. Prema formuli (4) i (5) za svaki  $t$  odrediti koordinate  $x(t)$ ,  $y(t)$  i  $z(t)$  krivulje, te iscrtati točke.
5. Dobiveni postupak upotrijebiti za određivanje putanje očišta (ili gledišta ili tijela) u prethodnoj vježbi. Iscrtavati žičnu formu tijela uz uklanjanje stražnjih poligona. Uklanjanje stražnjih poligona ostvariti na osnovi provjere kuta između vektora normale i vektora prema promatraču (poglavlje 8.2 iz knjige <http://www.zemris.fer.hr/predmeti/irg/knjiga.pdf>)