Metodi Matematici per la Fisica Teorica

Sessione Estiva, Martedì 10 Luglio 2018

Compito scritto

1) Si calcoli il valore dell'integrale

$$\int_0^\infty \ln(1+x+x^2)x^{\mu-1}\mathrm{d}x,$$

 $con -1 < \mu < 0.$

2) Data l'equazione differenziale

$$u''(z) + \frac{2z^2 - 3z + 1}{z(z+1)(z-2)}u'(z) + \frac{2}{z^2(z+1)(z-2)}u(z) = 0,$$

- si determinino i punti singolari ed i relativi indici;
- si determini una coppia di soluzioni linearmente indipendenti nell'intorno di uno dei punti singolari.
- 3) Si determini la decomposizione in rappresentazioni irriducibili di $\mathfrak{sl}(4,\mathbb{C})$ del prodotto tensoriale $(1,0,1)\otimes(1,0,0)$ e si determini il vettore di peso massimo della rappresentazione (1,0,0) che compare nella decomposizione. [Suggerimento: si ricorda che la (1,0,1) è la rappresentazione aggiunta]
- 4) Determinare i pesi della rappresentazione irriducibile di $\mathfrak{sl}(3,\mathbb{C})$ di peso massimo (3,0).