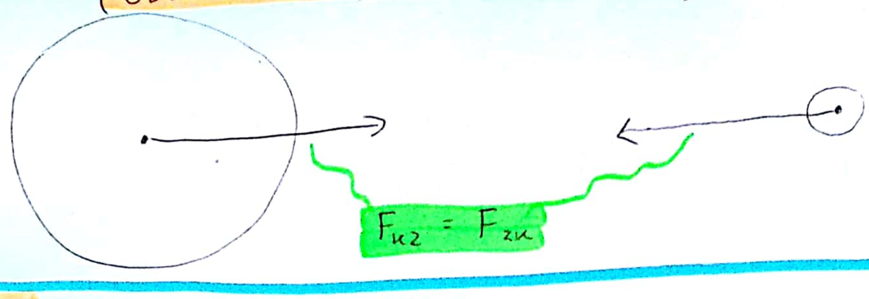
ZASADY DYNAMIKI

III Z.D.

„jak Kuba Bogu tak Bóg Kubie"

(ODDZIAŁYWANIA SĄ WZAJEMNE)



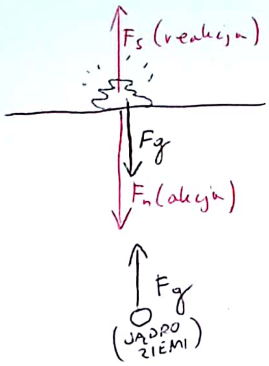
I Z.D.

Jeśli $F_w = 0$, to $\vec{v} = const$

(ZERO TO TEŻ CONST.)

Siły równoważą się

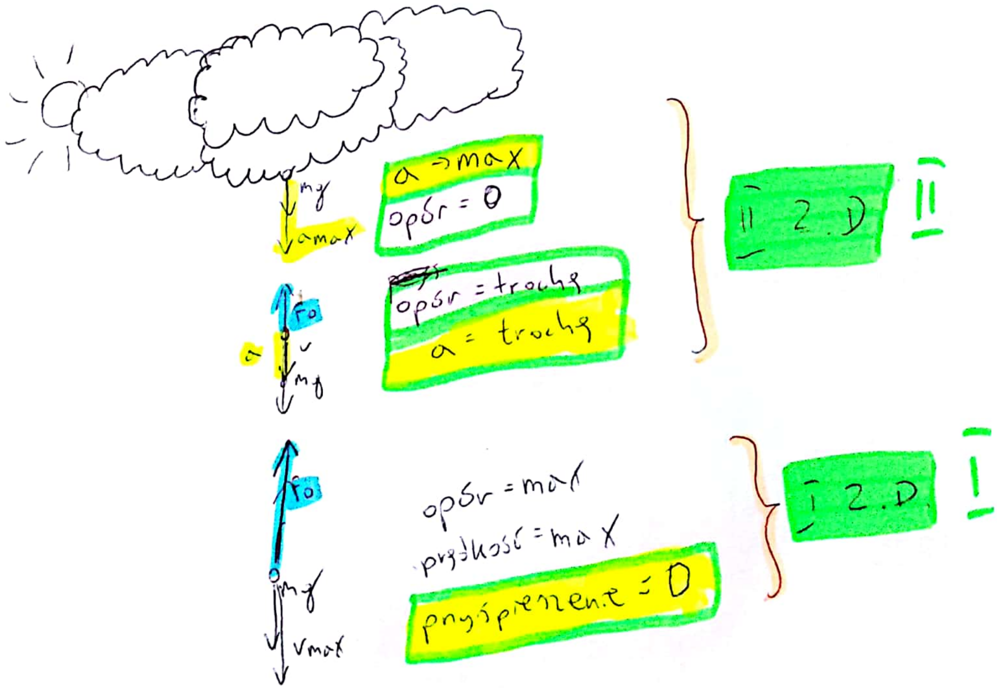
- ten sam kierunek
- ta sama wartość
- przeciwne zwroty



II Z.D.

„co jeśli siły się nie równoważą? PRZYSPIESZENIE"

Jeśli $F_w \neq 0$ to $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$



ZASADA ZACHOWANIA PĘDU

„jeśli nie działają żadne siły zewnętrzne to całkowity pęd układu nie zmienia się"

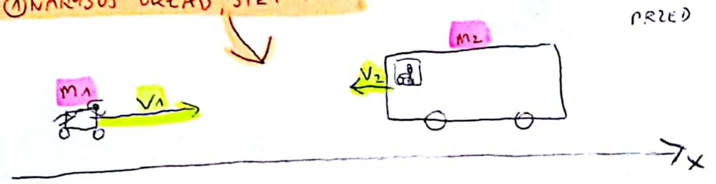
WZÓR NA PĘD

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

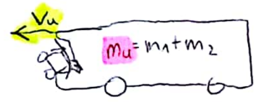
(masa × prędkość)

Przykładowe zadanie:

① NARYSUJ UKŁAD, SIŁY ITP.



② ~~PORÓWNAJ~~ ZRÓWNAJ PĘDY



$$p_{c_{przed}} = p_{c_{po}}$$

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_u\vec{v}_u$$

③ TAM GDZIE IDZIE WEKTOR W STRONĘ PRZECIWNĄ NIŻ OŚ X DAJ WARTOŚĆ UJEMNĄ (WEKTOR → WARTOŚĆ)

$$m_1v_1 - m_2v_2 = -m_uv_u$$

WAŻNE

$$v_u = \frac{m_2v_2 - m_1v_1}{m_1+m_2} = 1{,}78\ m/s$$

PRACA

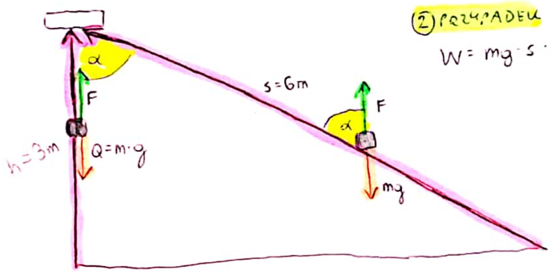
WZÓR - NOTACJA WEKTOROWA
ILOCZYN SKALARNY

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x}$$

siła · wektor przemieszczenia

CZYLI...

$$W = F\Delta x \cdot \cos(\sphericalangle \vec{F}, \Delta\vec{x})$$



② PRZYPADEK
$W = mg \cdot s \cdot \cos\alpha = mgh$

① PRZYPADEK
$W = mg \cdot h \cdot \cos 0^\circ = mgh$

WSPÓŁCZYNNIK TARCIA

$$\mu \text{ (czyt. mi)} = \frac{T}{F_n}$$

WARTOŚĆ TARCIA JEST WIĘKSZA PODCZAS STARTU NIŻ PODCZAS RUCHU

SIŁA TARCIA STATYCZNEGO	SIŁA TARCIA KINETYCZNEGO	ORAZ
F_s - max. wartość siły tarcia między ciałem a podłożem $F_s = \mu_s F_n$	F_k - wartość siły tarcia spada już podczas ruchu ze stałą prędkością $F_k = \mu_k F_n$	$F_k < F_s$

ENERGIA KINETYCZNA

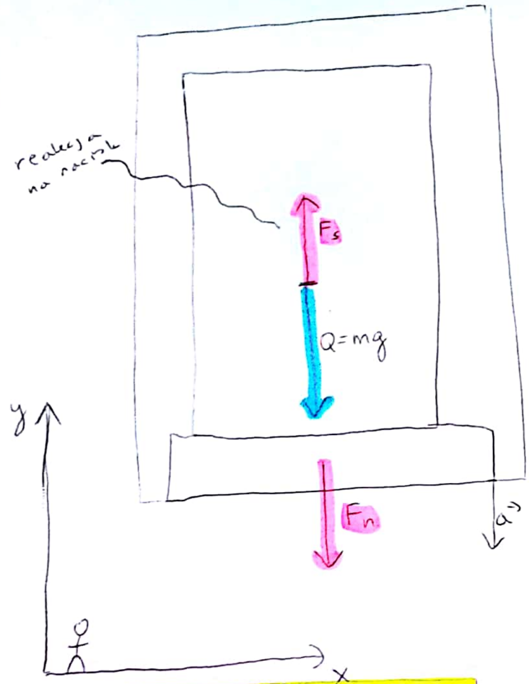
$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

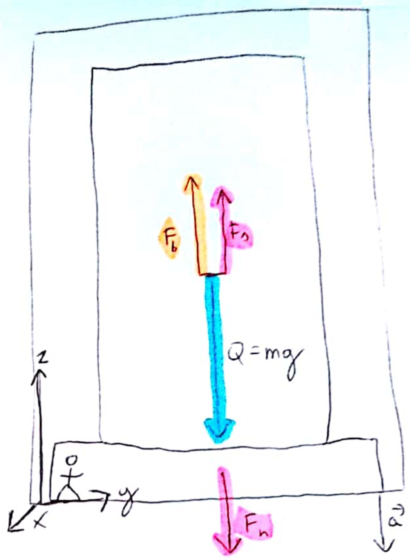
PRACA JAKĄ TRZEBA WYKONAĆ ABY ROZPĘDZIĆ CIAŁO OD PRĘDKOŚCI ZEROWEJ DO PRĘDKOŚCI V

1 FIZYKA DYNAMIKA

ZADANIE Z WINDĄ
* gdy winda ruszyła w dół waga pokazała 70kg
* Ryszard waży 82kg
* Jakie było przyspieszenie windy?

UKŁAD INERCJALNY vs. NIEINERCJALNY





Z PUNKTU WIDZENIA OBSERWATORA:

* winda przyspiesza w dół
CZYLI
musi istnieć niezerowa wypadkowa skierowana w dół

GROWBOX ABY MÓGŁ PRZYSPIESZYĆ ZMNIEJSZA SIŁĘ NACISKU, DZIĘKI CZEMU ZMNIEJSZA SIĘ SIŁA SPRĘŻYSTOŚCI I SIŁY PRZESTAJĄ SIĘ RÓWNOWAŻYĆ

WZÓR Z II Z.D.

jeśli $F_w \neq 0$ to $\vec{a} = \frac{\vec{F_w}}{m}$ więc:

$$a = \frac{F_w}{m} = \frac{mg - F_s}{m} = \frac{mg - F_n}{m} \approx 1{,}44\,m/s^2$$

Z PUNKTU WIDZENIA OBSERWATORA

* czuje siły biorące się z dupy = SIŁA BEZWŁADNOŚCI

GROWBOX SPOCZYWA CZYLI SIŁY MUSZĄ SIĘ RÓWNOWAŻYĆ!

WZÓR Z I Z.D. (RÓWNOWAGA SIŁ)

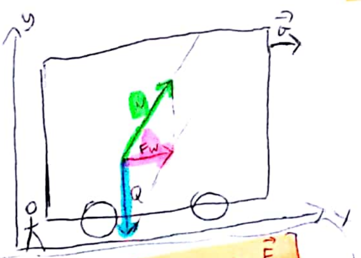
$$mg = F_s + F_b$$

$$mg = F_n + ma$$

SIŁA BEZWŁADNOŚCI SPEŁNIA II Z.D. WIĘC DZIAŁA WZÓR $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

$$a = \frac{mg - F_n}{m} \approx 1{,}44\,m/s$$

INERCJALNY



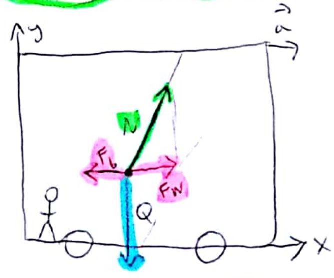
$$tg\alpha = \frac{F_w}{Q} = \frac{am}{g m}$$

II Z.D. $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

$$a = g\,tg\alpha = 2{,}08\,m/s$$

* BUTELKA ODCHYLA SIĘ W LEWO ABY SIŁY PRZESTAŁY SIĘ RÓWNOWAŻYĆ
=
POWSTAJE WYPADKOWA

NIEINERCJALNY

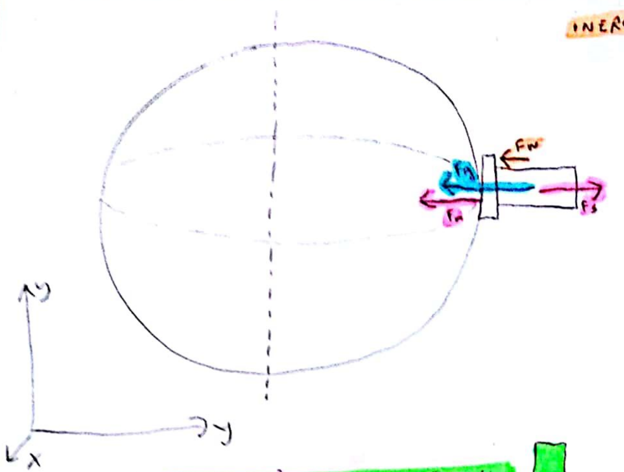


* DZIAŁA SIŁA BEZWŁADNOŚCI
* BUTELKA SPOCZYWA (UKŁAD JEDZIE Z AUTOBUSEM)
* SIŁY SIĘ RÓWNOWAŻĄ

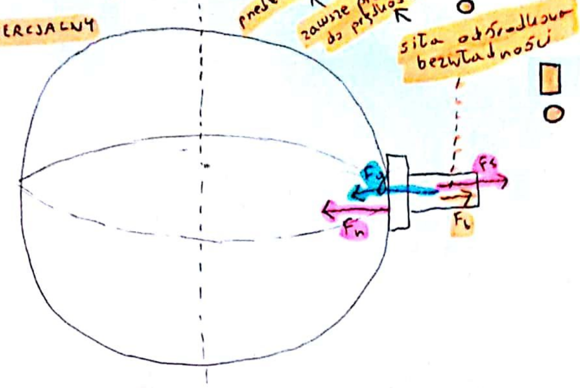
UKŁAD PRZEKAZUJE CIAŁU SWOJE PRZYSPIESZENIE I TO JEST WŁAŚNIE KONTRAKCJA NA TO - SIŁA BEZWŁADNOŚCI

CIĘŻAR A SIŁA GRAWITACJI

INERCJALNY | NIEINERCJALNY



! WAŻNE ! przedłużenie promienia; zawsze prostopadle do prędkości; siła odśrodkowa bezwładności !



* STAN NIEWAŻKOŚCI = WCHODZIMY NA WAGĘ I POKAZUJE ZERO !

① $F_w = F_g - F_s$; $F_s = F_n$ więc

$F_w = F_g - F_n$

$F_n = F_g - F_w$

WZÓR NA SIŁĘ DOŚRODKOWĄ (WYPADKOWA W TEJ SYTUACJI TO DOŚRODKOWA)

$F_w = F_r = m \cdot a_r$

$F_n = F_g - m a_r$

WZÓR NA PRZYSPIESZENIE DOŚRODKOWE

$a_r = \omega^2 \cdot r$

$F_n = F_g - m\omega^2 r$

WZÓR NA PRĘDKOŚĆ KĄTOWĄ

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$F_n = F_g - m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r$

WZÓR NA SIŁĘ GRAWITACJI

$F_g = \frac{GMm}{r^2}$ (M) —r— (m)

$F_n = \frac{GMm}{r^2} - m\frac{4\pi^2}{T^2} r$

WIĘC

SIŁA CIĘŻKOŚCI = SIŁA GRAWITACJI − COŚ

TO ZNACZY ŻE TE SIŁY NIE SĄ RÓWNE !

KIEDY CZŁOWIEK STOJĄCY NA RÓWNIKU BĘDZIE W STANIE NIEWAŻKOŚCI ? JAKI OKRES OBROTU ZIEMI ?

WTEDY GDY CIĘŻAR czyt SIŁA NACISKU = 0

$0 = \frac{GMm}{r^2} - m\left(\frac{4\pi}{T}\right)^2 \cdot r$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}} = 5189\,s$ (Odp.)

OGÓŁEM → ŻEBY TO JECHAŁO W KÓŁKO TO SIŁA NACISKU, CIĘŻAR MUSI BYĆ MNIEJSZA NIŻ SIŁA GRAWITACJI

① $F_g = F_s + F_b$ BO SIŁY MUSZĄ SIĘ RÓWNOWAŻYĆ

$F_g = F_n + F_b$

$F_n = F_g - F_b$

$Q = F_g - F_b$

SIŁA ODŚRODKOWA BEZWŁADNOŚCI MA TĄ SAMĄ WARTOŚĆ CO SIŁA DOŚRODKOWA ALE TE SIŁY TO SĄ ZUPEŁNIE INNE SIŁY SIĘ OBIE NARAZ NIE POJAWIĄ

$mg = \frac{GMm}{r^2} - m \cdot a_r$

KAŻDĄ SIŁĘ DA SIĘ WYRAZIĆ JAKO MASA * PRZYSPIESZ.

$\frac{GMm}{r^2} = \frac{GM}{r^2} \cdot m$

PRZYSPIESZENIE GRAWITACYJNE; MASA

*TYLKO NA BIEGUNIE $F_g = F_n$

SIŁA BEZWŁADNOŚCI

Bezwładność ciał - zdolność do przeciwstawienia się wszelkim zmianom ruchu

* UKŁAD NIEINERCJALNY → nie działają zasady dynamiki (oprócz II Z.D. która działa w innej formie)

OTÓŻ

$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ (II Z.D.)

PRZYSPIESZENIE CIAŁA

vs.

WZÓR NA SIŁĘ BEZWŁADNOŚCI

PRZYSPIESZENIE UKŁADU

MOMENT SIŁY

MOŻLIWOŚĆ WYWOŁANIA RUCHU OBROTOWEGO

* DRZWI Z GÓRY WIDZIANE

1) 

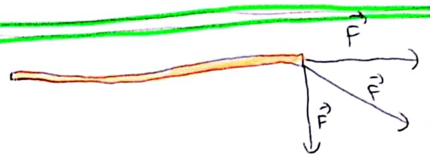
$MWRO \sim F$

(↑ jest proporcjonalne do tej siły)

2) 

$MWRO \sim r$

(↑ jest proporcjonalne do promienia odległości z jakiej robimy tą siłę)

3) 

$MWRO = max$ gdy $\sphericalangle(\vec{F},\vec{r}) = 90°$

$MWRO = 0$ gdy $\sphericalangle(\vec{F},\vec{r}) = 0°$

↑ NO PRZECIEŻ $90°$ TO SINUS!!!

$MWRO \sim \sin\sphericalangle(\vec{r},\vec{F})$

OGÓŁEM:

4) $MWRO = rF \sin\sphericalangle(\vec{r},\vec{F})$

↑ WYGLĄDA ZNAJOMO DO ILOCZYN WEKTOROWY $\vec{a} = \vec{b} \times \vec{c}$, $a = bc \sin\sphericalangle(\vec{b},\vec{c})$

$\overrightarrow{MWRO} = \vec{r} \times \vec{F}$

↑ normalna logiczna nazwa - MWRO

↓ nienormalna, bezsensowna nazwa - MOMENT SIŁY

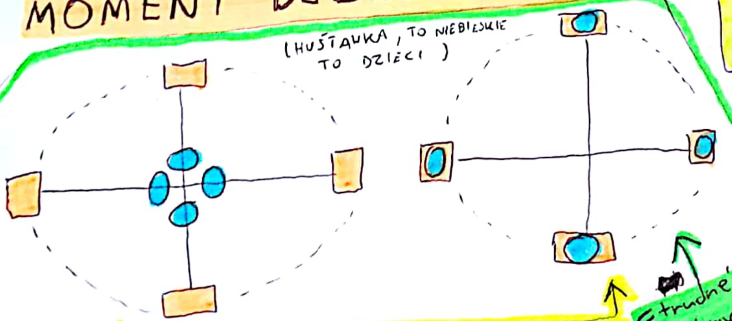
5) $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

* informuje jaka siła jest przyłożona do osi obrotu
* informuje czy siła ~~jest~~ ma możliwość wywołania zmiany stanu ruchu obrotowego

MOMENT BEZWŁADNOŚCI

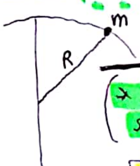
— ROZKŁAD MASY WZGLĘDEM OBROTU

(HUŚTAWKA, TO NIEBIESKIE TO DZIECI)



wzrasta moment bezwładności = trudniej to obracać

$I = mR^2$ funkcja kwadratu odległości elementów masy do osi obrotu

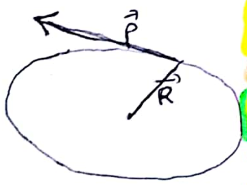


(w przypadku jednego punktu)

(* jeśli więcej punktów to jest to suma momentów czyli)

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot R_i^2$$

MOMENT PĘDU



$\vec{L} = \vec{R} \times \vec{p}$

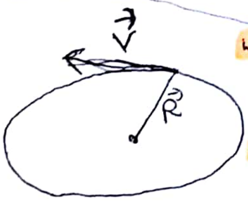
ILOCZYN WEKTOROWY

$L = Rp \sin(\sphericalangle\vec{R},\vec{p})$

SINUS TO $90°$ CZYLI FINALNIE

$L = Rp$; [redacted] ROZPISUJĘ PĘD

$L = Rmv$



W RUCHU PO OKRĘGU $V = R\omega$ WIĘC

$L = mR^2\omega$

A TO PRZECIEŻ MOMENT BEZWŁADNOŚCI WIĘC

$L = I\omega$

$L = mvR \sin\sphericalangle(\vec{r},\vec{v})$

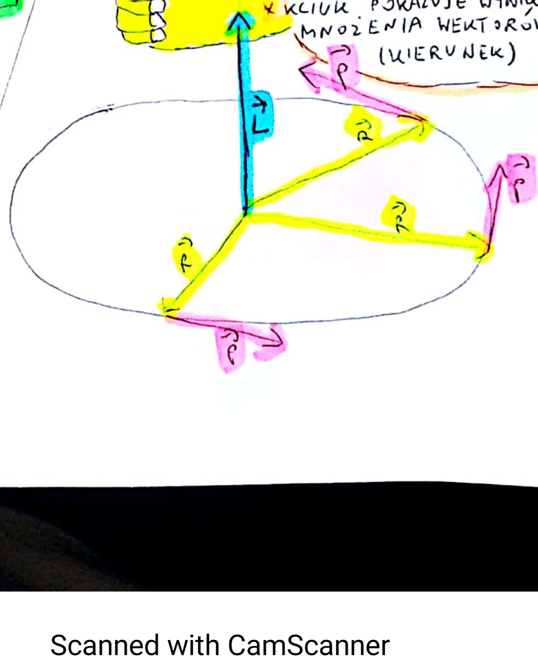
moment pędu punktu materialnego

$L = I\omega$

moment pędu bryły sztywnej

REGUŁA PRAWEJ DŁONI

* PODCZAS POKAZYWANIA OKEJKI PALCE MAJĄ WSKAZYWAĆ KIERUNEK OBROTU
* KCIUK POKAZUJE WYNIK MNOŻENIA WEKTORÓW (KIERUNEK)



S | FIZYKA | DYNAMIKA

ENERGIA KINETYCZNA RUCHU OBROTOWEGO

WYCHODZIMY OD WZORU NA E_k W RUCHU LINIOWYM	PRĘDKOŚĆ W RUCHU PO OKRĘGU TO $v = \omega r$		MOMENT BEZWŁADNOŚCI $mR^2 = I$
$E_k = \frac{1}{2} m v^2$	$= \frac{1}{2} m \omega^2 R^2$	$= (mR^2) \frac{\omega^2}{2}$	$= E_k = \frac{I \omega^2}{2}$

E_k RUCHU OBROTOWEGO

ZASADA ZACHOWANIA ENERGII

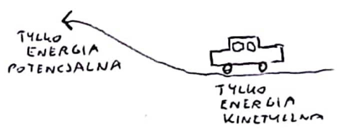
„Nic w przyrodzie nie ginie"

$E_{układu\_izolowanego} = cons$

LUB

$E_{całkowita\_układu\_izo\_początkowa} = E_{całkowita\_układu\_izo\_końcowa}$

np. $mgh = \frac{mv^2}{2}$



I Z. D. RUCHU OBROTOWEGO

* jeżeli na bryłę nie działają żadne momenty sił lub te działające się równoważą to bryła
  - nie obraca się LUB
  - obraca się ruchem obrotowym jednostajnym

gdy $\sum_{i=1}^{n} \vec{M_i} = 0$ to $\begin{cases} \omega = cons \text{ LUB} \\ \omega = 0 \end{cases}$

(ω – prędkość kątowa)

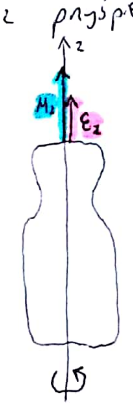
II Z. D RUCHU OBROTOWEGO

* Jeżeli wypadkowy moment siły $\neq 0$ to ciało porusza się z przyspieszeniem kątowym

OWE PRZYSPIESZENIE KĄTOWE JEST

* wprost proporcjonalne do WYPADKOWEGO MOMENTU SIŁY
* odwrotnie proporcjonalne do MOMENTU BEZWŁADNOŚCI (I)

gdy $M_z \neq 0$ to $\{ \varepsilon_z = \frac{M_z}{I_z}$



JAK SKUTECZNIE DYNAMIKĘ

START

0 WYPISAĆ DANE I SZUKANE

1 OBRAZEK + WSZYSTKIE SIŁY / MOMENTY SIŁ

- * mają się równoważyć, jeśli się nie rusza
- * jeśli coś przyśpiesza to jest $F_{wypadkowa}$

2 ZAPISAĆ ZASADĘ DYNAMIKI → DLA KAŻDEGO CIAŁA

PRZYŚPIESZA → II Z.D.
- PUNKT MATERIALNY: $a = \frac{F}{m}$
- BRYŁA SZTYWNA: $\varepsilon = \frac{M}{I}$

STOI W MIEJSCU → I Z.D.
- PUNKT MATERIALNY: $F_w = 0$
- BRYŁA SZTYWNA: $M_w = 0$

KONIEC

POTRZEBA JAKIEGOŚ INFO?

np. przyśpieszenia

wyciągnąć co potrzeba

CZĘŚĆ KINEMATYCZNA

$$\vec{V}_k = \vec{V}_p + \vec{a}\,t$$

$$\vec{X}_k = \vec{X}_p + \vec{V}_p\,t + \frac{at^2}{2}$$

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

Ruch po okręgu:

CZĘSTOTLIWOŚĆ

$f = \frac{N}{t} = \frac{[\text{ILOŚĆ OKRĄŻEŃ PO OKRĘGU}]}{[\text{CZAS W JAKIM ODBYWA SIĘ RUCH}]}$ Hz $\left[\frac{1}{s}\right]$

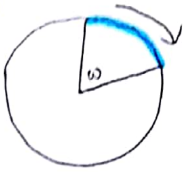
$\frac{\text{okrążenia}}{\text{czas}}$

OKRES

$T = \frac{t}{N}$ (na odwrót)

PRĘDKOŚĆ KĄTOWA

$\omega = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t}$ $\frac{\text{KĄT}}{\text{CZAS}}$ (szybkość zmian kąta w czasie)



ZALEŻNOŚĆ PRĘDKOŚCI LINIOWA & KĄTOWA

$\omega = \frac{V}{R}$ $\frac{\text{prędkość l.}}{\text{promień okręgu}}$

PRZYSPIESZENIE DOŚRODKOWE

$a_r = \frac{V^2}{R}$ $\frac{\text{PRĘDKOŚĆ}^2}{\text{PROMIEŃ}}$ $\rightarrow F_r = m\frac{V^2}{R}$

$F_r = m \cdot a_r$

DROGA W JEDNOSTAJNYM RPO

$S = \omega R t$ PRĘDKOŚĆ KĄTOWA · PROMIEŃ · CZAS

PRZYSPIESZENIE LINIOWE & KĄTOWE

$a = \varepsilon R$ PRZYSP. KĄTOWE · PROMIEŃ

PRĘDKOŚĆ KĄTOWA Z OKRESEM / CZĘSTOTLIWOŚCIĄ

$\omega = 2\pi f$ 2π CZĘSTOTLIWOŚĆ $\rightarrow$ $V = 2\pi R f$

PRZYSPIESZENIE KĄTOWE

(w ruchu jednostajnie przyspieszonym)

$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_k - \omega_p}{t}$ $\frac{\text{PRĘDKOŚĆ KĄTOWA KOŃCOWA} - \text{POCZĄTKOWA}}{\text{CZAS}}$ $= \frac{R(F_1 - F_2)}{I}$

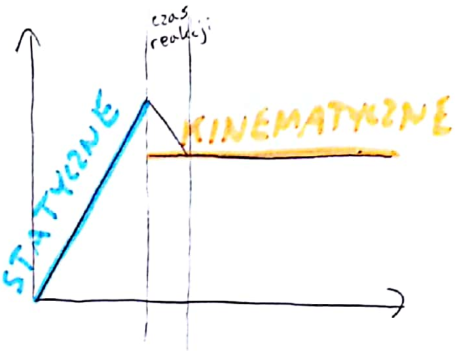
promień krążka; siły w kierunku przyspieszenia układu; moment bezwładności $I = mR^2$

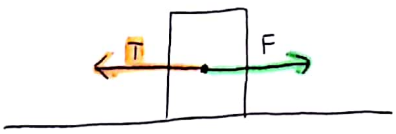
TARCIE:

działa to tak:

* jak się ruszy to działa kinematyczne

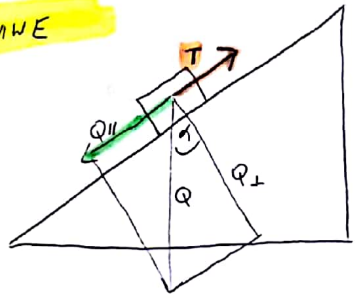
A POTEM OWO TARCIE JEST LEKKIE





$T = \mu \cdot F_n$ ALE JAK JUŻ RUSZYŁO TO NIE PATRZ NA $Q = mg$ JAKO NACISK

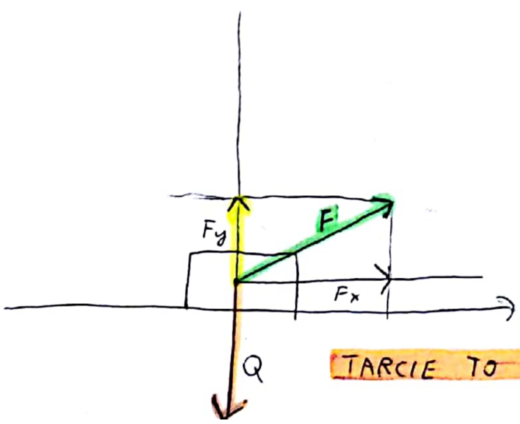
PO PROSTU $F = T$



$Q_{\parallel} = mg \sin\alpha$

$Q_{\parallel} = T$

TARCIE TO TYLKO ODDAJE SIŁĘ $Q_{\parallel}$, A NIE LICZ ŻE SIŁĄ NACISKU JEST $Q_{\perp}$



TARCIE TO $Q - F_y$

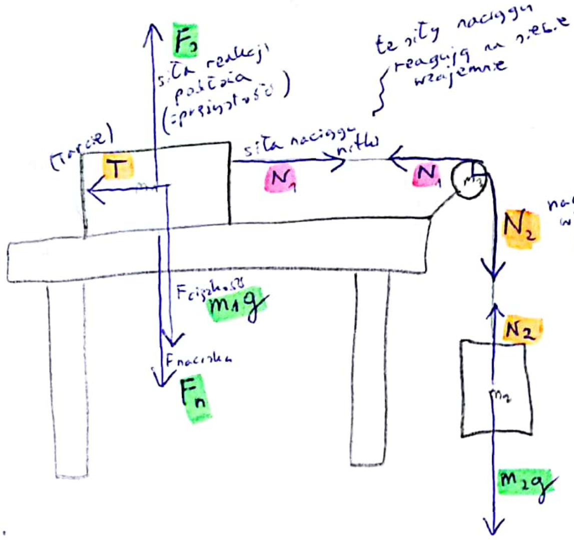
* NIERUCHOMY BLOK

μ - wsp. tarcia

$I = \frac{1}{2} m R^2$ moment bezwładności

m - masa krążka

R - promień krążka



naciąg nitki większy niż N_1 — $N_2 > N_1$ wtedy to momenty sił a nie siły

W 1 UKŁADZIE NIE INDUKUJE PRZYŚPIESZENIA. DLA KAŻDEGO CIAŁA TO a

Polecenie:

udowodnij że $a = \frac{m_2 - \mu m_1}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2} m_3} \cdot g$

(PRZYŚPIESZENIE DLA KAŻDEGO ELEMENTU)

① ZAPISAĆ WZOREK Z II Z.D. DLA KAŻDEGO ELEMENTU Z OSOBNA

Dla m_1:

$a = \frac{F}{m}$ czyli: $\frac{N_1 - T}{m_1} = \frac{N_1 - \mu m_1 g}{m_1} = \frac{N_1}{m_1} - \mu g$

ponieważ tarcie to $T =$ współczynnik tarcia $*$ siła dociskająca

Dla m_3: BRYŁA → PRZYŚPIESZENIE NIE LINIOWE A KĄTOWE

$\varepsilon = \frac{\text{MOMENT SIŁY}}{\text{MOMENT BEZWŁADNOŚCI}} =$ [redacted] $\left[\frac{rF_1 - rF_2}{I}\right] = \frac{RN_2 - RN_1}{\frac{1}{2} m_3 R^2} = \frac{2(N_2 - N_1)}{m_3 R}$

moment siły to siły z rysunku pomnożone razy promień krążka

Dla m_2:

$a = \frac{m_2 g - N_2}{m_2}$

związek przysp. kątowego z liniowym to $a = \varepsilon R$

② UKŁAD RÓWNAŃ Z POWYŻSZYCH

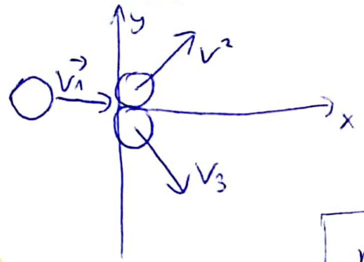
$$\begin{cases} a = \frac{N_1}{m_1} - \mu g \\ \cancel{\varepsilon} = \frac{2(N_2 - N_1)}{m_3 R} = \frac{a}{R} \\ a = \frac{m_2 g - N_2}{m_2} \end{cases}$$

→ dowód teraz po przekształceniu

9 | FIZYKA | DYNAMIKA

(ZZE + ZZP)

* ZDERZENIE PIŁEK



ZASADA ZACHOWANIA PĘDU

P_c PRZED = P_c PO

zderzenie sprężyste = zachowana energia

ZRÓWNAJ PĘDY

$$m\vec{V_0} = m\vec{V_1} + m\vec{V_2} + m\vec{V_3}$$

zrobić oś x i oś y

(1) ROZPISAĆ NA DWA WYMIARY:

$$mV_{0x} = mV_{1x} + mV_{2x} + mV_{3x}$$

$$mV_{0y} = mV_{1y} + mV_{2y} + mV_{3y}$$

ten wektor jest w poziomie

(WYRAZIĆ JAKO SIN/COS) (3)

$$\Leftrightarrow \quad mV_0 = mV_{1x} + mV_2 \cos\alpha + mV_2 \cos\alpha$$

$$\Leftrightarrow \quad 0 = 0 + mV_2 \sin\alpha - mV_2 \sin\alpha$$

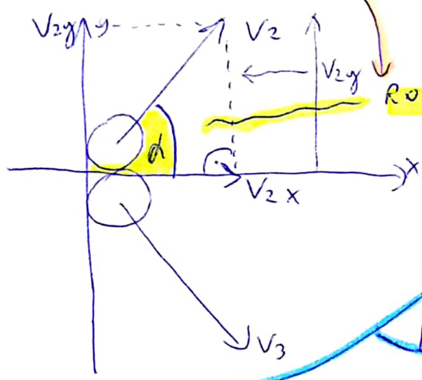
to równanie nic nie daje L=P...

minus bo idzie w dół osi y

WAŻNE

1 RÓWNANIE

(2) RZUTUJĘ TE WEKTORY



ROBIĘ KĄT ALFA

PORA NA Z.Z. ENERGII.

energia kinetyczna przed zderzeniem = energia kinetyczna po zderzeniu (suma wszystkich energii)

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_{1x}^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2} + \frac{mV_3^2}{2}$$

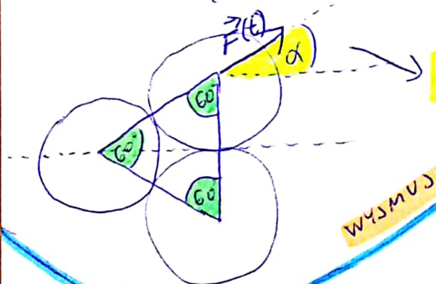
2 równanie

Popęd: $\vec{K} = \Delta\vec{p} = \vec{p}_k - \vec{p}_p = \int_{t_p}^{t_k} \vec{F}\,dx$

całkowita zmiana pędu = pęd końcowy − pęd początkowy

CAŁKA PO CZASIE OD CZASU POCZĄTKOWEGO DO KOŃCOWEGO Z SIŁY

3 "równanie"



$\alpha = 30°$

WYZNACZĘ MIARĘ KĄTA α

$$\begin{cases} mV_0 = mV_{1x} + mV_2\cos\alpha + mV_2\cos\alpha & (1) \\ mV_0^2 = mV_{1x}^2 + mV_2^2 + mV_3^2 & (2) \\ \alpha = 30° & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_0^2 = V_{1x}^2 + 2V_2^2 \\ V_0 = V_{1x} + 2V_2\cos\alpha \\ \alpha = 30° \end{cases} \Leftrightarrow V_{1x} = V_0 - 2V_2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$V_{1x} = V_0 - V_2(\sqrt{3})$$

$$\cancel{V_0^2} = \cancel{V_0^2} - 2V_2\sqrt{3}V_0 + V^2 \cdot 3 + 2V_2^2$$

$$0 = V(5V_2 - 2\sqrt{3}V_0)$$

$V = 0$ NIEFIZYCZNE

$5V - 2\sqrt{3}V_0 = 0$

$$V_2 = \frac{2}{5}\sqrt{3} \cdot V_0 = \frac{2}{5}\sqrt{3} \cdot 10\frac{m}{s} = 6{,}9\frac{m}{s}$$