

# **Τελική Αναφορά 2ης Άσκησης**

**Βιτάλιος Σαλής - 03115751**

**Φίλιππος Μαλανδράκης - 03116200**

## Εισαγωγή

Στην άσκηση μας δίνονται 3 σειριακές μέθοδοι επίλυσης του προβλήματος διάδοσης της θερμότητας σε δισδιάστατο χωρίο. Ακόμη, έχουμε έναν `mpi` σκελετό παραλληλοποίησης, τον οποίο καλούμαστε να διαμορφώσουμε ανάλογα, με στόχο τη δημιουργία παράλληλων εκδόσεων των παραπάνω μεθόδων. Στη συνέχεια, πρέπει να λάβουμε μετρήσεις για διάφορους συνδυασμούς μεγεθών ταμπλό - processes και να κατασκευάσουμε συγκριτικά γραφήματα.

## Υλοποίηση

Αρχικά, θα παραθέσουμε τα κοινά κομμάτια κώδικα και των 3 παράλληλων υλοποιήσεών μας. Σημειώνεται ότι αξιοποιήσαμε τις βοηθητικές δομές `CART_COMM`, `global_block` και `local_block`. Όλες οι εισαγωγές κώδικα έγιναν στα ενδεδειγμένα σημεία. Για το διαμοιρασμό του `padded` πίνακα `U` από το process με `rank 0` στα υπόλοιπα processes εισάγαμε στο αρχείο `mpi_skeleton.c` τα εξής:

```
if(rank == 0) {
    for(i = 1; i < grid[0] * grid[1]; i++) {
        MPI_Send(&(U[0][0]) + scatteroffset[i], 1, global_block, i, i,
CART_COMM);
    }
    for(i = 0; i < local[0]; i++) {
        for(j = 0; j < local[1]; j++) {
            u_current[i + 1][j + 1] = U[i][j];
        }
    }
}
else {
    MPI_Recv(&(u_current[1][1]), 1, local_block, 0, rank, CART_COMM, &status);
}

copy2d(u_current, u_previous, local[0] + 2, local[1] + 2);
```

Η βοηθητική συνάρτηση `copy2d` ορίστηκε συμπληρωματικά στο `utils.c` ως εξής:

```
void copy2d(double **arr1, double **arr2, int dimX, int dimY) {
    int i, j;
    for(i = 0; i < dimX; i++) {
        for(j = 0; j < dimY; j++) {
            arr2[i][j] = arr1[i][j];
        }
    }
}
```

Ορίσαμε τα `MPI_Datatypes` `row` και `column` για την μεταφορά των `ghost` `rows` και `columns` αντίστοιχα ως εξής:

```
MPI_Datatype column, row;

MPI_Type_vector(local[0] + 1, 1, local[1] + 2, MPI_DOUBLE, &column);
MPI_Type_commit(&column);

MPI_Type_contiguous(local[1] + 2, MPI_DOUBLE, &row);
MPI_Type_commit(&row);
```

Για την εύρεση των γειτόνων του κάθε `process` στο καρτεσιανό `grid` χρησιμοποιήσαμε την συνάρτηση `MPI_Cart_shift`:

```
int north, south, east, west;
MPI_Cart_shift(CART_COMM, 0, 1, &north, &south);
MPI_Cart_shift(CART_COMM, 1, 1, &west, &east);
```

Για τον προσδιορισμό των `iteration ranges` του κάθε `process` αξιοποιήσαμε την ύπαρξη ή μη γειτόνων σε κάθε προσανατολισμό ως εξής:

```

int i_min,i_max,j_min,j_max;
if(north > -1)
    i_min = 1;
else
    i_min = 2;

if(south > -1)
    i_max = local[0] +1;
else
    i_max = local[0];

if(west > -1)
    j_min = 1;
else
    j_min = 2;

if(east > -1)
    j_max = local[1] + 1;
else
    j_max = local[1];

```

Για τον έλεγχο του convergence, αρχικά διαμορφώσαμε τη βοηθητική συνάρτηση converge(από τα utils.c, αλλάζοντας κατάλληλα και τα ορίσματά της στο utils.h) ως εξής:

```

int converge(double ** u_previous, double ** u_current, int Xm, int Ym, int X,
int Y) {
    int i,j;
    for (i=Xm;i<X;i++) {
        for (j=Ym;j<Y;j++) {
            if (fabs(u_current[i][j]-u_previous[i][j])>e) {
                return 0;
            }
        }
    }
    return 1;
}

```

Στη συνέχεια, εισάγαμε το εξής:

```

gettimeofday(&tconvs, NULL);
#ifdef TEST_CONV
if (t%C==0) {
    /*Test convergence*/
    converged = converge(u_previous, u_current, i_min, j_min, i_max, j_max);
    MPI_Allreduce(&converged, &global_converged, 1, MPI_INT,
        MPI_LAND, CART_COMM);
}
#endif
gettimeofday(&tconvf, NULL);
tconv += (tconvf.tv_sec - tconvs.tv_sec) + (tconvf.tv_usec - tconvs.tv_usec) *
0.000001;

```

Όπως φαίνεται, έχουν οριστεί μεταβλητές και για τον υπολογισμό του συνολικού convergence time ανά process. Με το πέρας του computational core, υπολογίζουμε το μέγιστο convergence time που σημειώθηκε ως εξής:

```

MPI_Reduce(&tconv, &conv_time, 1, MPI_DOUBLE, MPI_MAX, 0, MPI_COMM_WORLD);

```

Το μόνο που απομένει πλέον είναι η επανασυγκέντρωση των subdomains του padded πίνακα από όλα τα processes, πράγμα που υλοποιήσαμε ως εξής:

```

if(rank == 0) {
    for(i = 1; i < grid[0] * grid[1]; i++) {
        MPI_Recv(&(U[0][0]) + scatteroffset[i], 1, global_block, i, i,
            CART_COMM, &status);
    }
    for(i = 0; i < local[0]; i++) {
        for(j = 0; j < local[1]; j++) {
            U[i][j] = u_current[i + 1][j + 1];
        }
    }
}
else {
    MPI_Send(&(u_current[1][1]), 1, local_block, 0, rank, CART_COMM);
}

```

Τώρα θα καταπιαστούμε με τους διαφορετικούς τρόπους υλοποίησης της ανταλλαγής των ghost cells στο computational core ανά παράλληλη έκδοση.

## Jacobi

Η συνάρτηση Jacobi απαιτεί να υπάρχουν **πριν** την κλήση της τα ghost cells από τους πίνακες u\_previous. Το κάνουμε ως εξής:

```
MPI_Request requests[8];
int requests_cnt = 0;

swap = u_previous;
u_previous = u_current;
u_current = swap;
```

```
requests_cnt = 0;
if(north > -1) {
    MPI_Irecv(&(u_previous[0][0]), 1, row, north, north * 10 + rank, CART_COMM,
    &requests[requests_cnt++]);
    MPI_Isend(&(u_previous[1][0]), 1, row, north, rank * 10 + north, CART_COMM,
    &requests[requests_cnt++]);
}
if(south > -1) {
    MPI_Irecv(&(u_previous[local[0] + 1][0]), 1, row, south, south * 10 + rank,
    CART_COMM, &requests[requests_cnt++]);
    MPI_Isend(&(u_previous[local[0]][0]), 1, row, south, rank * 10 + south,
    CART_COMM, &requests[requests_cnt++]);
}
if(west > -1) {
    MPI_Irecv(&(u_previous[0][0]), 1, column, west, west * 10 + rank, CART_COMM,
    &requests[requests_cnt++]);
    MPI_Isend(&(u_previous[0][1]), 1, column, west, rank * 10 + west, CART_COMM,
    &requests[requests_cnt++]);
}
if(east > -1) {
    MPI_Irecv(&(u_previous[0][local[1] + 1]), 1, column, east, east * 10 + rank,
    CART_COMM, &requests[requests_cnt++]);
    MPI_Isend(&(u_previous[0][local[1]]), 1, column, east, rank * 10 + east,
    CART_COMM, &requests[requests_cnt++]);
}
MPI_Waitall(requests_cnt, requests, MPI_STATUSES_IGNORE);
```

```
gettimeofday(&tcs, NULL);
Jacobi(u_previous, u_current, i_min, i_max, j_min, j_max);
gettimeofday(&tcf, NULL);
```

Έχουμε ορίσει ακόμα έναν πίνακα στον οποίο αποθηκεύουμε τα requests και μια μεταβλητή requests\_cnt, για τις ανάγκες του πρώτου ορίσματος της συνάρτησης MPI\_Waitall. Ακόμη, πραγματοποιούμε και το swap μεταξύ u\_current και u\_previous πριν την ανταλλαγή των ghost cells. Αυτά είναι και τα τελευταία κοινά χαρακτηριστικά των 3 υλοποιήσεων.

## GaussSeidelSOR

Η συγκεκριμένη συνάρτηση απαιτεί να έχουν παραληφθεί **πριν** την κλήση της τα βόρεια και δυτικά ghost cells των πινάκων u\_current. Στη συνέχεια, **μετα** την ολοκλήρωσή της αποστέλλουμε και τα υπόλοιπα ghost cells.

```
requests_cnt = 0;
if(north > -1) {
    MPI_Irecv(&(u_current[0][0]), 1, row, north, north * 10 + rank, CART_COMM,
    &requests[requests_cnt++]);
}

if(west > -1) {
    MPI_Irecv(&(u_current[0][0]), 1, column, west, west * 10 + rank, CART_COMM,
    &requests[requests_cnt++]);
}

MPI_Waitall(requests_cnt, requests, MPI_STATUSES_IGNORE);

gettimeofday(&tcs, NULL);

GaussSeidel(u_previous, u_current, i_min, i_max, j_min, j_max, omega);

gettimeofday(&tcf, NULL);
tcomp += (tcf.tv_sec - tcs.tv_sec)
        + (tcf.tv_usec - tcs.tv_usec) * 0.000001;

requests_cnt = 0;
```

```

if(north > -1) {
    MPI_Isend(&(u_current[1][0]), 1, row, north, rank * 10 + north, CART_COMM,
    &requests[requests_cnt++]);
}
if(south > -1) {
    MPI_Irecv(&(u_current[local[0] + 1][0]), 1, row, south, south * 10 + rank,
    CART_COMM, &requests[requests_cnt++]);
    MPI_Isend(&(u_current[local[0]][0]), 1, row, south, rank * 10 + south,
    CART_COMM, &requests[requests_cnt++]);
}
if(west > -1) {
    MPI_Isend(&(u_current[0][1]), 1, column, west, rank * 10 + west, CART_COMM,
    &requests[requests_cnt++]);
}
if(east > -1) {
    MPI_Irecv(&(u_current[0][local[1] + 1]), 1, column, east, east * 10 + rank,
    CART_COMM, &requests[requests_cnt++]);
    MPI_Isend(&(u_current[0][local[1]]), 1, column, east, rank * 10 + east,
    CART_COMM, &requests[requests_cnt++]);
}
MPI_Waitall(requests_cnt, requests, MPI_STATUSES_IGNORE);

```

## RedBlackSOR

Τέλος, η RedBlackSOR απαιτεί αρχικά να υπάρχουν πριν την κλήση της RedSOR τα ghost cells από τα `u_previous`. Μετά το πέρας της, αναμένει τον επαναληπτικό διαμοιρασμό των ghost cells από τα `u_current` και εν τέλει την κλήση της BlackSOR.

```

requests_cnt = 0;
if(north > -1) {
    MPI_Irecv(&(u_previous[0][0]), 1, row, north, north * 10 + rank, CART_COMM,
    &requests[requests_cnt++]);
    MPI_Isend(&(u_previous[1][0]), 1, row, north, rank * 10 + north, CART_COMM,
    &requests[requests_cnt++]);
}
if(south > -1) {
    MPI_Irecv(&(u_previous[local[0] + 1][0]), 1, row, south, south * 10 + rank,
    CART_COMM, &requests[requests_cnt++]);
    MPI_Isend(&(u_previous[local[0]][0]), 1, row, south, rank * 10 + south,
    CART_COMM, &requests[requests_cnt++]);
}
if(west > -1) {

```



```

    MPI_Irecv(&(u_previous[0][0]), 1, column, west, west * 10 + rank, CART_COMM,
&requests[requests_cnt++]);
    MPI_Isend(&(u_previous[0][1]), 1, column, west, rank * 10 + west, CART_COMM,
&requests[requests_cnt++]);
}
if(east > -1) {
    MPI_Irecv(&(u_previous[0][local[1] + 1]), 1, column, east, east * 10 + rank,
CART_COMM, &requests[requests_cnt++]);
    MPI_Isend(&(u_previous[0][local[1]]), 1, column, east, rank * 10 + east,
CART_COMM, &requests[requests_cnt++]);
}
MPI_Waitall(requests_cnt, requests, MPI_STATUSES_IGNORE);

gettimeofday(&tcs, NULL);

RedSOR(u_previous, u_current, i_min, i_max, j_min, j_max, omega);

gettimeofday(&tcf, NULL);
tcomp += (tcf.tv_sec - tcs.tv_sec)
+ (tcf.tv_usec - tcs.tv_usec) * 0.000001;

gettimeofday(&tconvs, NULL);

requests_cnt = 0;
if(north > -1) {
    MPI_Irecv(&(u_current[0][0]), 1, row, north, north * 10 + rank, CART_COMM,
&requests[requests_cnt++]);
    MPI_Isend(&(u_current[1][0]), 1, row, north, rank * 10 + north, CART_COMM,
&requests[requests_cnt++]);
}
if(south > -1) {
    MPI_Irecv(&(u_current[local[0] + 1][0]), 1, row, south, south * 10 + rank,
CART_COMM, &requests[requests_cnt++]);
    MPI_Isend(&(u_current[local[0]][0]), 1, row, south, rank * 10 + south,
CART_COMM, &requests[requests_cnt++]);
}
if(west > -1) {
    MPI_Irecv(&(u_current[0][0]), 1, column, west, west * 10 + rank, CART_COMM,
&requests[requests_cnt++]);
    MPI_Isend(&(u_current[0][1]), 1, column, west, rank * 10 + west, CART_COMM,
&requests[requests_cnt++]);
}
if(east > -1) {
    MPI_Irecv(&(u_current[0][local[1] + 1]), 1, column, east, east * 10 + rank,
CART_COMM, &requests[requests_cnt++]);
    MPI_Isend(&(u_current[0][local[1]]), 1, column, east, rank * 10 + east,
CART_COMM, &requests[requests_cnt++]);
}
MPI_Waitall(requests_cnt, requests, MPI_STATUSES_IGNORE);

```

```
gettimeofday(&tcs, NULL);

BlackSOR(u_previous, u_current, i_min, i_max, j_min, j_max, omega);

gettimeofday(&tcf, NULL);
tcomp += (tcf.tv_sec - tcs.tv_sec)
        + (tcf.tv_usec - tcs.tv_usec) * 0.000001;
```

## Εκτέλεση & Μετρήσεις με Έλεγχο Σύγκλισης

Για να κάνουμε μετρήσεις χρειάζομαστε να υποβάλουμε το πρόγραμμα μας προς εκτέλεση στο parlab queue του scirouter.

Χρησιμοποιούμε το ακόλουθο Makefile

```
CC=mpicc
CFLAGS=-O3 -lm -Wall -g
#RES=-DPRINT_RESULTS
CONV=-DTEST_CONV

all: jacobi_mpi gauss_mpi redblack_mpi

jacobi_mpi: jacobi_mpi.c utils.c
    $(CC) $(CFLAGS) $(RES) $(CONV) jacobi_mpi.c utils.c -o jacobi_mpi

gauss_mpi: gauss_mpi.c utils.c
    $(CC) $(CFLAGS) $(RES) $(CONV) gauss_mpi.c utils.c -o gauss_mpi

redblack_mpi: redblack_mpi.c utils.c
    $(CC) $(CFLAGS) $(RES) $(CONV) redblack_mpi.c utils.c -o redblack_mpi

clean:
    rm redblack_mpi gauss_mpi jacobi_mpi
```

Για να τρέξουμε το make στο queue, χρησιμοποιούμε το ακόλουθο script `make_on_queue.sh`

```
#!/bin/bash

## Give the Job a descriptive name
#PBS -N make_mpi

## Output and error files
#PBS -o make_mpi.out
#PBS -e make_mpi.err

## How many machines should we get?
#PBS -l nodes=1:ppn=1

##How long should the job run for?
#PBS -l walltime=00:10:00

## Start
## Run make in the src folder (modify properly)

module load openmpi/1.8.3
cd /home/parallel/parlab13/HeatDiffusion
make
```

Η ορθότητα των 3 υλοποιήσεών μας ελέγχθηκε με το παρεχόμενο script `test_correctness_mpi.sh`.

Για να τρέξουμε τις μετρήσεις με έλεγχο σύγκλισης χρησιμοποιούμε το εξής script `run_on_queue.sh`:

```
#!/bin/bash

## Give the Job a descriptive name
#PBS -N run_mpi

## Output and error files
#PBS -o run_mpi.out
#PBS -e run_mpi.err

## Limit memory, runtime etc.
#PBS -l walltime=01:00:00

## How many nodes:processors_per_node should we get?
#PBS -l nodes=8:ppn=8

## Start
```

```
##echo "PBS_NODEFILE = $PBS_NODEFILE"
##cat $PBS_NODEFILE

## Run the job (use full paths to make sure we execute the correct thing)
module load openmpi/1.8.3
cd /home/parallel/parlab13/HeatDiffusion

mpirun -np 64 --map-by node --mca btl self,tcp ./jacobi_mpi 1024 1024 8 8
mpirun -np 64 --map-by node --mca btl self,tcp ./gauss_mpi 1024 1024 8 8
mpirun -np 64 --map-by node --mca btl self,tcp ./redblack_mpi 1024 1024 8 8
```

Σημειώνεται ότι τόσο αυτό όσο και τα επόμενα scripts εξαγωγής μετρικών εκτελέστηκαν 3 φορές και τα αποτελέσματα που θα παρατεθούν αποτελούν τον μέσο όρο αυτών.

## Επίδειξη Μετρήσεων με Έλεγχο Σύγκλισης

Παρακάτω δίνουμε τις επιδόσεις σε διάφορες παραμέτρους των 3 παράλληλων εκδοχών, σε ταμπλό 1024 x 1024.

```
Jacobi X 1024 Y 1024 Px 8 Py 8 Iter 798201 ComputationTime 39.742329 Convergence
Time 7.524570 TotalTime 221.080193 midpoint 5.431022 processes 64

GaussSeidelSOR X 1024 Y 1024 Px 8 Py 8 Iter 3201 ComputationTime 0.602642
Convergence Time 0.143842 TotalTime 2.266213 midpoint 5.642998 processes 64

RedBlackSOR X 1024 Y 1024 Px 8 Py 8 Iter 2501 ComputationTime 0.308155
ConvergenceTime 0.096920 TotalTime 1.506307 midpoint 5.642974 processes 64
```

## Συμπεράσματα

Ο τρομακικά μεγάλος αριθμός iterations που απαιτεί η μέθοδος Jacobi αναμενόμενα εκτοξεύει τόσο τον χρόνο που σπαταλάται στο έλεγχο της σύγκλισης, όσο και στο καθαρά υπολογιστικό μέρος. Μην αναφερθούμε δε στην ανταλλαγή των ghost cells, η οποία (και συνδυαστικά με τα υπόλοιπα) μας δίνει συνολικό χρόνο εκτέλεσης άνω των 4,5 λεπτών! Επίσης, το midpoint της είναι ελαφρώς χειρότερο σε σχέση με των 2 επόμενων υλοποιήσεων.

Οι άλλες 2 μέθοδοι φαινομενικά είναι πιο κοντά, όμως εν τέλει η RedBlackSOR είναι αυτή που ξεχωρίζει και προφανώς θα επιλεχθεί ως βέλτιστη. Οι διαφορές τους στο midpoint που δίνουν είναι αμελητέες.

## Μετρήσεις χωρίς Έλεγχο Σύγκλισης

Αρχικά, μετατρέψαμε σε σχόλιο την ακόλουθη σειρά του Makefile, ώστε να μην ελέγχουμε για σύγκλιση των `u_current`, `u_previous`.

```
#CONV=-DTEST_CONV
```

Έτσι, τα επόμενα scripts μας έτρεξαν με σταθερό αριθμό iterations, συγκεκριμένα 256.

Για να τρέξουμε τις ζητούμενες μετρήσεις, χρησιμοποιήσαμε το παρεχόμενο script `test_scalability_mpi.sh` (διορθώσαμε απλά τα path και τα ονόματα των executables, καθώς και τα μεγέθη ταμπλό σε 2048, 4096 και 6144).

## Επίδειξη Μετρήσεων χωρίς Έλεγχο Σύγκλισης(A Μέρος)

Για να δημιουργήσουμε γραφήματα speedup, υλοποιήσαμε το ακόλουθο python script.

```
import matplotlib
matplotlib.use('Agg')
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import sys

def parse_file(fname):
    with open(fname) as f:
        lines = f.readlines()

    i = 1
    size_stats = {}
    for line in lines:
        # line of the form:
```

```

# executable X Y Px Py Iter ComputationTime TotalTime midpoint
processes

splitted = line.split()
# executable
executable = splitted[0].strip()
# elapsed time
elapsed_time = splitted[14].strip()
# processes number
process_num = splitted[18].strip()
if not size_stats.get(executable, None):
    size_stats[executable] = []

    size_stats[executable].append({"elapsed": elapsed_time,
"processes": process_num})
    return size_stats

if len(sys.argv) < 2:
    print ("Usage parse_stats.py <input_file>")
    exit(-1)

stats_by_size = parse_file(sys.argv[1])
markers = ['.', 'o', 'v', '*', 'D', 'X']

serial_time={}

x_ticks = [1, 2, 4, 8, 16, 32, 64]
fig = plt.figure(1)
plt.grid(True)
ax = plt.subplot(111)
ax.set_xlabel("Number of processes")
ax.set_ylabel("Speedup (Serial Time / Parallel Time)")
ax.xaxis.set_ticks(x_ticks)
ax.xaxis.set_ticklabels(map(str, x_ticks))

for j, size in enumerate(sorted(stats_by_size.keys(), key=lambda x: sorted(x))):
    stats = stats_by_size[size]
    y_axis = [0 for _ in range(len(x_ticks))]

    for stat in stats:
        if int(stat["processes"]) == 1:
            serial_time[size] = float(stat["elapsed"])

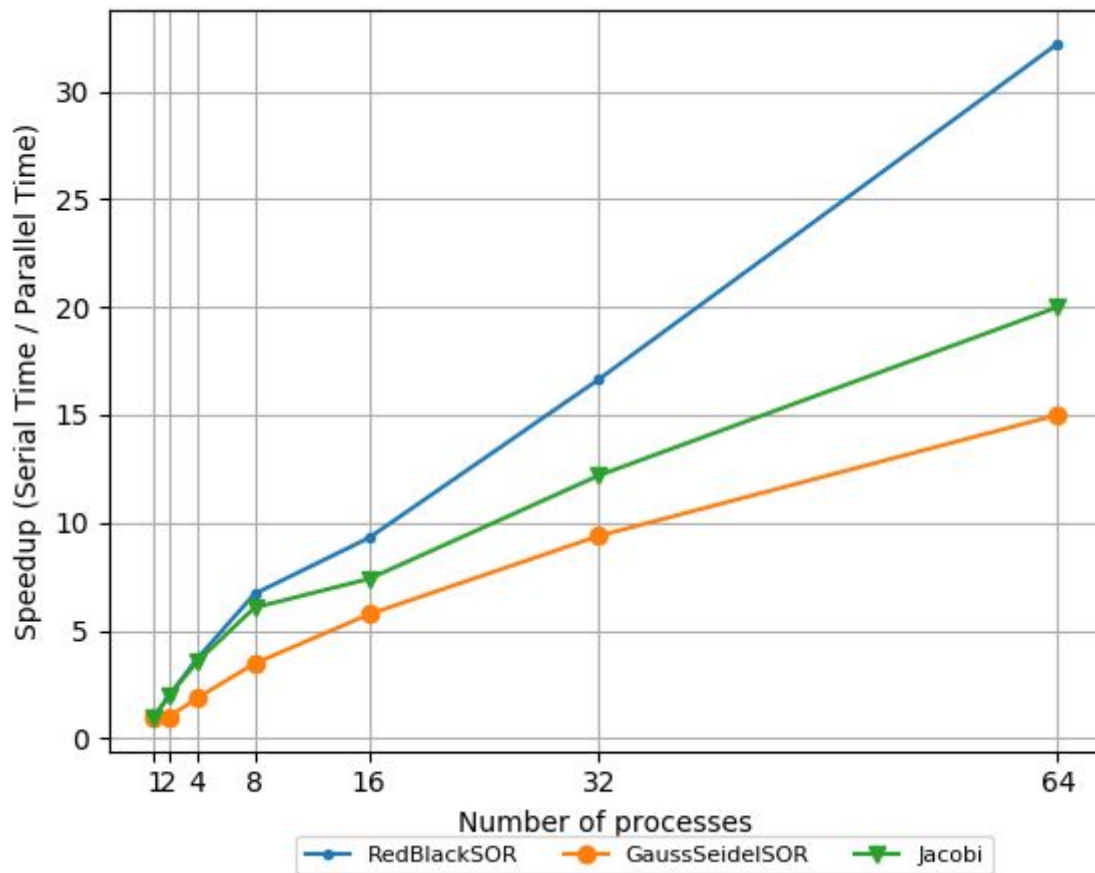
    for stat in stats:
        pos = x_ticks.index(int(stat["processes"]))
        y_axis[pos] = serial_time[size] / float(stat["elapsed"])

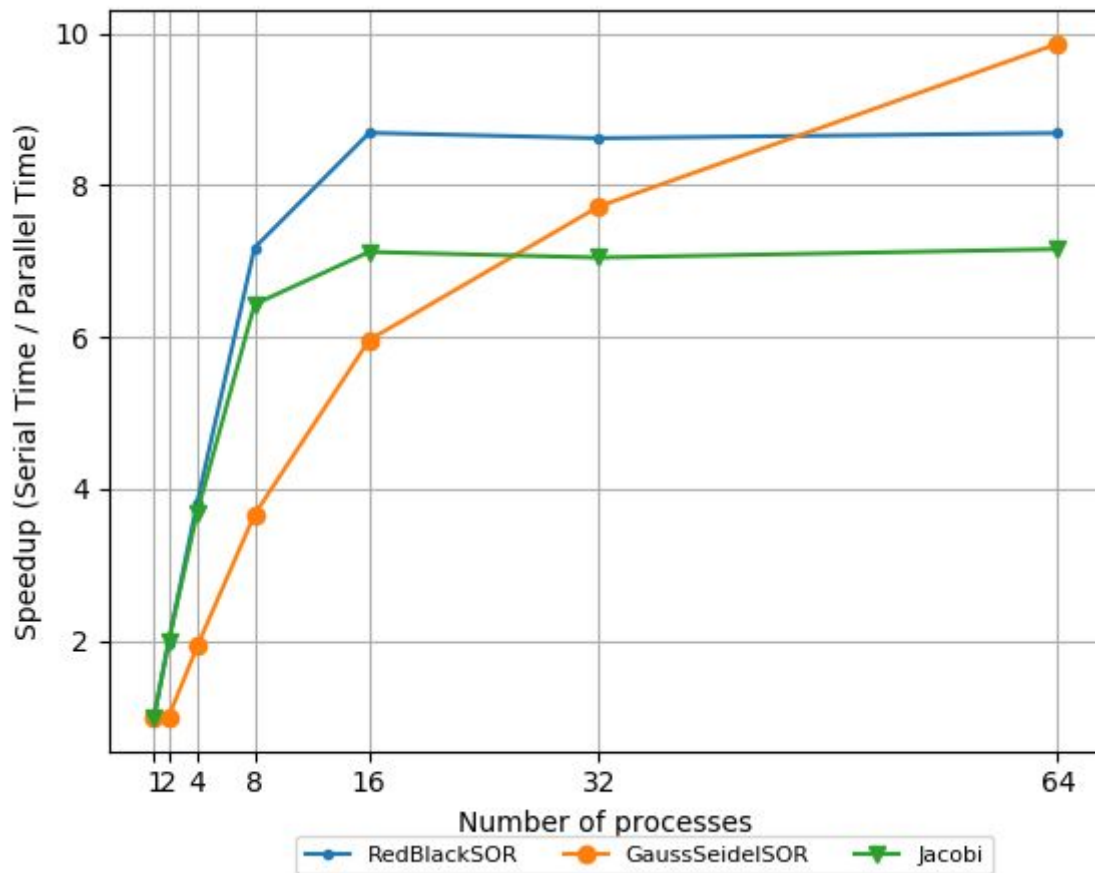
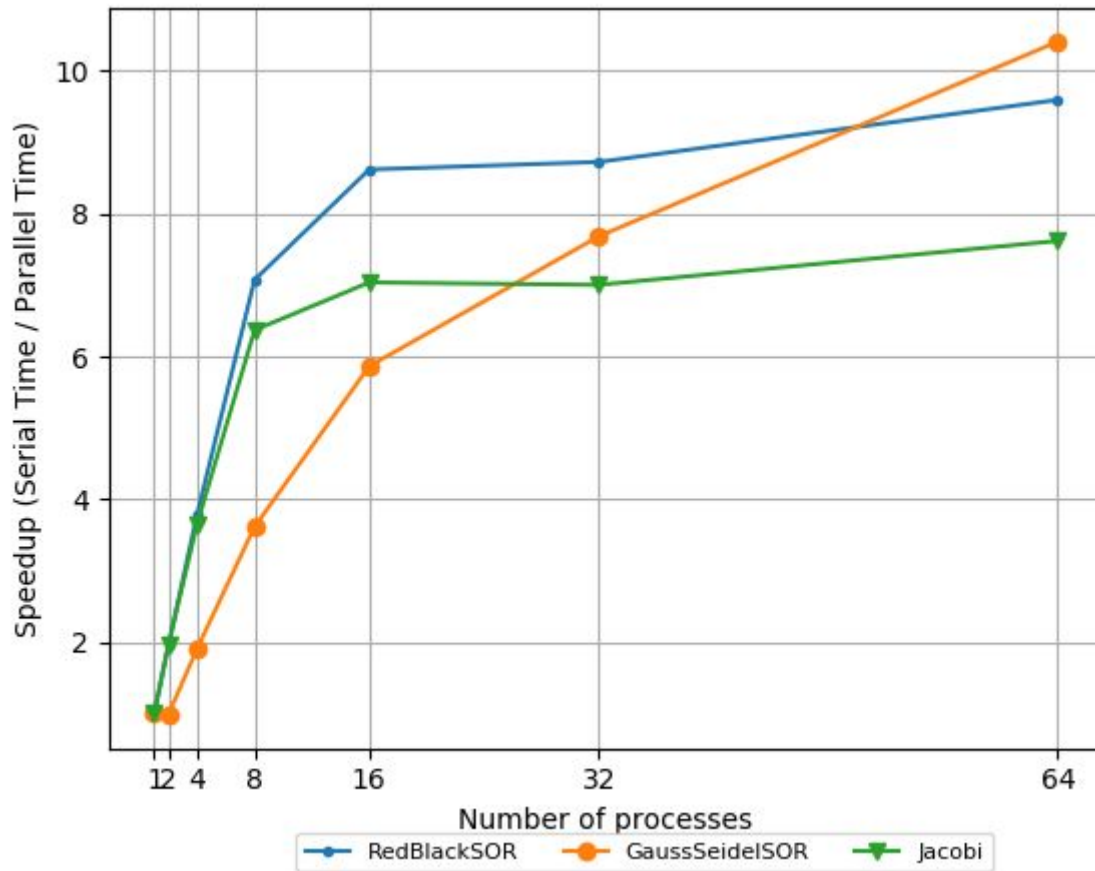
    ax.plot(x_ticks, tuple(y_axis), label=str(size), marker=markers[j])

```

```
lgd = ax.legend(ncol=len(stats_by_size.keys()), bbox_to_anchor=(0.9, -0.1),  
prop={'size':8})  
plt.savefig("heat-diffusion-6144-speedup.png", bbox_extra_artists=(lgd,),  
bbox_inches='tight')
```

Ακολουθούν τα γραφήματα του speedup για μεγέθη ταμπλό 2048 x 2048, 4096 x 4096 και 6144 x 6144 αντίστοιχα.







## Επιμέρους Συμπεράσματα

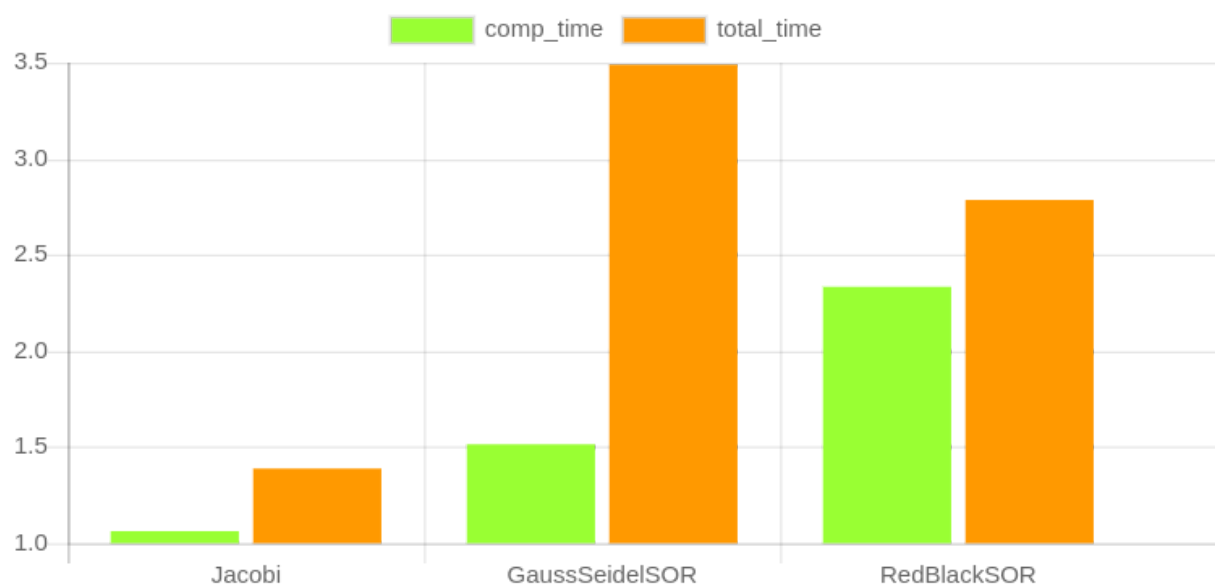
Στο μικρότερο ταμπλό φαίνεται η δύναμη του RedBlackSOR, ο οποίος κλιμακώνει πολύ καλύτερα από τις 2 άλλες υλοποιήσεις. Σε μεγαλύτερα ταμπλό ωστόσο, αυτό παύει να ισχύει, με τον GaussSeidelSOR να φτάνει μάλιστα να υπερισχύει (σε κλιμάκωση) στα 64 processes. Αυτό πιθανότατα πιστώνεται στο γεγονός ότι ο RBSOR έχει να επικοινωνήσει διπλάσιο αριθμό ghost rows και columns μεταξύ των processes (συγκριτικά με τις άλλες 2 υλοποιήσεις), το μέγεθος των οποίων αυξάνεται στα μεγαλύτερα ταμπλό.

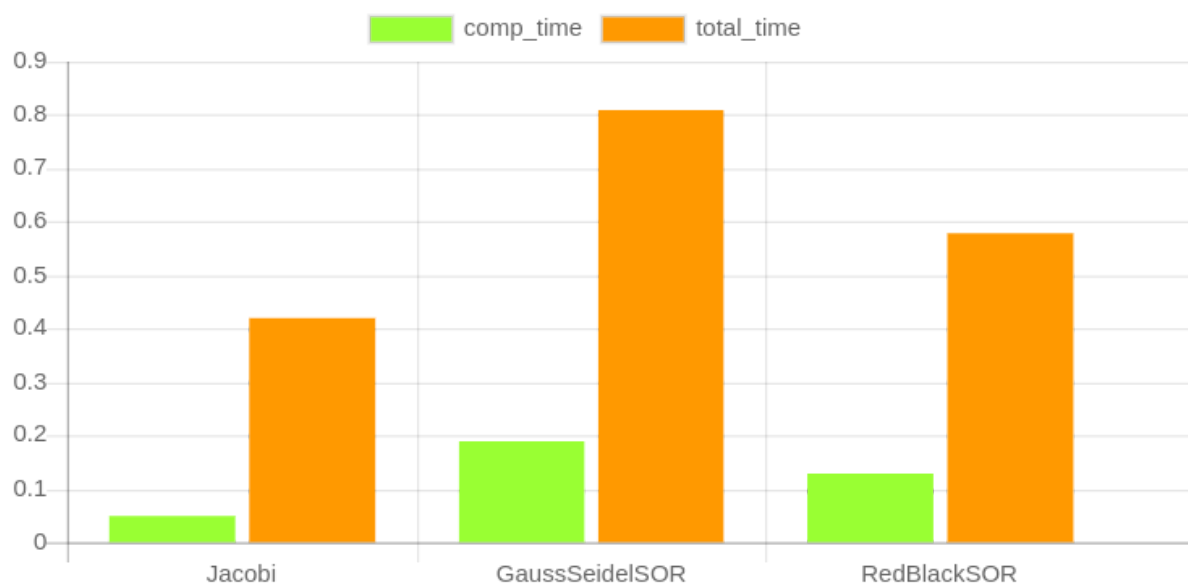
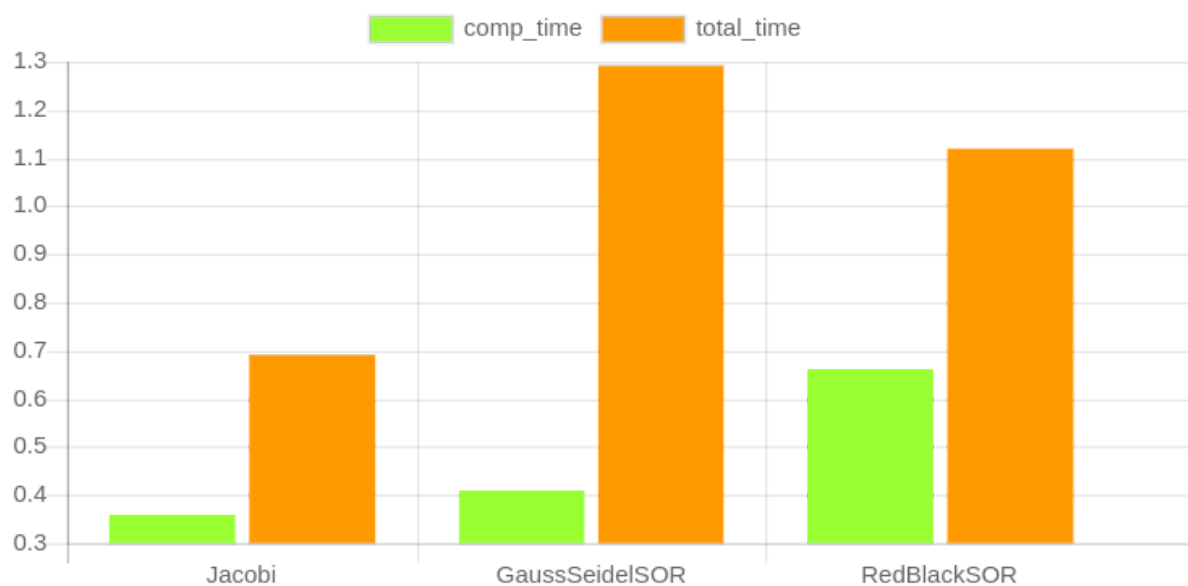
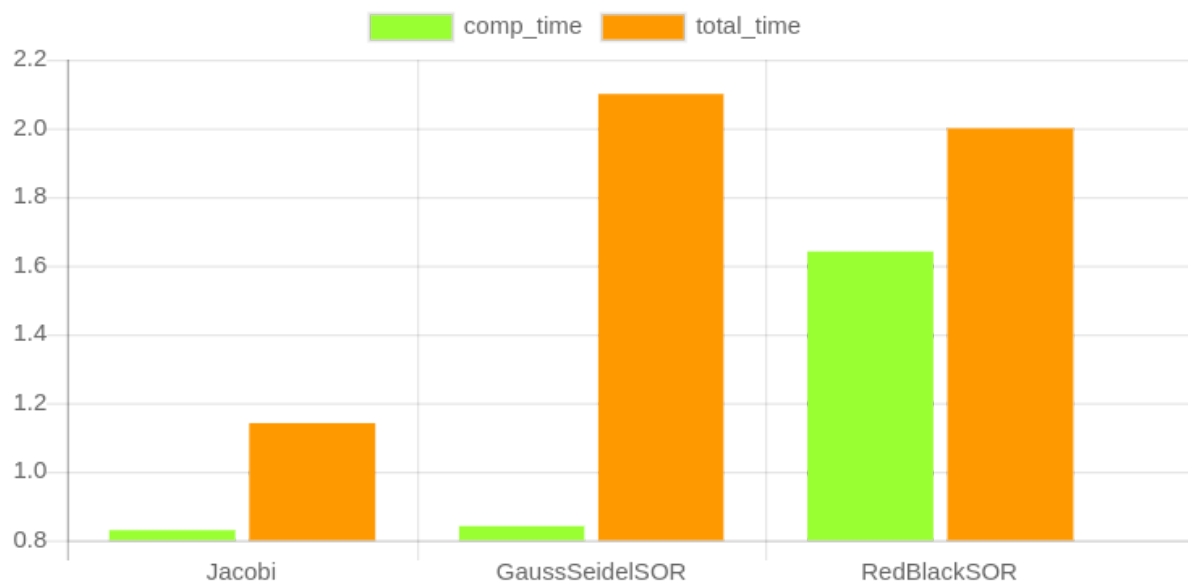
Ο Jacobi κλιμακώνει πολύ καλά μέχρι τα 8 processes, ωστόσο πέραν αυτών η αύξηση των communication times για 16+ processes φαίνεται να αντισταθμίζει πλήρως την μείωση των computation times.

Η πιο ενδιαφέρουσα συμπεριφορά είναι αυτή του GaussSeidelSOR, ο οποίος παρουσιάζει παραπλήσια κλιμάκωση ανεξάρτητα των 3 ταμπλό.

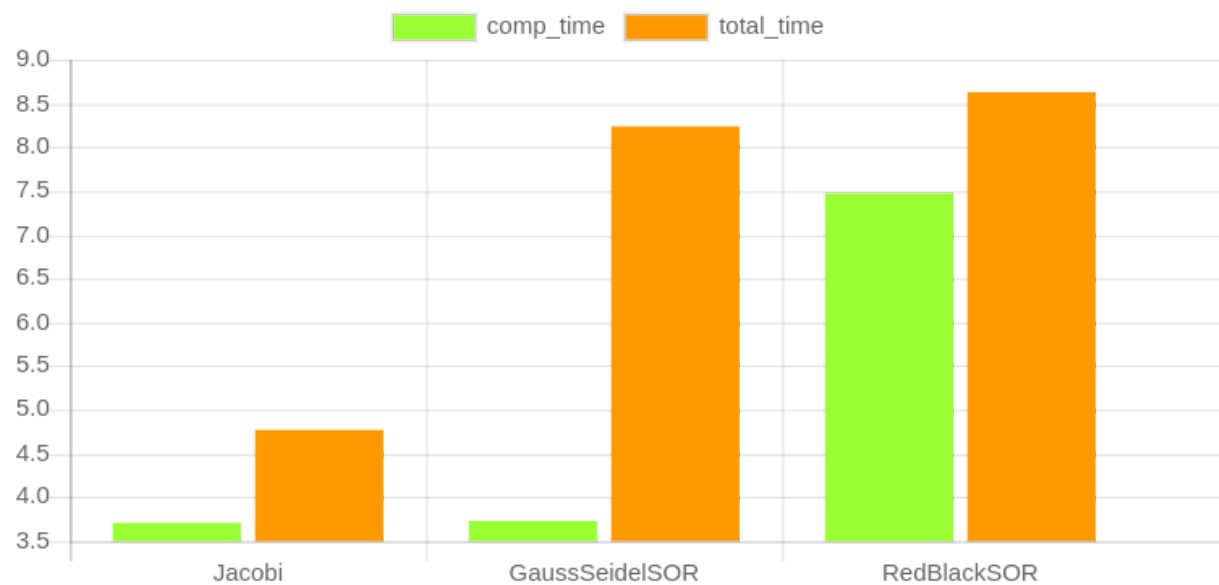
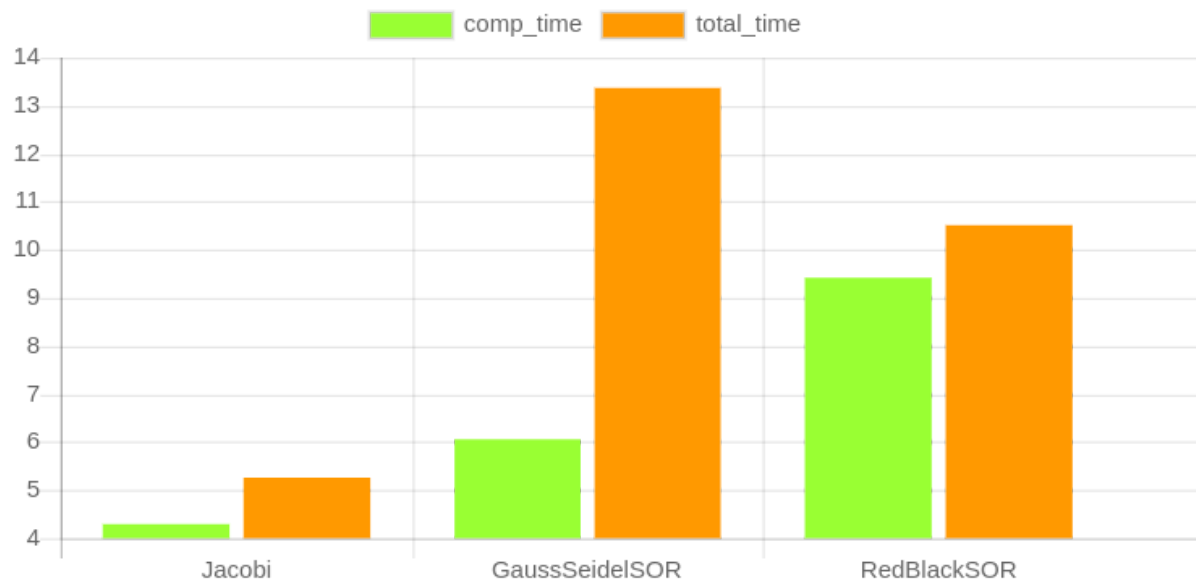
## Επίδειξη Μετρήσεων χωρίς Έλεγχο Σύγκλισης (B Μέρος)

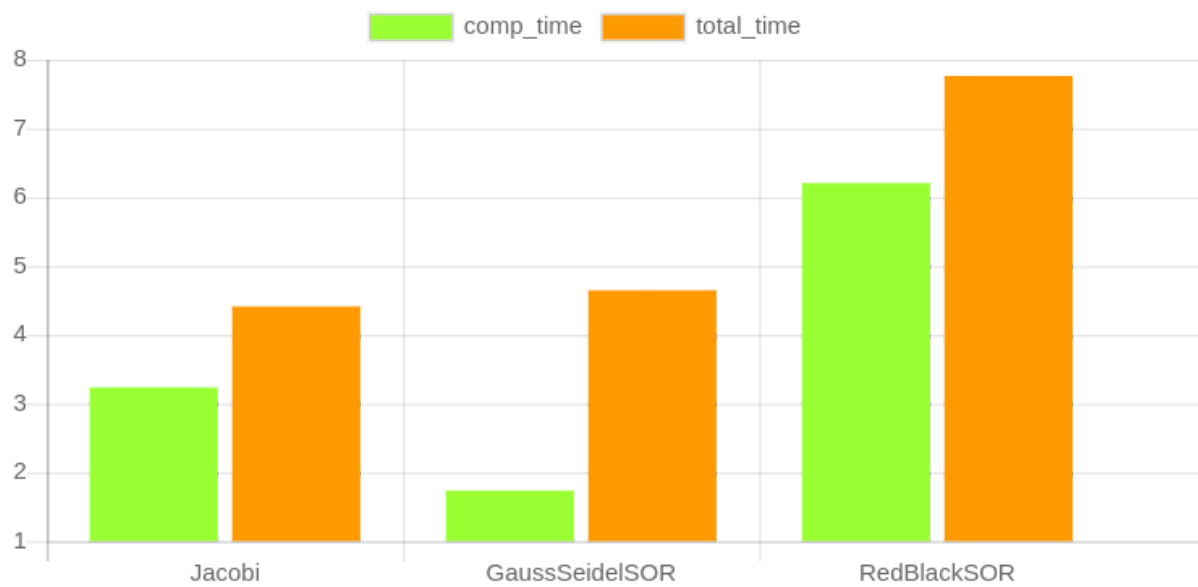
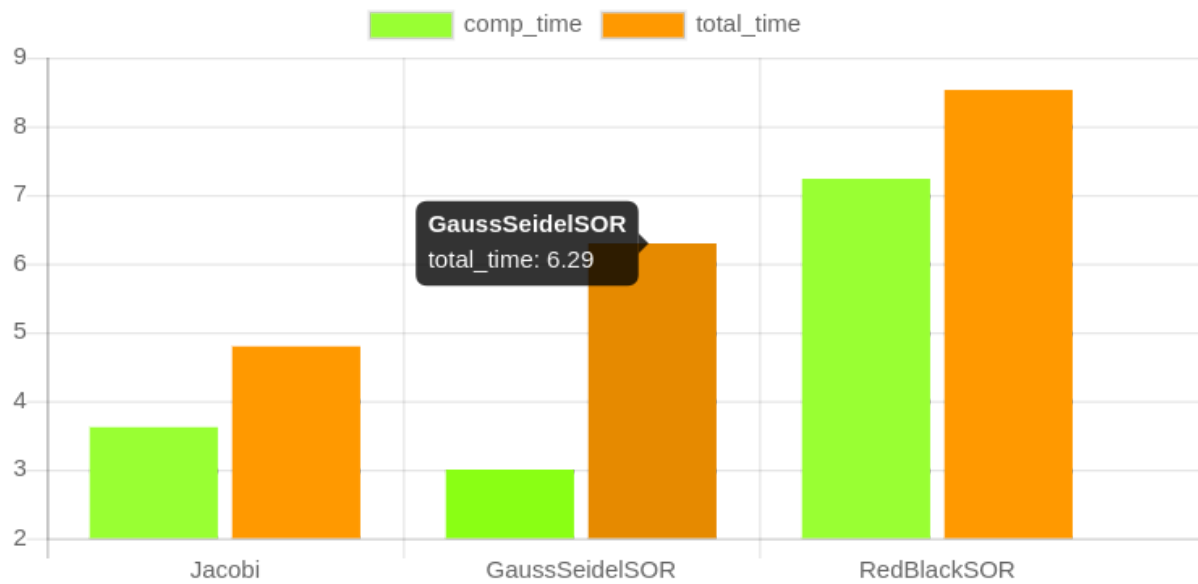
Σε όλα τα παρακάτω γραφήματα, ο άξονας y δίνει χρόνο σε second. Αρχικά, δίνουμε τα αποτελέσματά μας για ταμπλό 2048 x 2048 και αριθμό processes 8, 16, 32 και 64 αντίστοιχα.



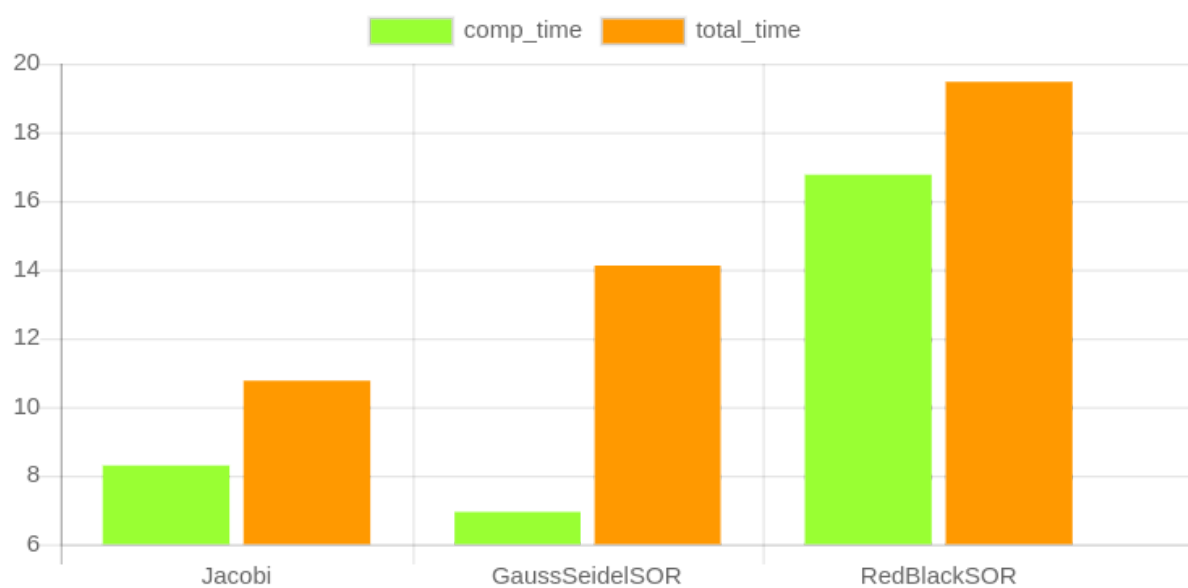
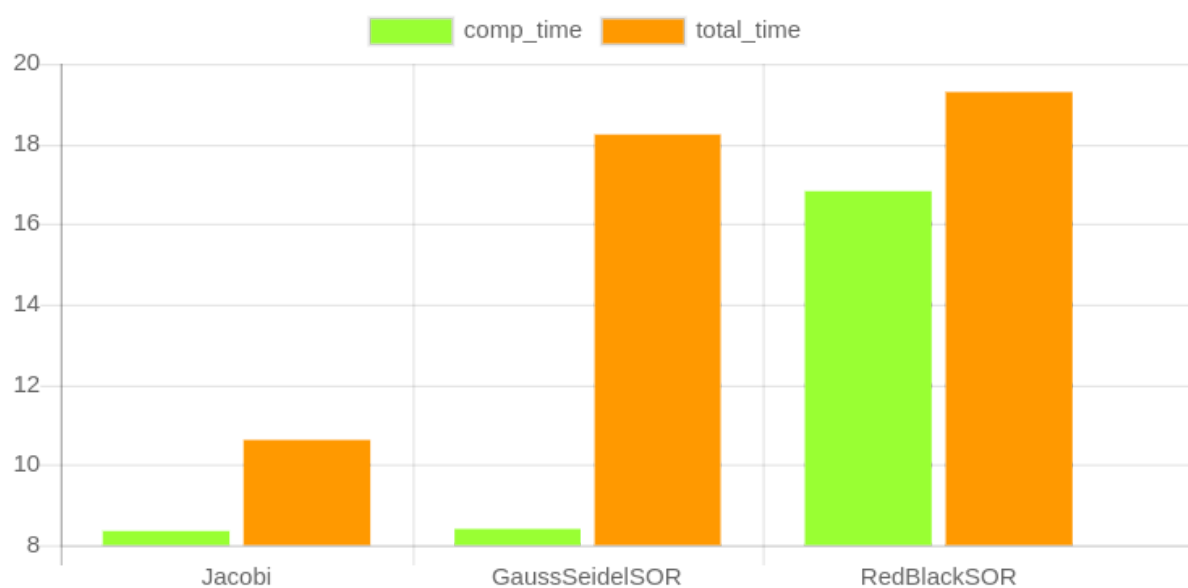
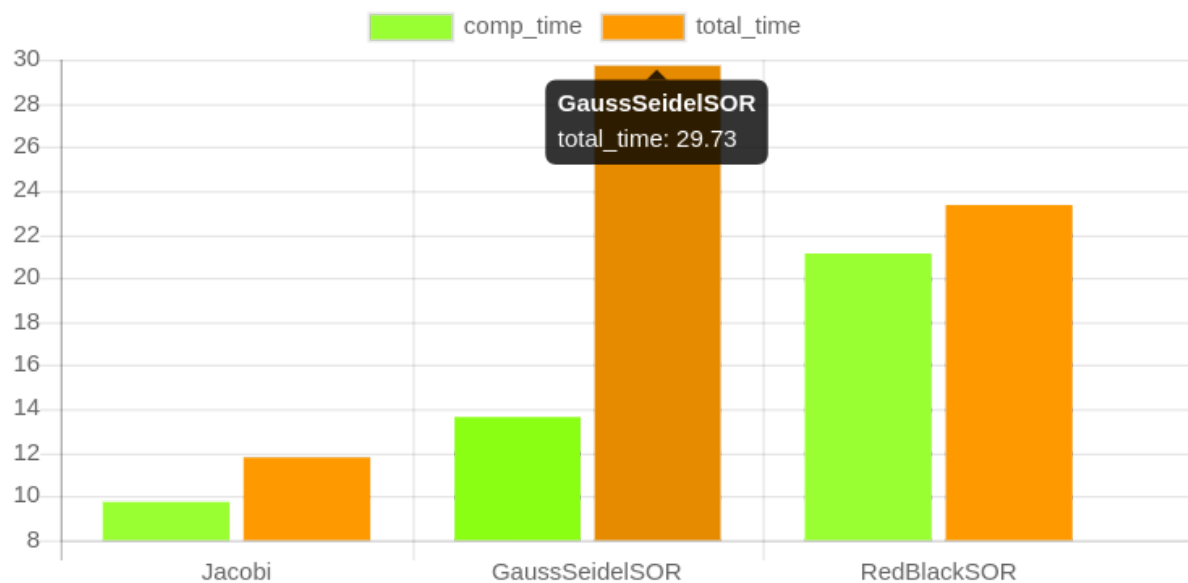


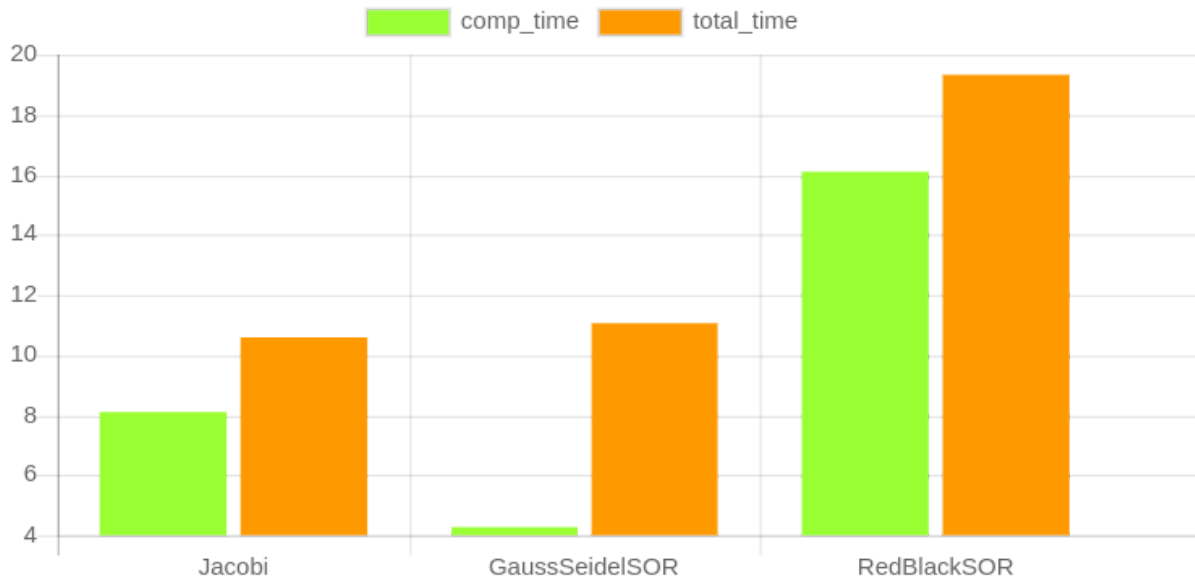
Στη συνέχεια, δίνουμε τα αποτελέσματά μας για ταμπλό 4096 x 4096 και αριθμό processes 8, 16, 32 και 64 αντίστοιχα.





Τέλος, δίνουμε τα αποτελέσματά μας για ταμπλό 6144 x 6144 και αριθμό processes 8, 16, 32 και 64 αντίστοιχα.





## Επιμέρους Συμπεράσματα

Όπως παρατηρήθηκε και πριν, στο μικρότερο ταμπλό και οι 3 υλοποιήσεις παρουσιάζουν σχετική κλιμάκωση. Κάνοντας focus τώρα στα 8+ processes, βλέπουμε ότι ο RBSOR μειώνει σημαντικά τα comp times του αλλά όχι και τα communication times του, ο Jacobi μειώνει σχετικά τα comp times του αλλά όχι και τα comm times του, ενώ ο GSSOR μειώνει σημαντικά και τα 2. Δηλαδή ο GSSOR κλιμακώνει καλύτερα στα 8+ processes, σε σχέση με έως τα 8 processes.

Στα άλλα 2 ταμπλό, οι Jacobi και RBSOR εξουδετερώνονται σε μεγάλο βαθμό, με τον GSSOR να παραμένει απτόητος στην κλιμάκωσή του για 8+ processes. Πιθανότατα, αν ο GSSOR κατόρθωνε να έχει λιγότερα συνολικά iterations με ενεργοποιημένο το convergence test, να ήταν αυτός ο βέλτιστος αλγόριθμός μας.