Complementi di Metodi Matematici per la Fisica

Docenti: Filippo Colomo e Giuliano Panico Sessione Autunnale, Martedì 8 Settembre 2020 Compito scritto¹

1) Si calcoli il valore dell'integrale

$$\int_0^{2\pi} \frac{\ln(1 - e^{ix})}{\cos(x - i)} dx.$$

2) Si valuti il termine dominante nell'espansione asintotica di

$$I(x) := \int_{-\infty + i\delta}^{\infty + i\delta} e^{-x(t^2 + \frac{2}{t})} dt, \qquad \delta > 0,$$

per $x \to +\infty$.

3) Si determini, nello spazio delle distribuzioni \mathcal{D}' , la soluzione generale dell'equazione

$$x f'(x) = 1$$
.

giustificando adeguatamente il risultato.

4) Si consideri la seguente equazione differenziale

$$2(z-1)^3u'' + (z^2 - 1)u' - u = 0.$$

- i) Si studino i punti singolari dell'equazione.
- ii) Si determinino due soluzioni indipendenti esprimendole in termini delle appropriate funzioni ipergeometriche.

¹NB: per l'ammissione all'orale è necessario svolgere correttamente almeno un esercizio tra i primi due, e uno tra i secondi due.