



Laboratorio di elettronica e tecniche d'acquisizione dati

Esperienza IV: Fotodiodo

Gentili Irene, Pace Lorenzo, Tintori Filippo

19 novembre 2024

Indice

1	Introduzione	2
2	Aspetti teorici	2
3	Strumentazione	3
4	Analisi delle fonti di errore	3
5	Costruzione e metodologia	4
5.1	Approssimazione dei piccoli angoli	5
6	Analisi dati	6
6.1	Stima dell'accelerazione di gravità	7
7	Conclusioni	7

1 Introduzione

Lo scopo della presente relazione è quello di mostrare la metodologia e i risultati dell'esperimento su un montaggio con il fotodiodo OPT101. Si è verificato il suo funzionamento e si è costruito con esso un sistema di acquisizione tramite l'oscilloscopio e un led infrarosso. I dati rilevati, lavorati in modo che corrispondessero ai periodi di oscillazione di un pendolo semplice, sono stati usati poi per ricavare una stima dell'accelerazione di gravità g all'interno del laboratorio.

2 Aspetti teorici

Lo strumento alla base dell'esperienza è il fotodiodo, che funziona da trasduttore associando a un segnale ottico un segnale elettrico e agendo dunque da *fotorivelatore*. Il fotodiodo è un diodo a semiconduttore operato con polarizzazione inversa. La presenza della giunzione *p-n* segue la stessa logica dei diodi comuni, con un'impurità di elementi accettori nella regione *p* (un eccesso di lacune) e di elementi donatori nella *n* (con eccesso di portatori di carica, ossia elettroni). Gli accumuli di carica generano una differenza di potenziale che oppone la corrente di diffusione, e a seconda del segno del *bias* fornito ai terminali del diodo viene permesso o meno il passaggio di corrente. Nel fotodiodo, in particolare, l'energia trasportata dalla radiazione elettromagnetica, assorbita nella regione di svuotamento, determina la generazione di coppie elettrone-lacuna che formano una corrente elettrica. Ciò avviene per effetto fotoelettrico, tramite un fotone di energia sufficiente $h\nu > E_{gap}$ che incide la zona svuotata contribuendo a una corrente di segnale. La caratteristica di un fotodiodo ha lo stesso andamento di quella di una normale giunzione *p-n*, a meno di un fattore i_{ph} detto *corrente fotogenerata*. La i_{ph} è proporzionale alla potenza luminosa incidente, ovvero al flusso di fotoni che colpiscono il dispositivo, tramite la costante *S* detta *sensibilità spettrale*:

$$i_{ph} = S \cdot P = \frac{\eta e}{h\nu} \cdot P, \text{ se } \frac{P}{h\nu} \text{ flusso di fotoni al secondo, e } \eta \text{ efficienza quantica.}$$

Si denota efficienza quantica η la probabilità di creazione di una coppia per fotone incidente. Per un fotodiodo esistono due modalità operative, quella *conduttiva* e quella *fotovoltaica*. Nella seconda, il fotodiodo viene usato senza essere polarizzato da una tensione esterna: l'esposizione alla luce genera una fuga di cariche che a sua volta induce una ΔV usata per alimentare circuiti. Nell'esperienza corrente l'OPT101 è operato in modalità fotoconduttiva utilizzandolo in polarizzazione inversa, e si comporta come un generatore di corrente. In particolare, questo OPT101 è un fotodiodo con amplificatore in transimpedenza on-chip: esso integra un op-amp con feedback negativo che trasforma il segnale di corrente in un segnale di tensione. Come sorgente con cui s'è alimentato il fotodiodo è stato scelto un LED infrarosso. Il *Light Emitting Diode* è anch'esso una giunzione *p-n*, che emette luce quando attraversato da corrente nel suo verso di polarizzazione. In particolare, nel LED usato, la radiazione emessa è nell'infrarosso e la tensione di giunzione è pari a circa 1,6 V.

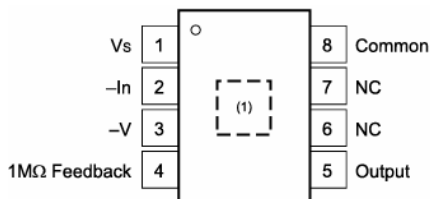


Figura 1: Funzioni dei pin nell'OPT101.

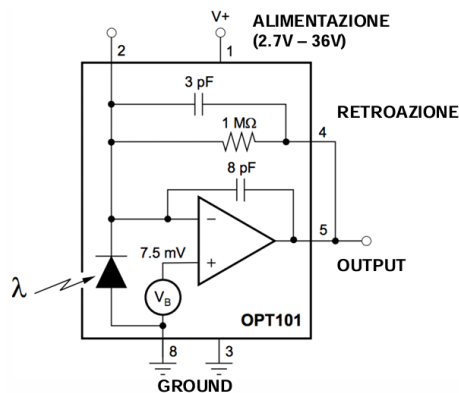


Figura 2: Block diagram dell'OPT101.

Il modello fisico che si vuole valutare con un sistema di acquisizione costituito dagli elementi descritti è quello del pendolo semplice. Essenzialmente, entro piccoli angoli di oscillazione (si veda a proposito la [5.1]), in assenza di attrito viscoso dell'aria, nell'ipotesi di filo inestensibile di lunghezza l privo di massa e con la massa puntiforme, dalla seconda legge di Newton segue una legge semplice per il periodo di oscillazione T dalla quale si ricava facilmente in forma inversa l'accelerazione di gravità:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \implies g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$$

3 Strumentazione

Si elencano di seguito gli strumenti e il materiale di cui si dispone per lo svolgimento dell'esperienza:

- un generatore di tensione in regime DC;
- un multimetro analogico usato come ohmetro;
- un resistore;
- una basetta sperimentale;
- un fotodiato OPT101;
- un oscilloscopio digitale;
- un LED infrarosso;
- un metro;
- un pendolo semplice.

Si considereranno gli strumenti facendo approssimazioni lecite nei limiti degli esperimenti considerati; in particolare, si trascura la dipendenza termica delle resistenze, la resistività dei fili, la resistenza interna del generatore. Si considera l'oscilloscopio ideale per la relazione fra la sua resistenza interna e quelle usate. Si approssima il pendolo semplice a ideale considerando il filo non massivo e inestensibile, la massa e il contatto puntiformi, l'attrito dell'aria e della giuntura trascurabili. Ciascuno degli apparati sperimentali implementati nelle esperienze distinte sarà discusso approfonditamente nella relativa sezione. L'incertezza strumentale associata a ciascuno degli strumenti di misura è riportata nel paragrafo seguente. Congiuntamente alla relazione si riporta in allegato la lista delle misure prese ed il codice implementato per l'analisi dati.

4 Analisi delle fonti di errore

Prima di cercare le possibili sorgenti di incertezza nelle misure effettuate è conveniente riportare le fonti certe di errore che derivano dall'incertezza strumentale come dichiarata dai costruttori. Alle tensioni misurate con l'oscilloscopio si è attribuita un'incertezza pari al 3% del fondo scala utilizzato, mentre alle frequenze misurate con lo stesso strumento corrisponde un'incertezza relativa del 5%. Per quanto riguarda l'ohmetro, nel fondoscala utilizzato questo ha un'incertezza strumentale dichiarata che è tutta di lettura sulle tacche analogiche (ampie 10 Ω), pertanto sarà $\sigma R_{ohmetro} = 10/\sqrt{12}$. La tensione erogata dal generatore DC con cui si alimenta l'operazionale ha un errore associato di 0,5% + 3 *digits* della lettura. Il metro ha sensibilità di 1 mm. Per tutte le misure indirette si userà infine la formula generale per la propagazione degli errori stimando la varianza come la somma in quadratura degli errori pesati con le derivate parziali:

$$f = f(y_1 \dots y_n) \implies \sigma_f = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial y_i} \sigma_{y_i} \right)^2}$$

5 Costruzione e metodologia

Prima di costruire il pendolo si è proceduto a un controllo preliminare del funzionamento del fotodiodo. Su una basetta lo si è collegato a terra e all'alimentazione, fissata a $(5,0 \pm 0,2)$ V, e all'oscilloscopio. Il segnale osservato in questa fase è riportato nella figura a sinistra. Successivamente, si è posta questa prima basetta parallelamente a una seconda con montato il LED infrarosso, posto in serie a una resistenza di protezione e connesso ad un'alimentazione di $(2,0 \pm 0,1)$ V, con la cura che fossero centrati. Per la scelta del resistore, si ha nota la corrente massima sopportata dal LED pari a ~ 15 mA. Avendo il potenziale di contatto del LED infrarosso a 1,6 V, $R_p = (2,0 - 1,6) \text{ V} / 15 \text{ mA} \simeq 30\Omega$. Si sceglie una resistenza da $(100 \pm 3)\Omega$, più che sufficiente a proteggere il LED. Con questa luce infrarossa puntata verso il fotodiodo, il risultato è quello mostrato nella schermata a destra.

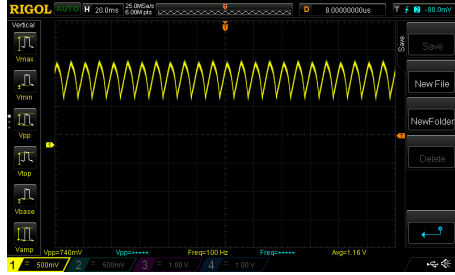


Figura 3: Segnale ambientale.

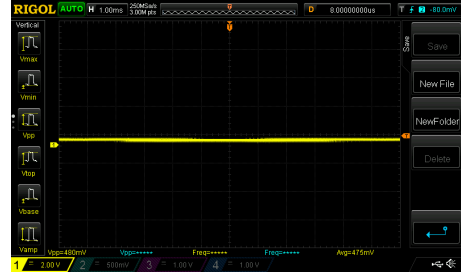


Figura 4: Segnale con l'infrarosso puntato.

Quando si punta il LED, si osserva correttamente un segnale continuo. Senza alcuna sorgente, invece, va dato un significato fisico al rumore osservato. Si nota che la frequenza rilevata dall'oscilloscopio è pari a (100 ± 5) Hz, e che lo stesso rumore si attenua sensibilmente quando l'apparato sia coperto e oscurato. Si è concluso che quello osservato fosse il segnale di fondo delle luci del laboratorio, che oscillano con una frequenza che è quella di andata e ritorno (il doppio) della corrente alternata nell'impianto elettrico (50 Hz). Di seguito l'apparato e l'accensione del LED infrarosso apprezzabile da una fotocamera digitale. Un'altra considerazione importante è che il fotodiodo è fortemente sensibile all'inclinazione rispetto al centro della sorgente luminosa, ma non tanto alla lontananza da essa.

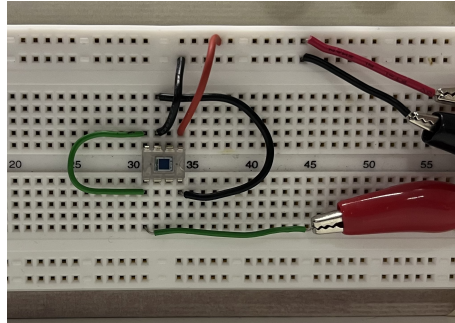


Figura 5: Fotodiodo connesso.

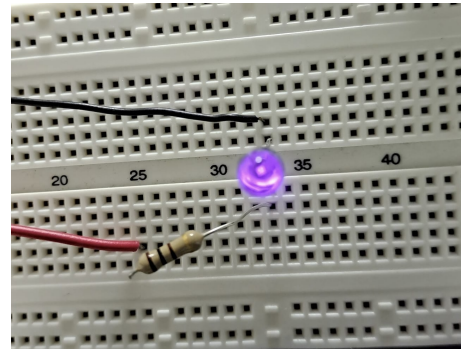


Figura 6: LED infrarosso acceso.

Una volta osservato il comportamento di base del fotodiodo si è proceduto alla costruzione del pendolo. Si è scelta una massa sferica e un filo tali che la lunghezza effettiva l dal punto di giunzione al centro di massa della sfera fosse $l = (579 \pm 1)$ mm. Si è fatto sì (nei limiti degli sperimentatori e del possibile) che il pendolo oscillasse sul piano ortogonale sia alla congiungente fra il LED e il fotodiodo che al piano d'appoggio, e inoltre che la posizione di riposo della massa coincidesse con quella del fotodiodo e del LED infrarosso: in questo modo, nel passaggio del pendolo per la posizione di riposo, ossia alla fine e all'inizio dei semiperiodi, il

fotodiodo è oscurato e si dovrebbe osservare una caduta di tensione. Si è dunque proceduto all'acquisizione dei periodi di oscillazione. La scala dell'oscilloscopio è stata fissata a 500 ms, in modo che raccogliesse campioni per 6 s. Nel passaggio al file .csv, però, di tutti i 6 secondi campionati sono riportati solo 1200 istanti con uno scarto di 5 ms l'uno dall'altro. Questo perché il buffer interno all'oscilloscopio è limitato e, a prescindere dalla scala impostata, è quello il numero massimo di campioni che può mantenere in memoria. In questo periodo di campionamento di 6 s sono rientrate generalmente 4 oscillazioni, corrispondenti ad 8 semiperiodi. Poiché si vogliono trovare gli istanti ai quali avviene la caduta di tensione, non è rilevante ai fini dell'esperimento eliminare il rumore prodotto dalle lampade o da altre sorgenti esterne. Il salto è infatti in ogni caso apprezzabile, visto che l'ampiezza del segnale nei momenti di luce (ossia quando la massa è lontana dalla posizione di riposo) è molto maggiore. Inoltre, la scelta di una massa sferica (isotropa) ha evitato di dover considerare eventuali imperfezioni nei tempi dovute a rotazioni della massa.

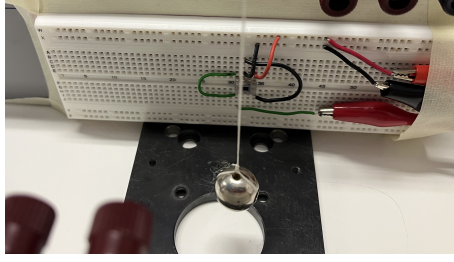


Figura 7: Apparato del pendolo semplice.

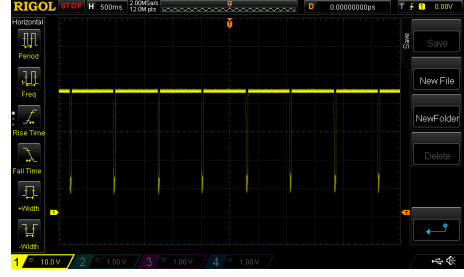


Figura 8: Esempio di serie registrata.

5.1 Approssimazione dei piccoli angoli

Come breve nota a margine di questo paragrafo si riporta rapidamente una considerazione sull'indipendenza del risultato di T dagli angoli di apertura dell'oscillazione (siano essi θ). Nella teoria, affinché fosse risolvibile l'equazione differenziale del pendolo semplice $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$ come oscillazione di periodo T è stata assunta valida l'approssimazione dei piccoli angoli per cui $\sin \theta \simeq \theta$. Una più precisa espressione del periodo tramite lo sviluppo in serie del seno risolverebbe il periodo come:

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n)!} \sin^{2n} \frac{\theta}{2} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left[1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\theta}{2} + \frac{4}{96} \sin^4 \frac{\theta}{2} + \dots \right]$$

Il significato matematico dell'isocronia delle piccole oscillazioni è dunque la trascurabilità dell'ampiezza θ . In un pendolo semplice l'errore che si commette ignorando i termini successivi e considerando solo $n = 0$ è espresso dal rapporto fra T^* e T . Risulta dunque che in percentuale si commette un errore dello 0,05% per $\theta = 5^\circ$ e dello 0,2% per $\theta = 10^\circ$, comunque inferiore allo 0,5% fino a 20° . Come si vedrà nel seguito, l'errore relativo sui tempi è in ogni caso molto maggiore di questa percentuale. Pertanto, gli effetti dell'approssimazione ai piccoli angoli non influenzano più di quanto non facciano la viscosità dell'aria, la resistenza interna del generatore, la non sfericità della radiazione emessa dal LED: tutti fattori non controllabili che distribuiscono i loro effetti normalmente come errori indipendenti e casuali. S'è avuta cura di mantenere l'angolo di apertura inferiore ai 15° , ma non si è riportato il valore né lo si è mantenuto costante perché non influente ai fini dell'esperimento portato avanti.

6 Analisi dati

Alla fine della raccolta dati si sono trascritte 10 serie di oscillazioni, ciascuna con 8 semiperiodi. Ai fini dell'esperimento si è deciso di ignorare la prima caduta di potenziale perché, come sarà evidente nel prossimo passaggio, c'è bisogno di un numero dispari di semiperiodi: la prima è inoltre quella più probabilmente soggetta a eventuali imperfezioni dell'oscillazione e può fungere da semiperiodo di assestamento. Per ciascun semiperiodo, esiste una serie abbastanza estesa di istanti relativi alla caduta di potenziale, per ovvia conseguenza del fatto che la massa, il fotodiodo e il LED non sono puntiformi. Per determinare il periodo per ogni serie si è proceduto in modo da abbassare il più possibile l'errore dividendo per 3 l'intervallo temporale fra un istante rappresentativo della prima caduta e uno rappresentativo dell'ottava. Quanto alla definizione di questo valore rappresentativo, si è notato che in generale il livello costante del potenziale è intorno ai 4,3V, mentre il minimo livello di potenziale rilevato è dell'ordine dei 0,7V. Si è dunque scelta una soglia rappresentativa di $V^* = 4$ V. Per ciascuna serie, i due istanti t_0 , t_1 rappresentativi del (quadruplo del) periodo sono pertanto quelli relativi ai valori di ΔV misurati dall'oscilloscopio più vicini alla soglia V^* (un esempio grafico è riportato sotto). Per come si è impostato l'esperimento, l'errore associato a questa scelta è la metà dell'ampiezza della distribuzione piatta centrata nel valore scelto. L'ampiezza in questione è l'incremento temporale tra un campione e l'altro dell'oscilloscopio, diviso per la $\sqrt{12}$ per la teoria della statistica. Avendo importato il fondoscala a 500 ms, i 1200 campioni sono presi ogni 5 ms. Di conseguenza la stima del periodo per la serie j sarà:

$$T_j = \frac{t_1^{(j)} - t_0^{(j)}}{3} \quad \wedge \quad \sigma_{T_j} = \frac{1}{3} \sqrt{\left(\frac{5 \text{ ms}}{2\sqrt{12}}\right)^2 + \left(\frac{5 \text{ ms}}{2\sqrt{12}}\right)^2} \simeq 0,34 \text{ ms}$$

Serie j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$T_j(s)$	1,5467	1,2900	1,5467	1,5533	1,5500	1,5500	1,5500	1,5500	1,5500	1,5500

Avendo a disposizione un numero consistente di periodi calcolati si è deciso di verificare che i valori del periodo trovati fossero normalmente distribuiti: se così fosse, la miglior stima del periodo T sarebbe la media su tutti gli indici j con associata un'incertezza data dalla deviazione standard della media, a patto che questa si mantenga maggiore della σ_{T_j} . In realtà, una conferma della bontà dell'esperimento sarebbe appunto la compatibilità e la prossimità di queste incertezze. Si è provato a riportare in un'istogramma le ricorrenze dei valori di periodo misurati; pur tornando una forma paragonabile alla gaussiana, molti dei valori sono uguali fra loro ai limiti della rappresentazione numerica, e quindi la sovrapposizione visiva (soprattutto con un fit di distribuzione normale di tipo χ^2) non è significativa. Per i pochi dati a disposizione, non si ritiene conveniente procedere oltre il confronto qualitativo imbarcandosi nel calcolo dei parametri della distribuzione normale. L'unico controllo è dunque quello relativo alla corrispondenza fra gli errori. La miglior stima del periodo sarà data dalla media sugli indici j delle T_j , con incertezza associata pari alla deviazione standard della media:

$$\sigma_T = \frac{1}{\sqrt{10}} \sqrt{\frac{1}{9} \sum_{j=1}^{10} (T_j - T)^2} = 0,03 \text{ s}$$

Da cui infine si trova $T = (1,52 \pm 0,03)$ ms. L'evidente accordo degli errori conferma nei limiti del possibile l'ipotesi di distribuzione normale.

6.1 Stima dell'accelerazione di gravità

Avendo la miglior stima del periodo di oscillazione del pendolo semplice, si possono implementare le formule viste al punto [2] per ricavare l'accelerazione di gravità g a partire dai dati noti. Ricordando il valore del parametro $l = (579 \pm 1)$ mm e derivando l'errore dalla regola generale tramite le derivate parziali:

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} \implies \sigma_g = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{T^2} \sigma_l\right)^2 + \left(-\frac{8\pi^2 l}{T^3} \sigma_T\right)^2}$$

Ossia dall'esperimento è risultato un valore dell'accelerazione di gravità $g = (9,85 \pm 0,34) \text{ m/s}^2$.

7 Conclusioni

I risultati trovati, sia per la g che per il resto dell'esperimento sono coerenti con quanto ci si aspettava. Il comportamento del fotodiodo è corretto ed è stato utile valutare anche l'impatto del segnale alternato derivante dalla luce ambientale. Anche se sarebbe stato interessante notare visivamente la distribuzione gaussiana dei periodi misurati, si può assumerla con sufficiente confidenza per il confronto fatto fra errore strumentale e statistico. Per valutare la bontà di questo esperimento può essere interessante confrontare la stima trovata per l'accelerazione di gravità con quella ricavata in un esperimento precedente misurando il periodo con un cronometro sensibile al centesimo di secondo: $g_F = 9,87 \pm 0,12 \text{ m/s}^2$. Senza particolari differenze nell'analisi dati, i due valori sono evidentemente compatibili. Sebbene questo metodo col fotodiodo sia sicuramente più rigoroso, valutando anche solo gli errori relativi non si può affermare che migliori sensibilmente la stima dell'accelerazione di gravità.