Testing Psicologico

Lezione 4

Filippo Gambarota

@Università di Padova

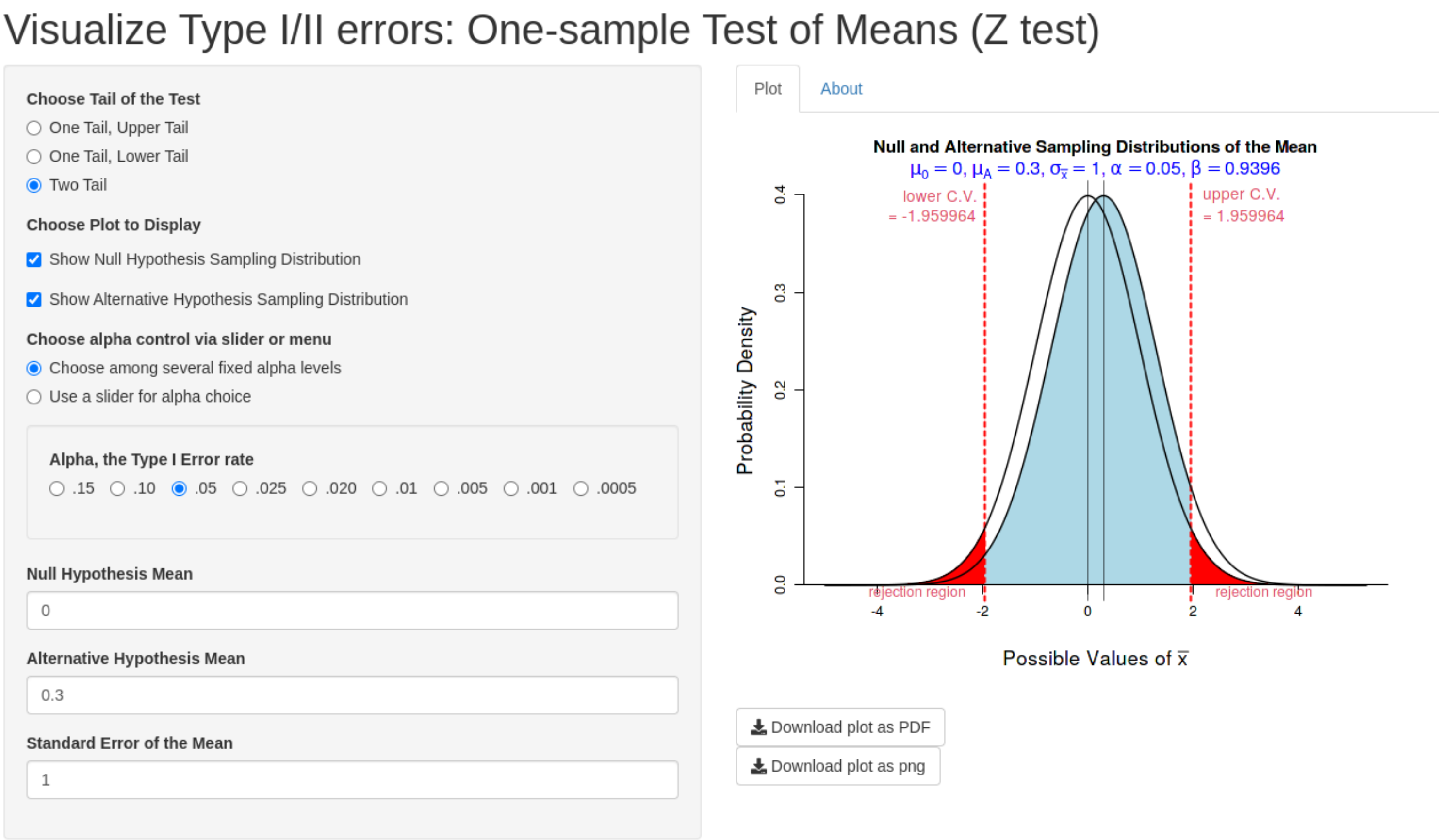
Inferenza, domande?

Inferenza - Punti fondamentali

- Campione e Popolazione --> Statistiche e Parametri
- Approccio Fisher
  - H_0
  - Statistica test
  - Distribuzione campionaria
  - p value
- Test z
- Covarianza, Correlazione

Neyman e Pearson

Per maggiore intuitività dei concetti di *type-1/2 errors*, *potenza*, etc. c'è una web-app molto interessante https://shiny.rit.albany.edu/stat/betaprob/



Test Z Esercizi

Esercizio

Il manuale di un test per la **depressione** indica che la popolazione *normativa* ha valori $\mu = 30$ e $\sigma = 8$:

- Generare diversi campioni di $n = 30$ soggetti da una distribuzione normale con:
    - `x1`: $\mu = 30$ e $\sigma = 15$
    - `x2`: $\mu = 40$ e $\sigma = 10$
    - `x3`: $\mu = 30$ e $\sigma = 5$
- Calcolare *media* e *deviazione standard* dei campioni generati
- Rappresentare graficamente i 3 campioni
- Assumendo $\alpha = 0.05$ eseguire uno z test di ognuno dei campioni rispetto alla popolazione. Per il primo calcolate *a mano* lo z test, per gli altri usate la funzione `Ztest`
- Intepretare e descrivere i risultati

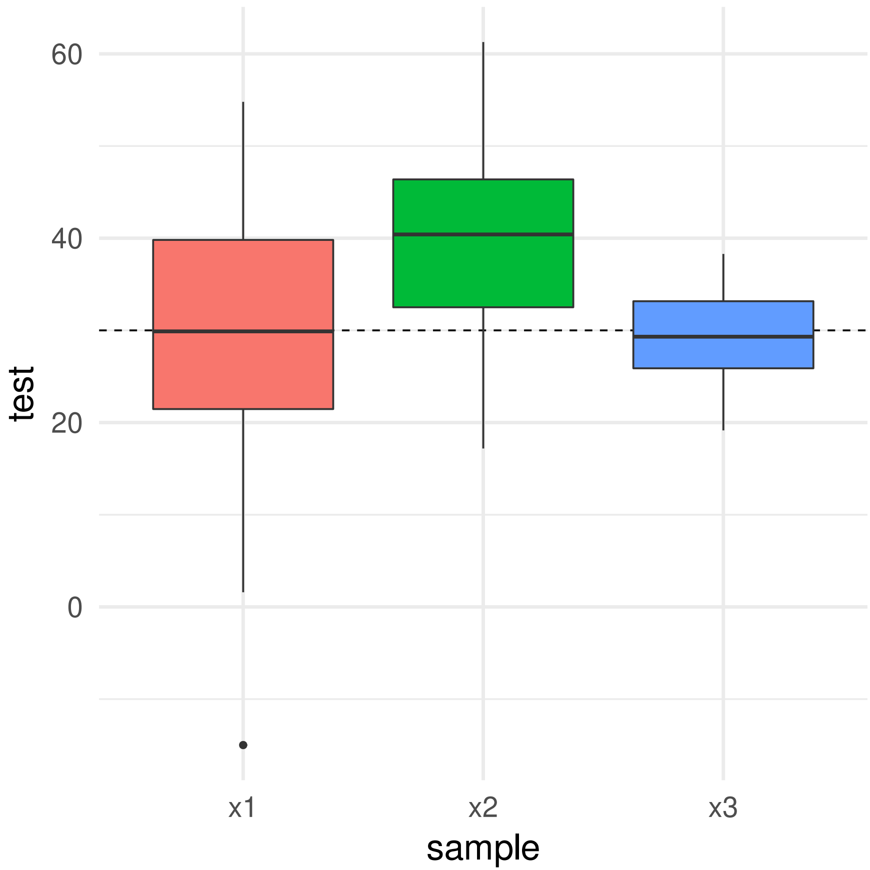
Soluzioni

```r
# salviamo i valori normativi
mu <- 30
sigma <- 8
n <- 30

# generiamo i dati
x1 <- rnorm(n, 30, 15)
x2 <- rnorm(n, 40, 10)
x3 <- rnorm(n, 30, 5)

# calcoliamo media e deviazione standard
mean_sd <- function(x){
  c(media = mean(x), sd = sd(x))
}

lapply(list(x1 = x1, x2 = x2, x3 = x3), mean_sd)
```

```
## $x1
##    media       sd
## 29.64201 16.44474
##
## $x2
##    media       sd
## 39.42578 10.41356
##
## $x3
##    media       sd
## 29.31604  5.24911
```

Soluzioni

```
dat <- data.frame(test = c(x1, x2, x3), sample = rep(c("x1", "x2", "x3"), each = n))
ggplot(dat, aes(x = sample, y = test, fill = sample)) +
  geom_hline(yintercept = mu, linetype = "dashed") +
  geom_boxplot(show.legend = FALSE) +
  theme_minimal(base_size = 20)
```



Soluzioni

```
zoss1 <- (mean(x1) - mu)/(sigma/sqrt(length(x1))) # statistica test
pvalue1 <- pnorm(-abs(zoss1))*2 # p value
pvalue1 # conclusioni?
```

```
## [1] 0.8063771
```

```
(ztest2 <- Ztest(mean(x2), length(x2), mi = mu, sigma = sigma))
```

```
##      z.oss            p.value
## 1 6.453394 0.0000000001093726
```

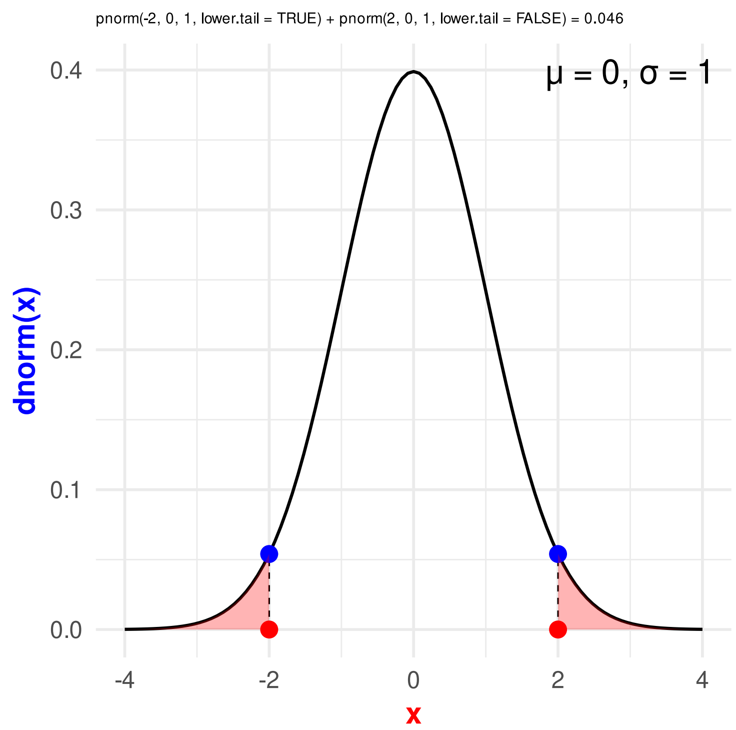
```
(ztest3 <- Ztest(mean(x3), length(x3), mi = mu, sigma = sigma))
```

```
##        z.oss   p.value
## 1 -0.4682746 0.6395882
```

Rappresentare il p-value

Possiamo usare la funzione `ggnorm` anche per rappresentare il p-value quando facciamo il test z.

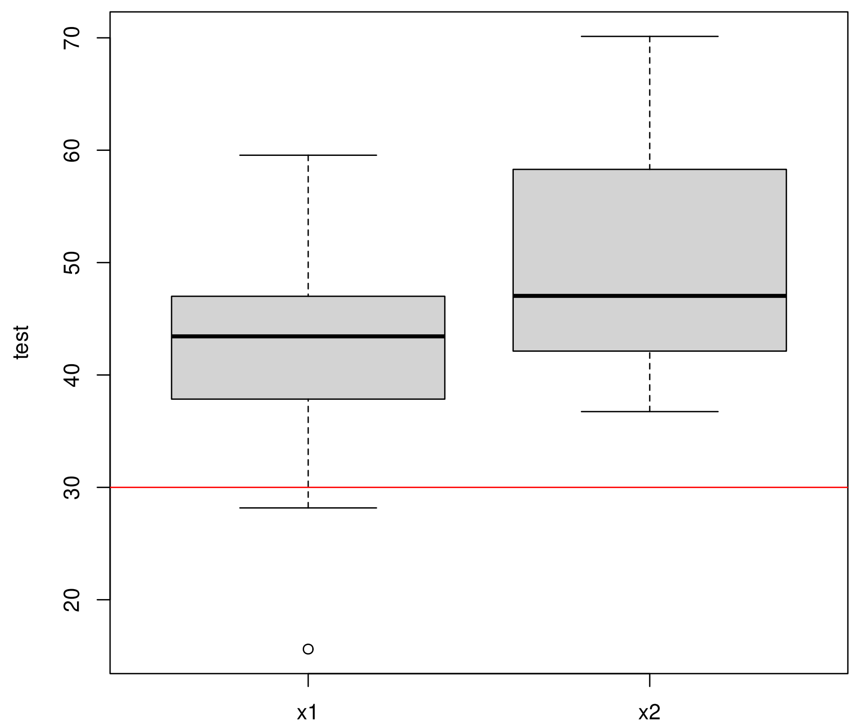
```
zoss <- 2
ggnorm(c(-zoss, zoss), mean = 0, sd = 1, within = FALSE) +
  theme(plot.title = element_text(size = 10))
```



Beyond the p value...

Il p value non è l'unica informazione importante quando si intepreta il risultato di un test. Prendiamo due condizioni:

```
x1 <- rnorm(30, mean = 40, sd = 10)
x2 <- rnorm(30, mean = 50, sd = 10)
dat <- data.frame(test = c(x1, x2), group = rep(c("x1", "x2"), each = 30))
```



Beyond the p value...

```
Ztest(mean(x1), length(x1), mi = mu, sigma = sigma)
```

```
##      z.oss                    p.value
## 1 8.705944 0.000000000000000003149415
```

```
Ztest(mean(x2), length(x2), mi = mu, sigma = sigma)
```

```
##     z.oss                                            p.value
## 1 13.5953 0.000000000000000000000000000000000000000004270035
```

In entrambi i casi il p value è significativo e molto piccolo. Ma la differenza è molto diversa in `x1` rispetto ad `x2`. E' sempre importante quindi guardare i dati e analizzare la grandezza dell'effetto (oltre al p value)

Non solo la media...

Provate a fare lo z test per questi due scenari:

```
set.seed(223)
mu <- 35
sigma <- 10

x1 <- rnorm(n = 50, mean = 40, sd = 10)
x2 <- rnorm(n = 500, mean = 40, sd = 10)

mean(x1)
```

```
## [1] 40.42362
```

```
mean(x2)
```

```
## [1] 40.17003
```

Cosa notate? le conclusioni sono le stesse?

Non solo la media...

```
Ztest(mean(x1), length(x1), mu, sigma)
```

```
##      z.oss      p.value
## 1 3.835081 0.0001255231
```

```
Ztest(mean(x2), length(x2), mu, sigma)
```

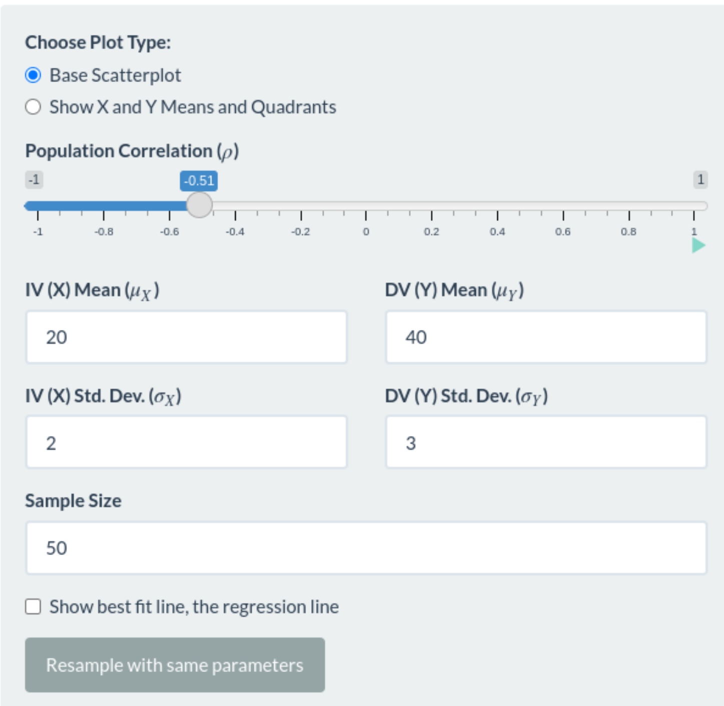
```
##      z.oss                                 p.value
## 1 11.56054 0.0000000000000000000000000000006529967
```

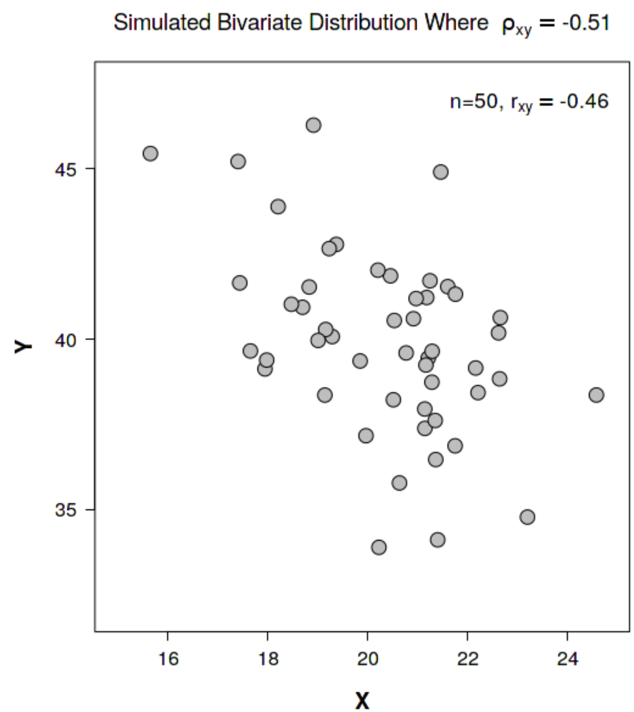
La formula dello z test dipende da μ_x, μ, σ e n_x. Cambiando alcuni parametri (e.g., n_x) e tenedo fissi altri (e.g., μ_x) abbiamo risultati diversi.

Covarianza e Correlazione

Covarianza e Correlazione

Anche qui una mitica web-app è molto utile per visualizzare la relazione tra due variabili cambiando vari parametri
https://shiny.rit.albany.edu/stat/rectangles/





`rcorr` e `plotcorr`

Con la funzione `rcorr` e `plotcorr` potete generare due vettori numerici con una data correlazione e rappresentarli graficamente. Il principio è lo stesso di `rnorm` ma potete simulare una relazione *bivariata*:

```
cor0.7 <- rcorr(mux = 0, muy = 0, n = 100, sdx = 1, sdy = 1, r = 0.7)

# analisi univariate
summary(cor0.7$x)
```

```
##     Min.  1st Qu.   Median     Mean  3rd Qu.     Max.
## -2.15166 -0.59910 -0.14704 -0.05157  0.62173  1.95609
```

```
summary(cor0.7$y)
```

```
##     Min.  1st Qu.   Median     Mean  3rd Qu.     Max.
## -2.49701 -0.82291 -0.05626 -0.09222  0.59159  2.42595
```

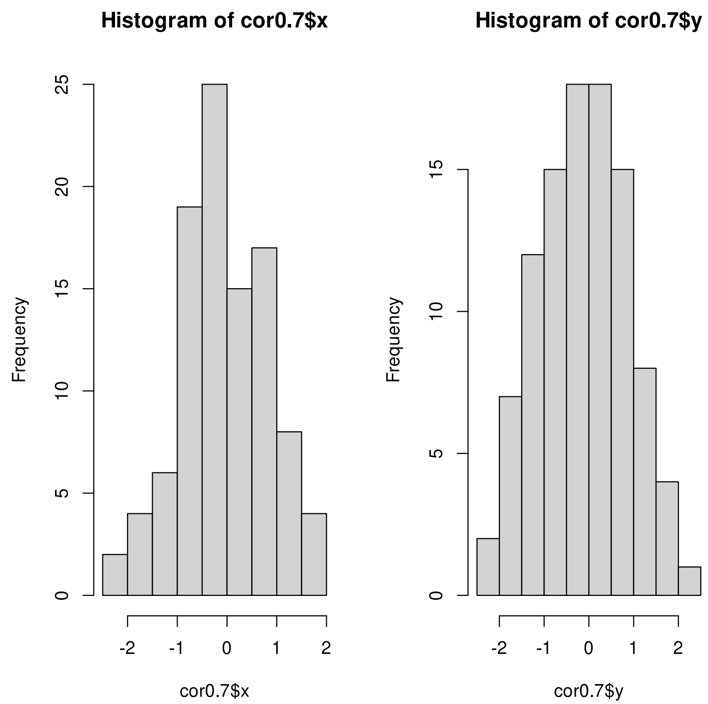
```
# relazione bivariata
cor(cor0.7$x, cor0.7$y)
```

```
## [1] 0.7722964
```

`rcorr` e `plotcorr`

Facciamo i grafici univariati

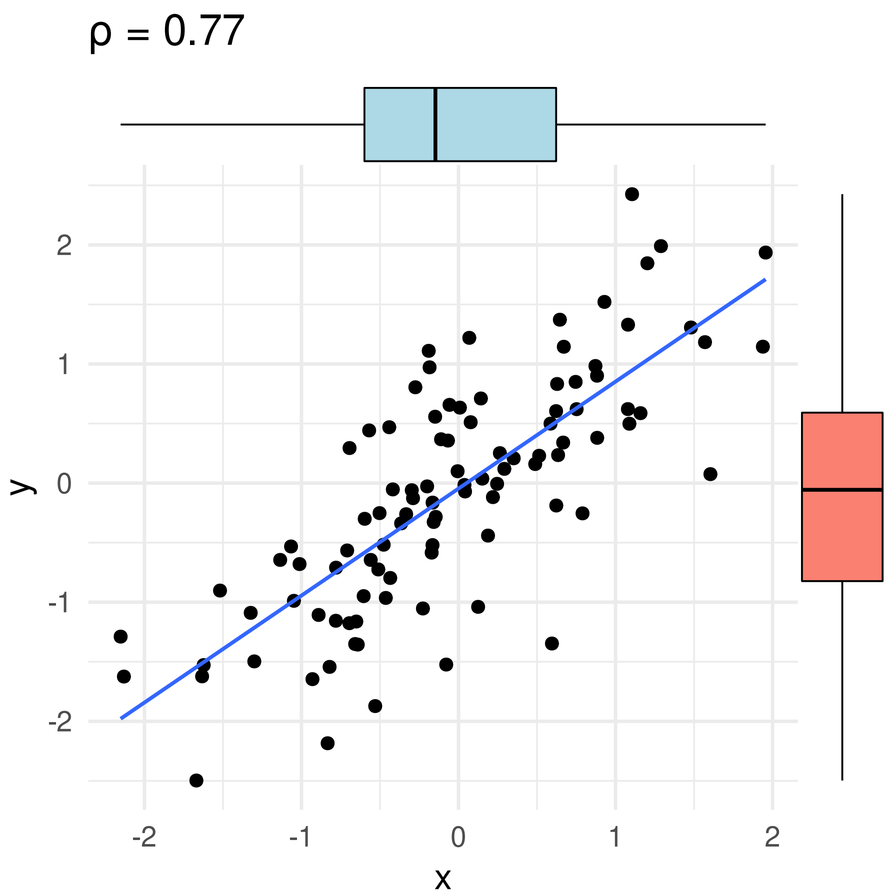
```
par(mfrow = c(1, 2))
hist(cor0.7$x)
hist(cor0.7$y)
```



`rcorr` e `plotcorr`

Questa è la relazione bivariata

```
plotcorr(cor0.7, marginal = TRUE)
```



Correlazione Esercizi

Correlazione Esercizi

- Generare un dataset (chiamato `dat`) usando la funzione `rcorr` con:
  - $\mu_1 = 10, \mu_2 = 50$
  - $\sigma_1 = 4, \sigma_2 = 10$
  - $\rho = 0.4$
  - $n = 50$
- Calcolare le statistiche descrittive e rappresentare graficamente le variabili in modo univariato
- Rappresentare le variabili in modo bivariato
- Usare le formule per calcolare manualmente la `covarianza` e la `correlazione`. Confrontare il risultato con le funzioni `cov` e `cor`
- Applicare il `cor.test` e intepretare il risultato

Formule

Covarianza

$$cov_{x,y} = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N-1}$$

Correlazione

$$\rho_{x,y} = \frac{cov_{x,y}}{\sigma_x \sigma_y}$$

Soluzioni

```
dat <- rcorr(mux = 10, muy = 50, sdx = 4, sdy = 10, n = 50, r = 0.4)

rsummary(dat$x)
```

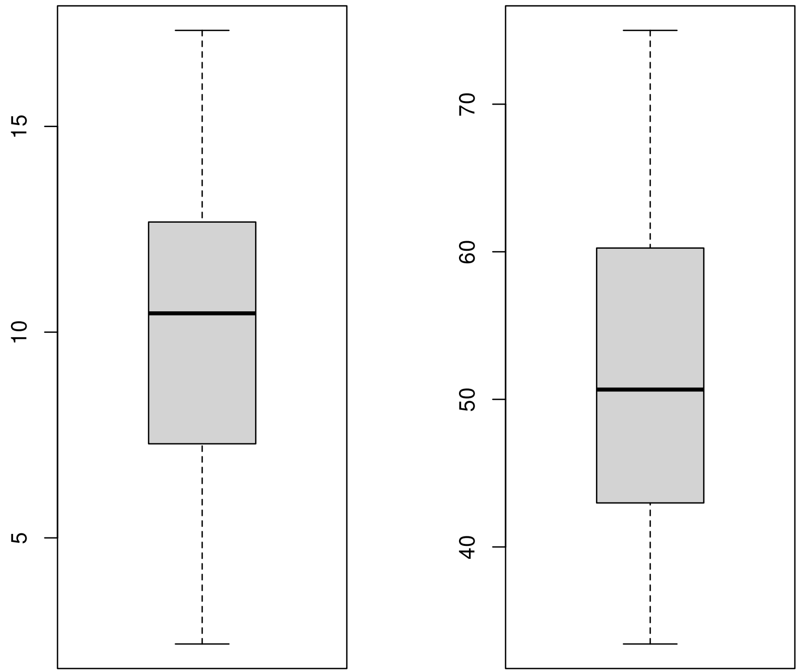
```
##        min        25%       mean     median         sd         cv        75%
##  2.4214745  7.5720134 10.2182551 10.4572088  3.7524900  0.3672339 12.6114264
##        max
## 17.3334076
```

```
rsummary(dat$y)
```

```
##        min        25%       mean     median         sd         cv        75%
## 33.4252168 43.0256801 51.8407869 50.6636472 10.3800926  0.2002302 60.1238811
##        max
## 74.9987380
```

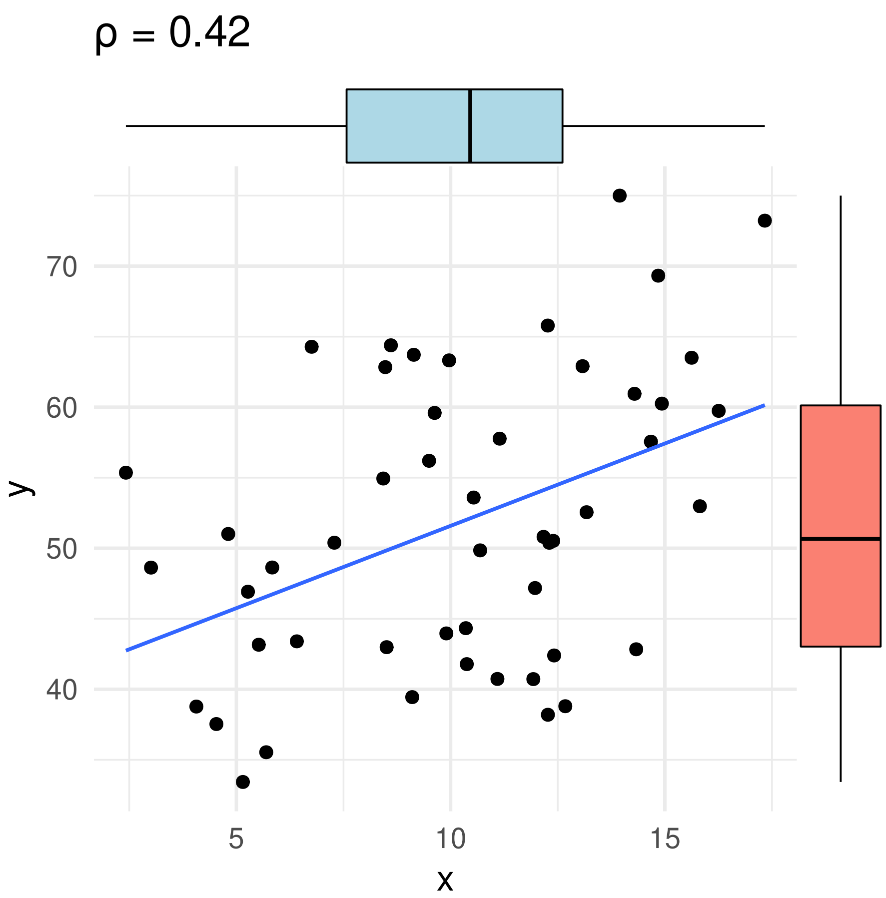
Soluzioni

```
par(mfrow = c(1, 2))
boxplot(dat$x)
boxplot(dat$y)
```



Soluzioni

```
plotcorr(dat, marginal = TRUE)
```



Soluzioni

```
# covarianza a mano
cov_xy <- with(dat, sum((x - mean(x)) * (y - mean(y)))/(length(x) - 1))
cov_xy
```

```
## [1] 16.43805
```

```
cov(dat$x, dat$y)
```

```
## [1] 16.43805
```

```
# correlazione
cov_xy / (sd(dat$x) * sd(dat$y))
```

```
## [1] 0.4220167
```

```
cor(dat$x, dat$y)
```

```
## [1] 0.4220167
```

Soluzioni

```
# test
cor.test(dat$x, dat$y)
```

```
##
##     Pearson's product-moment correlation
##
## data:  dat$x and dat$y
## t = 3.2251, df = 48, p-value = 0.002269
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  0.1627917 0.6267426
## sample estimates:
##       cor
## 0.4220167
```

Che conclusioni possiamo trarre?

Matrice di correlazione

Quando abbiamo più variabili possiamo comunque calcolare la correlazione bivariata tra tutte le coppie di variabili:

```
dat <- readRDS("cordat.rds")
head(dat$datw)
```

```
##             A           B           C
## 1 -1.37007868 -0.88731141  0.01047664
## 2  1.34586911  1.01121441  2.04993212
## 3 -2.30289552 -0.01314173  1.42270331
## 4 -0.96066337 -0.66562039  1.95803229
## 5  0.02332091  0.36085584 -0.23760797
## 6  1.05984479  0.10978431  1.13820181
```

Matrice di correlazione

Possiamo usare il comando `cor` ed anche il comando `plot` per cacolare e rappresentare le correlazioni

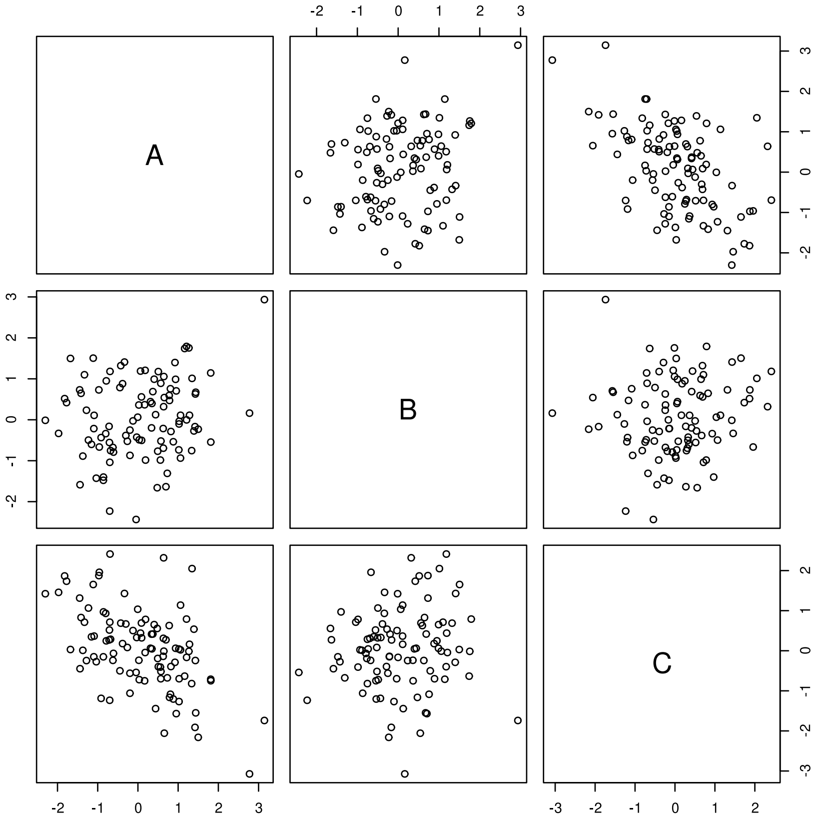
```
round(cor(dat$datw), 3) # matrice di correlazione
```

```
##        A     B      C
## A  1.000 0.209 -0.523
## B  0.209 1.000  0.094
## C -0.523 0.094  1.000
```

Matrice di correlazione

Possiamo usare il comando `cor` ed anche il comando `pairs` per cacolare e rappresentare le correlazioni

```
pairs(dat$datw)
```



… con `corrplot`

```
corrplot::corrplot(cor(dat$datw))
```