## Metodi Matematici per la Fisica Teorica

Sessione Estiva, Giovedì 23 Giugno 2016

## Compito scritto

1) Si calcoli il valore dell'integrale

$$\int_0^1 \ln\left(\frac{1-x}{x}\right) \frac{\mathrm{d}x}{1+x^2}.$$

2) Data l'equazione differenziale

$$u'' + \frac{1}{2} \frac{4z - 5}{(z - 1)(z - 2)} u' + \frac{4}{9} \frac{1}{z^2(z - 1)(z - 2)} u = 0,$$

- si determinino le singolarità Fuchsiane ed i relativi indici;
- si determinino due soluzioni linearmente indipendenti nell'intorno dell'origine.
- 3) Si determini la segnatura della forma di Killing di  $sl(2,\mathbb{R})$ .
- 4) Utilizzando il metodo dei tableaux di Young, si determini la decomposizione della rappresentazione  $(1,2)\otimes(2,1)$  di  $A_2=\mathfrak{sl}(3,\mathbb{C})$  in rappresentazioni irriducibili. [Si consiglia di verificare il risultato controllando la corrispondenza fra la dimensione del prodotto tensoriale e la somma delle dimensioni delle rappresentazioni che compaiono nella riduzione.]